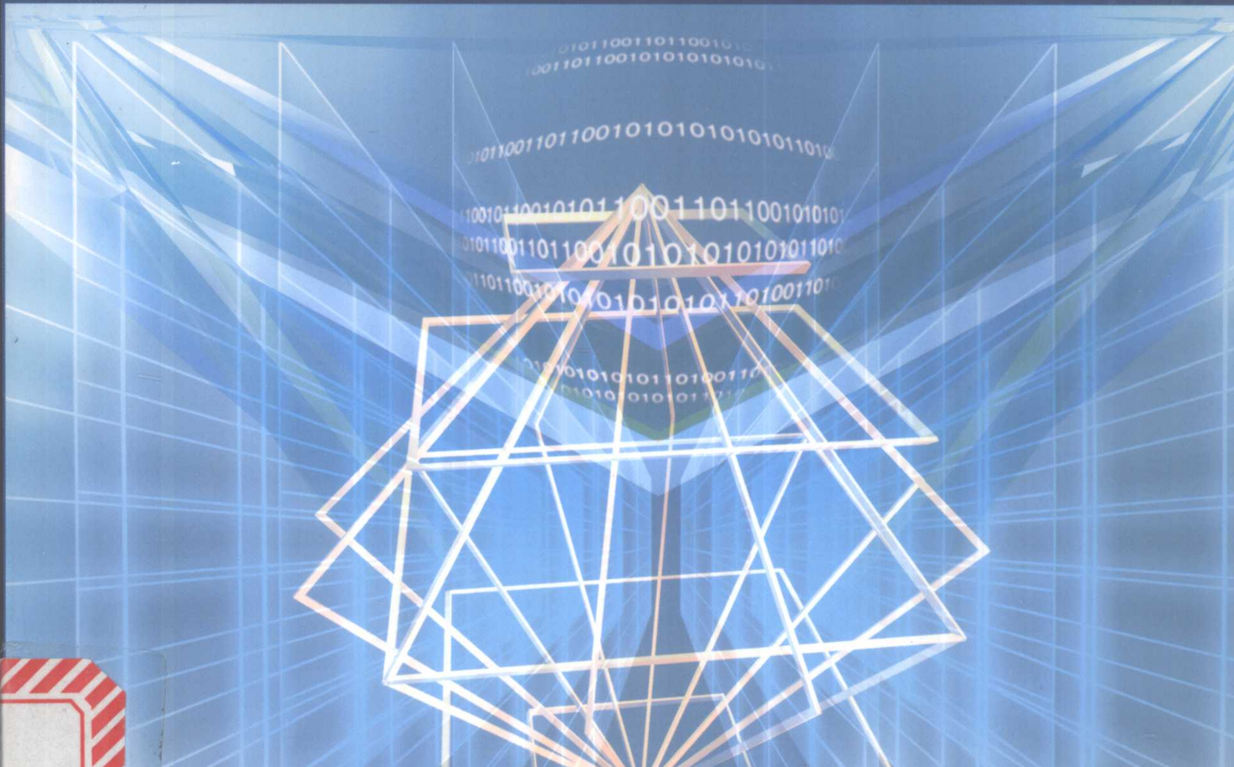
GONGCHENG WANGLUO JIHUA DE LILUN YU SHIJIAN

# 工程网络计划的理论与实践

毛义华 编著



浙江大學出版社

# 工程网络计划的理论与实践

毛义华　编著



浙江大學出版社

## 内容简介

本书结合作者多年的土木工程施工与管理的教学、科研和实践经验，系统地介绍了网络计划技术的基本理论、方法与实践。内容包括：图论基础、网络计划图原理、网络计划的优化、搭接网络计划、非肯定型网络计划、有时限的网络计划、工程施工网络计划的编制与应用、网络计划执行中的管理等。本书内容新颖、实用性强，力求原理深入浅出、方法简便有效，举例详略得当，注重网络计划原理与工程实践相结合。

本书可作为高等院校土木工程专业、工程管理专业及相关专业的本、专科学生和研究生的教材，也可供工程建设领域的项目经理、监理工程师、造价工程师以及广大工程技术人员和管理人员参考。

**图书在版编目（CIP）数据**

工程网络计划的理论与实践／毛义华编著．—杭州：浙江大学出版社，2003.9
ISBN 7-308-03376-7

Ⅰ.工...　Ⅱ.毛...　Ⅲ.网络计划技术—应用—土木工程—经济管理　Ⅳ.F407.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 060356 号

**出版发行**　浙江大学出版社
（杭州浙大路 38 号　邮政编码 310027）
（E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn）
（网址：http://www.zjupress.com）
**责任编辑**　宋贤钧　王大根
**经　　销**　浙江省新华书店
**排　　版**　浙江大学出版社电脑排版中心
**印　　刷**　杭州富阳彩印有限公司
**开　　本**　787mm×960mm　1/16
**印　　张**　15.75
**插　　页**　14
**字　　数**　308 千
**版 印 次**　2003 年 9 月第 1 版　2003 年 9 月第 1 次印刷
**印　　数**　0001—2000
**书　　号**　ISBN 7-308-03376-7/F·449
**定　　价**　25.00

# 前　言

随着社会主义市场经济体制的发展与完善，我国建设事业获得了飞速发展，现在我们已拥有能建造世界一流的超高层建筑、超大跨度的桥梁、最新颖结构的公共建筑的施工技术。由于工程建设的规模、范围和难度比以前有较大程度的增加，相应地，对工程管理也提出了更高的要求，需要进一步研究和完善土木工程建设领域的管理科学、技术理论和实用方法，以提高工程管理人员的素质，在工程建设中继续发挥重要作用。

鉴于土木工程施工的异常复杂性，它一般只能进行单件生产，情况多变但又要求配合密切而严格。人们一直在寻找和研究适合这些特点的组织管理方法。网络计划技术就是在施工领域中诞生的，它特别适宜于组织一次性的复杂工程。它的最大特点就在于能够动态、及时地提供施工管理所需的信息，它是一种科学的施工管理方法。掌握它有助于施工管理人员合理地组织生产，做到心中有数，明确工作重点，知道如何缩短工期，如何挖掘潜力和降低成本。网络计划技术的效果在先进工业国家的许多工程上都得到了检验。这种方法在国外高校中有的单独设课、有的开设在管理数量方法、系统工程和组织与控制等课程中，有的还设有实验课。在国内虽然许多高校都开设介绍了网络计划原理，但至今还没有一本系统的、内容较新颖全面的、理论联系实际的教材，尤其是研究生层次使用的教材。因此，将网络计划技术原理应用于土木工程实践，并应用计算机等现代化管理工具进行辅助管理是摆在我们理论工作者和实际工作者面前的一项任务。

有鉴于此，为适应土木工程专业、工程管理专业及相关专业的本科生和研究生的教学需要，编者在总结了多年土木工程施工与管理的教学、科研和实践经验的基础上，参考了大量的国内外有关资料，编写

了这本教材。该教材与目前国内现有的其他教材相比，具有如下特点：一是内容丰富新颖。本书系统地介绍了网络计划技术的基本原理和方法，融合了国家新规范、新规程的要求，摒弃了以往教材中的一些陈旧概念，借鉴了相关学科的最新知识，吸收了近年来国内外有关的研究成果和先进经验，介绍了网络计划技术的一些新理论和新方法，内容全面，学科体系完整。二是实用性强。注重理论方法与具体的土木工程实践相结合，书中所介绍的方法大多具有简便有效的特点，辅以的典型案例分析，重点说明如何操作，旨在提高工程管理人员的实际操作能力，为网络计划技术在土木工程施工管理中的更好应用提供了参考。三是可读性强。力求原理的阐述深入浅出，尽量避免涉及较深的数学推导和理论论证，举例详略得当，通俗易懂，兼顾了课内讲授和自学的要求，既能适合教学需要，又能满足实际使用要求，是一本比较全面的关于网络计划技术的教材。

作者要感谢绍兴文理学院单自聪同志，他为本书搜集和提供了部分资料。还要感谢我的研究生舒晓华、邹锐、傅群和谢丰，他们为本书的誊写和校对做了许多工作。本书在编著过程中曾参考和引用了有关的参考文献和研究成果，在此谨向文献的作者和成果的拥有者表示衷心的感谢。最后，作者对所有关心和帮助本书出版的同志表示诚挚的谢意。由于编者水平有限，疏漏和错误之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

**编　者**

2003 年 6 月于求是园

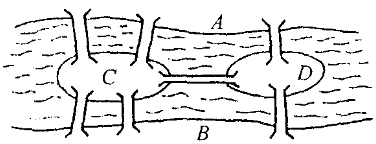
# 目　　录

# 第一章　图论基础

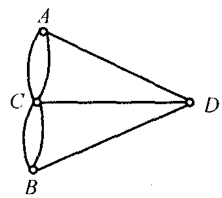
## 第一节　引　论

图论是应用十分广泛的运筹学分支，它已普遍地应用在工程技术、生产管理、控制论、信息论、电子计算机和物理化学等各个领域。在实际生活、生产和科学研究中，有很多问题可以用图论及其方法来解决。

图论所研究的问题源远流长，远在 18 世纪，著名的 Konisberg（哥尼斯堡）七桥问题就是当时很有趣的问题。哥尼斯堡城中有一条河叫普雷格尔河，该河中有两个孤岛，两岛与两岸以及彼此之间有七座桥（图 1-1(a)）。




(a)




(b)

图 1-1　哥尼斯堡七桥问题示意图

当时那里的居民热衷于这样的问题：一个散步者能否走过七座桥，且每座桥只走过一次，最后回到出发点。

问题看来不复杂，但谁也解决不了。直到 1736 年，著名数学家欧拉(Euler)解决了此问题。欧拉将此问题归结为如图 1-1(b)所示图形的一笔画问题，即能否从某一点开始一笔画出这个图形，最后回到原点而不重复。欧拉证明了这是不可能的，因为图 1-1(b)中的每个点都只与奇数条边线相关联，不可能将这个图不重复地一笔画成，这是古典图论中的一个著名问题。

随着科学技术的发展以及电子计算机的出现与应用，图论得到进一步发展，将庞大复杂的工程系统和管理问题用图描述，可解决很多工程设计和管理决策的最优化问题。例如完成工程任务的时间最少，距离最短，资源消耗最省，费用最低等。图论受到数学、工程技术及经营管理等各个方面越来越广泛的重视。本书阐述的就是图论在工程施工网络计划中的应用。

## 第二节 图的基本概念

### 一、图的定义

图是由点和连线构成的图形，它指的是某类具体事物和这些事物之间的关系。用点表示事物，用边表示事物与事物之间的关系。所以图论中将图定义为一个偶对 $G=(V,E)$，其中 $V$ 表示顶点的集合，$E$ 表示边的集合。这样图 1-2 可写成

$$G=(V,E),\begin{cases}V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}\\E=\{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5,e_6\}\end{cases}$$

我们可以用边的两个顶点表示边。如果边 $e$ 的两个顶点 $u$ 和 $v$，那么 $e$ 可写成 $e=(u,v)$，这样图 1-2 可写成

$$G=(V,E),\begin{cases}V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}\\E=\{(v_1,v_2),(v_1,v_3),(v_1,v_4),(v_2,v_3),(v_2,v_4),(v_3,v_4)\}\end{cases}$$

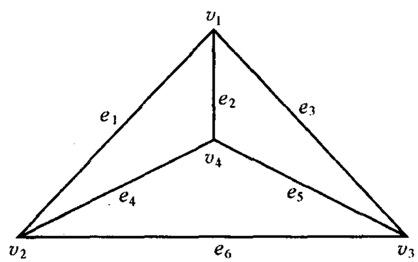



图 1-2

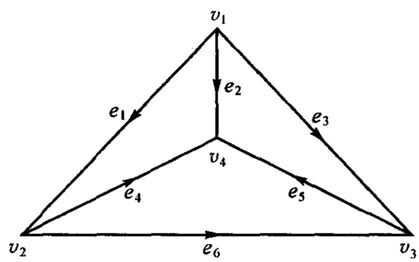



图 1-3

### 二、图的分类

**1. 无向图和有向图**

上面讨论的图 1-2 的边的两个顶点是无序的，一般称其为无向图；在实际应用中，很多问题用无向图描述不清楚。例如交通运输中的单行道；一项工程中各项工序之间的先后关系；竞赛中的胜负关系等等，显然这些关系仅用边是反映不出来的。这时，可以用一条带箭头的线 $v_i \to v_j$，反映 $v_i$ 与 $v_j$ 之间的这种关系：例如工序 $v_j$ 必须在工序 $v_i$ 完成之后才能开始；$v_i$，$v_j$ 两地之间的交通线是从 $v_i$ 到 $v_j$ 的单行道；运动队 $v_i$ 胜了运动队 $v_j$ 等等。这种点与点之间有方向的线称为弧（箭杆）。

由点集 $V$ 和弧集 $E$ 组成的图 $D=(V,E)$ 称为有向图，有向图中的弧，例如

图 1-3 中的弧 $e$，记为 $e=(v_i,v_j)$（注意 $(v_i,v_j)$ 与 $(v_j,v_i)$ 是不同的）。$v_i$ 称为弧 $e$ 的始点，$v_j$ 称为弧 $e$ 的终点，并称弧 $e$ 是从 $v_i$ 指向 $v_j$ 的。那么图 1-3 所示的有向图表示如下：

$$D=(V,E),\begin{cases}V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}\\E=\{(v_1,v_2),(v_1,v_3),(v_1,v_4),(v_2,v_3),(v_2,v_4),(v_3,v_4)\}\end{cases}$$

若弧 $(v_i,v_j)$ 的始点和终点相同，即 $v_i=v_j$，则称为环。如果从一个有向图 $D$ 中去掉箭头，得到一个无向图，这个无向图称为 $D$ 的基础图，记之为 $G(D)$，图 1-2 就是图 1-3 的基础图。

给出 $D$ 中弧的交替序列 $\{v_i,e_{ij},v_j,e_{jk},\cdots,v_n\}$，如果在基础图 $G(D)$ 中是一条链，则这个点弧交替序列就称为 $D$ 的一条链。若 $\{v_i,e_{ij},v_j,e_{jk},\cdots,v_n\}$ 是一条链，则称之为从 $v_i$ 到 $v_n$ 的路。

**2. 有限图和无限图**

一般图 $D=(V,E)$ 的顶点数用 $n$ 表示，边数用 $m$ 表示，若 $n,m$ 都是有限的，则称图 $G$ 是有限图，否则称为无限图。本书只讨论有限图的情况。

**3. 简单图和多重图**

若两个点之间多于一条边，称为多重边，含有多重边的图称为多重图。图 1-4 中点 $v_1,v_2$ 之间有两条边，都为多重边，则此图即为多重图。

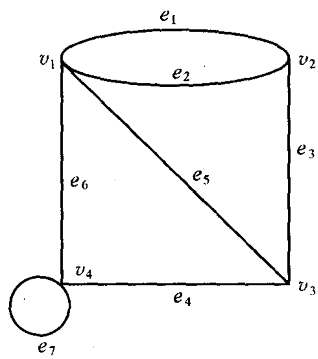



图 1-4

无环，无多重边的图称为简单图，如图 1-2 即为简单图。今后的研究中以简单图为主。

**4. 连通图与非连通图**

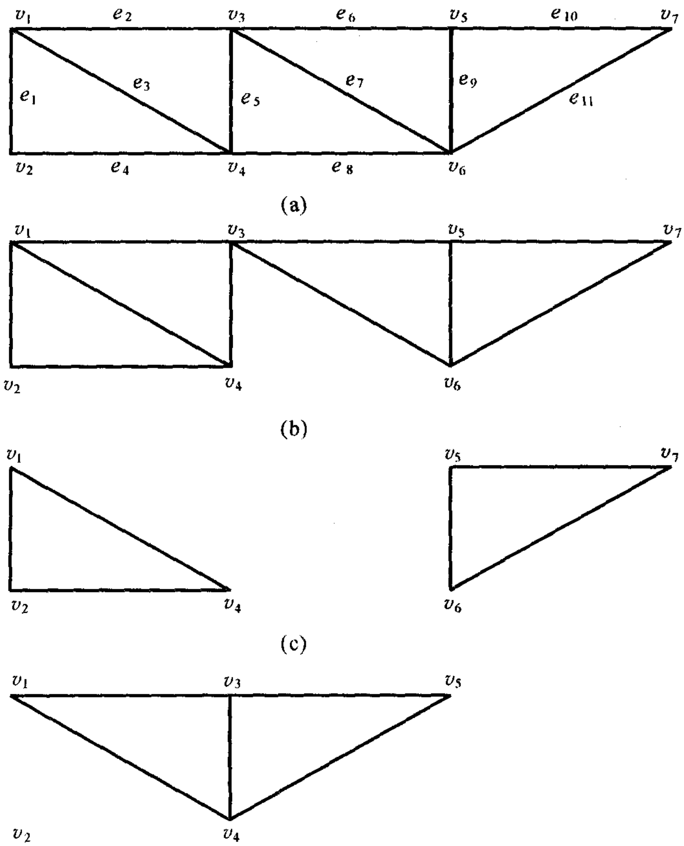
若图 $G$ 的一个有限非零的点和边的交替序列 $\mu=v_0e_1v_1e_2\cdots e_kv_k$，使得对 $1\leqslant i\leqslant k$，$e_i$ 的端点是 $v_{i-1}$ 和 $v_i$，且边 $e_1,e_2,\cdots,e_k$ 互不相同，则称 $\mu$ 为链。为简便起见，以后我们记为 $\{v_0,v_1,\cdots,v_k\}$。若一条链的起点和终点相同，则称为闭链（回路）。若链中所含的边均不相同，则称之为简单链；若点也不相同，则称之为初等链（通路）。

图 1-5(a) 中，$\{v_1,v_2,v_4,v_6,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7\}$ 是简单链，但不是初等链，因 $v_6$ 出现两次；而 $\{v_1,v_2,v_4,v_6,v_7\}$ 是初等链（通路），当然也是简单链。链 $\{v_2,v_4,v_3,v_1,v_2\}$ 是闭链（回路）。

**定义**：一个图中，若任何两点之间，至少有一条链，则称这个图是连通图。否则，称为非连通图。图 1-5(a)、(b) 为连通图，而图 1-5(c)、(d) 为非连通图，在图 1-5(c) 中不存在从 $v_1$ 到 $v_6$ 的链，图 1-5(d) 中 $v_2$ 是孤立点。

一个连通图，如果去掉其中的一个节点和同它关联的边就变成非连通图，则

此图称为可断图，如图 1-5(b)如果去掉节点 $v_3$ 和同它关联的边，就变成图 1-5(c)所示的非连通图，节点 $v_3$ 称为“断点”(瓶颈)。图 1-5(a)不管去掉哪一个节点，余下的仍然是连通图，所以它是不可断图。在实际问题中，如为可断图则要特别注意“断点”。




(d)

图 1-5

# 第三节　树

## 一、树的定义

树是一种没有回路的连通图，它是图论中最重要的概念之一。在建筑工程中有很多问题都可以用树表示，例如建筑工程公司组织机构图就可以用树表示(见

图 1-6)：

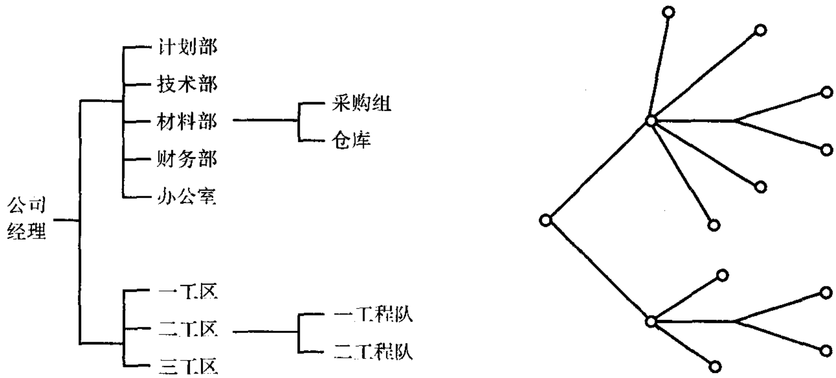



图 1-6　树的示意图

## 二、树的性质

**性质 1**：在树中，任意两点之间必有一条且仅有一条链。

**证明**：因为树是连通的，所以树中任意两顶点之间必有链；又如果两顶点之间有两条不同的链存在，则树中必将出现圈，这与树的定义矛盾。

**性质 2**：如果在一个图 $G$ 中每一对点之间只有一条链，这个图 $G$ 是一棵树。

**证明**：在一个图 $G$ 中的每一对点之间存在着一条链保证 $G$ 是连通的。在一个有两个点以上的图中的一个回路暗示着至少有一对点之间有两条不同的链。因为 $G$ 的每一对点之间只有一条链，$G$ 就不能有回路。所以 $G$ 是一棵树。

**性质 3**：在树中去掉任一条边，则树成为不连通图。

**证明**：这是因为被去掉的边是连接其两个端点的惟一的一条链，故将此边去掉后，该两端点便不连通。

**性质 4**：在树中不相邻的两个顶点间添上一条边，恰好得到一个圈。

**证明**：设 $u$、$v$ 是树 $T$ 中任意两个不相邻的顶点，由性质 1 可知，有惟一的一条链 $\mu=\{u,\cdots,v\}$，如果添上一条以 $u$、$v$ 为端点的边 $e$，则 $\{u,\cdots,v,u\}$ 便是树中惟一的一个圈(见图 1-7)。

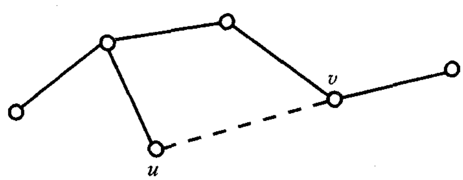



图 1-7

**性质 5**：设 $T$ 为 $p$ 个顶点的一棵树，则 $T$ 的边数为 $p-1$ 条。

**证明**：对点数施行数学归纳法。当 $p=2$ 时，定理显然成立。当 $p=k$ 时，定理为真。现证 $p=k+1$ 时定理成立：因为 $T$ 无圈，当我们把 $T$ 中的一条边去掉，再

把该边的两点重合在一起时，$T$ 的边数和顶点数均减少 1。得到的新图是 $k$ 个顶点的树，根据归纳法假设，应有 $k-1$ 条边，于是 $T$ 的边数为 $k$，得证。

## 三、图的生成树

**定义**：如果图 $G=(V,E)$ 的生成子图（或称部分图）$T=(V,E')$ 是一棵树，则称 $T$ 为 $G$ 的一个生成树（或称部分树）。

例如，图 1-8(b)是图 $G$(见图 1-8(a))的一个生成树。

若 $T=(V,E')$ 是 $G=(V,E)$的一生成树，则 $G$ 中属于 $T$ 的边称为树枝，其余的边称为弦。

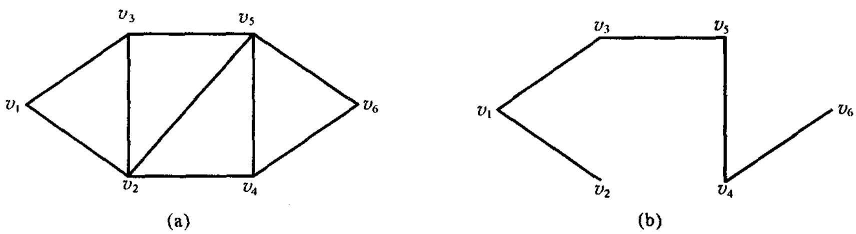



图 1-8

**定理**：若图 $G$ 是连通图，则必有生成。

**证明**：如果 $G$ 是连通的，那么将 $G$ 的边一条一条地去掉，并使得剩余的图始终连通，当不再有这样的边可去掉时，剩下的图必不含圈，故是 $G$ 的生成树。

此定理的证明，指出了寻求生成树的方法：在一个连通图中，破掉所有的圈，剩下的不含圈的连通图就是图的一棵生成树。这种方法被形象地称为破圈法。

**破圈原则**：取一个圈，从圈中丢去任一边，对余下的图重复这个步骤，直到无圈为止，即可得到一棵生成树。

［**例 1-1**］ 在图 1-9 中，用破圈法求出图的一棵生成树。

**解**：在图中任取一圈$\{v_1,v_2,v_3,v_1\}$，从圈中去掉边 $e_3$；从圈$\{v_1,v_2,v_4,v_3,v_1\}$中，去掉边 $e_4$；在圈$\{v_3,v_4,v_5,v_3\}$中，去掉边 $e_6$；在圈$\{v_1,v_3,v_4,v_5,v_2,v_1\}$中，去掉边 $e_8$；于是得到图 $G$ 的一棵生成树，如图 1-9 中粗线所示。

也可按下面方法来构造连通图的部分树。

在图中任意取一条边 $e_1$，再找一条不与 $e_1$ 构成圈的边 $e_2$，然后再找一条与$\{e_1,e_2\}$不构成圈的边 $e_3$，继续找下去，直到这个过程不能进行为止，这时所得到的图就是一棵部分树，这种方法称为“避圈法”。

**避圈原则**： 每步选取与已选边不构成圈的边，直到不能进行时为止。

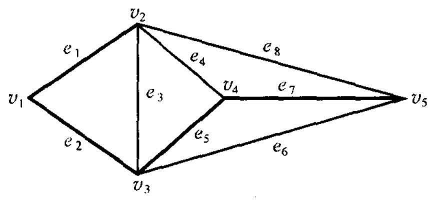



图 1-9

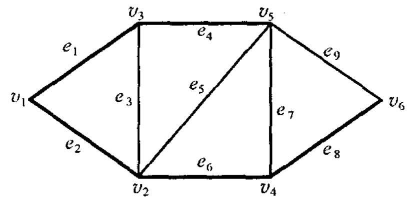



图 1-10

[**例 1-2**]　用“避圈法”求图 1-10 的一棵部分树。

**解**:任取 $e_1$;因为 $e_2$ 与 $e_1$ 不构成圈,所以取 $e_2$;同理,$e_4$ 与 $\{e_1,e_2\}$ 不构成圈,$e_6$ 与 $\{e_1,e_2,e_4\}$ 不构成圈,$e_8$ 与 $\{e_1,e_2,e_4,e_6\}$ 不构成圈,因此取 $\{e_1,e_2,e_4,e_6,e_8\}$ 五条边,算法结束,得到图 $G$ 的一棵生成树,如图 1-10 中粗线部分所示。

## 四、最小生成树问题

**定义**:连通图 $G=(V,E)$,在每条边 $(v_i,v_j)$ 上赋上非负权值 $w_{ij}$。一棵生成树所有树枝上权值的总和,称为这棵生成树的权。具有最小权的生成树称为最小生成树。

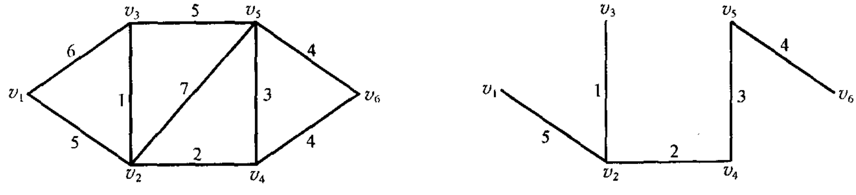
许多网络问题都可以归结为最小生成树问题。下面介绍最小生成树的两种算法。

**算法 1(Kruskal 算法)**

这个方法类似于求生成树的“避圈法”。基本步骤为:在有 $n$ 个顶点的图 $G$ 中,每一步从未选的边中选取一条权值最小的边 $e$,使它与已选边不构成圈,直到选够 $n-1$ 条边为止。

[**例 1-3**]　某工厂沿图 1-11(a)所示的厂内道路网架设电话线,将六个车间连成网,已知每条道路的长(边上的数值),求使电话线总长最小的架设方案。

**解**:显然这就是求最小树问题,按上述算法逐步选边。有六个车间(即六个点),经过五步即可选出,选边的先后次序为 $(v_2,v_3)$,$(v_2,v_4)$,$(v_4,v_5)$,$(v_5,v_6)$,$(v_1,v_2)$,得到如图 1-11(b)所示的最小树,总长为 $1+2+3+4+5=15$。




(a)　(b)

图 1-11

**算法 2(破圈法)**

基本步骤为:从图中任取一圈,从圈上去掉一条最大权的边,在余下的图中,重复这个步骤,直到无圈时为止,即可求出最小树。

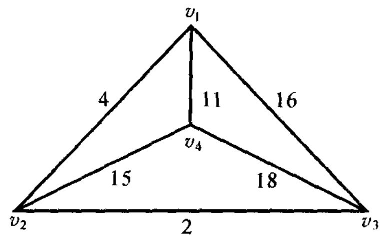



图 1-12

[**例 1-4**] 用算法 2 求图 1-12 的最小树。

**解**:任取一个圈,如$\{v_1,v_2,v_4,v_1\}$,丢掉其中最大权的边$(v_2,v_4)$;再取圈$\{v_1,v_4,v_3,v_1\}$,丢掉$(v_4,v_3)$;再取圈$\{v_1,v_2,v_3,v_1\}$,丢掉$(v_1,v_3)$;即求出最小树。依次去掉的边为:$(v_2,v_4)$,$(v_3,v_4)$和$(v_1,v_3)$,最小树的权为 17(见图 1-13)。

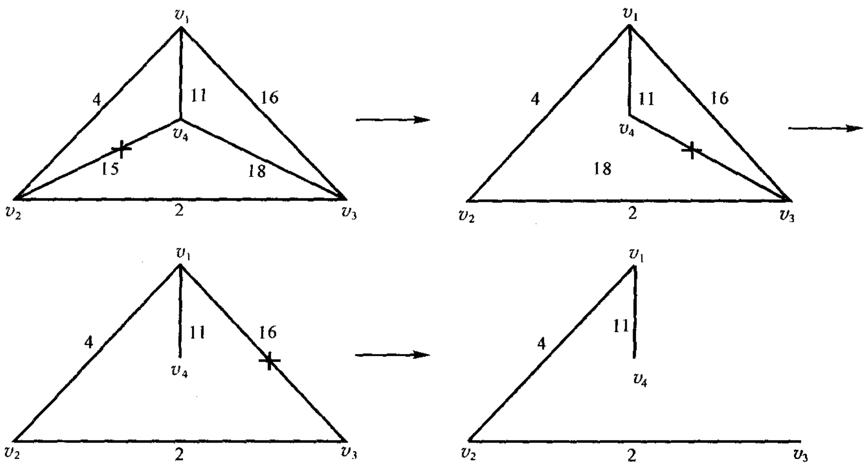



图 1-13

必须注意:算法 1 中,若遇到两条或几条边的权相等时,可从中任意选取一条边;算法 2 中,若遇到两条或几条边的权相等时,可任意丢去其中一条边。

## 第四节 最短路问题

### 一、引 例

最短路问题是网络理论中应用最广泛的问题之一,最短路问题可以直接应用于解决生产实际的很多问题,诸如各种管道铺设、线路安排、厂区布局、设备更新等等。下面我们先看一个例子。

［例 1-5］ 从油田铺设管道，把原油运到原油加工厂，要求管道必须沿图 1-14 中所绘定的道路铺设，设图中的 $v_1$ 点为油田，$v_9$ 为原油加工厂，每条弧旁的数字表示这条道路的长度，求使管道总长最短的铺设方案。

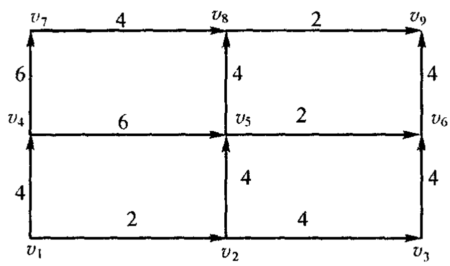


图 1-14

**解**：满足条件的铺设方案是很多的，例如沿 $\{v_1,v_4,v_7,v_8,v_9\}$ 或沿 $\{v_1,v_2,v_3,v_6,v_9\}$ 等等。不同的方案，管道长是不同的。比如按第一方案铺设，管道长为 $4+6+4+2=16$（单位），按第二方案铺设为 $2+4+4=14$（单位），等等。

用图的语言来描述，一个方案对应着一个从 $v_1$ 到 $v_9$ 的路。若定义一条路的长是这条路上各条弧的长之和，那么，上述问题显然是要求一条从 $v_1$ 到 $v_9$ 的路，使路的长度最小。

从这个例子中，可以得出一般情况下最短路问题的叙述：

设 $G=(V,E)$ 为连通图，图中各边 $(v_i,v_j)$ 有权 $w_{ij}$（$w_{ij}=\infty$ 表示 $v_i,v_j$ 间无边），$v_s,v_t$ 为图中任意两点，求一条道路 $u$，使它是从 $v_s$ 到 $v_t$ 的所有路中总权最小的路。即 $W(u)=\sum\limits_{(v_i,v_j)\in u} w_{ij}$ 最小。

## 二、求最短路问题的几种方法

### 1. Dijkstra 算法

此算法是目前公认的较好算法，是由得克斯特拉（E. W. Dijkstra）在 1959 年首先提出的，它可用于求解指定两点间的最短路，也可求指定点到其余各点间的最短路。

基本原理：若序列 $\{v_s,v_1,\cdots,v_{n-1},v_t\}$ 是 $v_s$ 到 $v_t$ 的最短路，则序列 $\{v_s,v_1,\cdots,v_{n-1}\}$ 必为 $v_s$ 到 $v_{n-1}$ 的最短路。

基本步骤：首先从始点 $v_s$ 开始，给每一个顶点记一个数（称为标号），标号分 $T$ 标号（试探性标号）和 $P$ 标号（永久性标号）两种：$v_i$ 点的 $T$ 标号表示从始点 $v_s$ 到这一点的估计最短路权的上界；$v_i$ 点的 $P$ 标号表示从始点 $v_s$ 到该点的最短路权。已得到 $P$ 标号的点不再改变，凡是没有标上 $P$ 标号的点，均标上 $T$ 标号。算法的每一步把某一点的 $T$ 标号改变为 $P$ 标号，最多经过 $P-1$ 步，就可以得到从始点到每一点的最短路。

计算的步骤为

(1)给 $v_s$ 标上 $P$ 标号 $P(v_s)=0$，其余各点标上 $T$ 标号，$T(v_i)=+\infty$。

(2)设 $v_i$ 是刚刚得到 $P$ 标号的点，考虑所有这样的点 $v_j$；使 $(v_i,v_j)\in E$，以及 $v_j$ 的标号是 $T$ 标号。则修改 $v_j$ 的 $T$ 标号为 $T(v_j)=\min\{T(v_j),P(v_i)+w_{ij}\}$。

(3)若图中没有 $T$ 标号点，则停止；否则比较所有具有 $T$ 标号的点，把最小者改为 $P$ 标号，即

$$P(\bar{v}_i)=\min\{T(v_i)\}$$

当存在两个以上最小者时，可同时改为 $P$ 标号。若全部点均为 $P$ 标号则停止。否则用 $\bar{v}_i$ 代 $v_i$ 转回(2)。

[**例 1-6**]　用 Dijkstra 算法求图 1-15 中从 $v_1$ 到 $v_7$ 的最短路，弧旁数字表示该弧的权，所有 $w_{ij}\geqslant 0$。

**解**：给点 $v_1$ 标上 $P$ 标号 0，即 $P(v_1)=0$，表示从 $v_1$ 到 $v_1$ 的最短路权为零，其他点($v_2$ 至 $v_7$)标上 $T$ 标号，$T(v_j)=\infty$ $(j=2,3,\cdots,7)$。

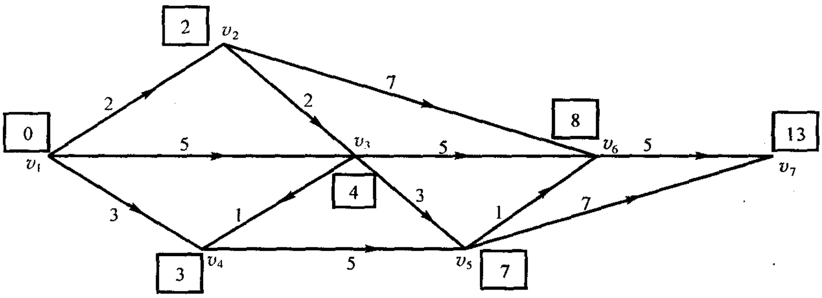



图 1-15

(1)因为 $(v_1,v_2)$，$(v_1,v_3)$，$(v_1,v_4)\in E$，且 $v_2,v_3,v_4$ 是 $T$ 标号点，则修改这三个点的 $T$ 标号分别为

$$T(v_2)=\min\{T(v_2),P(v_1)+w_{12}\}=\min\{\infty,0+2\}=2$$

$$T(v_3)=\min\{T(v_3),P(v_1)+w_{13}\}=\min\{\infty,0+5\}=5$$

$$T(v_4)=\min\{T(v_4),P(v_1)+w_{14}\}=\min\{\infty,0+3\}=3$$

(2)在所有 $T$ 标号中，$T(v_2)=2$ 最小，于是令 $P(v_2)=2$。

(3)$v_2$ 是刚刚得到 $P$ 标号的点，故考察 $v_2$，因为 $(v_2,v_3)$，$(v_2,v_6)\in E$，且 $v_3$，$v_6$ 是 $T$ 标号，故 $v_3$，$v_6$ 新的 $T$ 标号为

$$T(v_3)=\min\{T(v_3),P(v_2)+w_{23}\}=\min\{5,2+2\}=4$$

$$T(v_6)=\min\{T(v_6),P(v_2)+w_{26}\}=\min\{\infty,2+7\}=9$$

(4)在 $D$ 的所有 $T$ 标号中，$T(v_4)=3$ 最小，故令 $P(v_4)=3$。

(5)考虑点 $v_4$，类似上述过程：

$$T(v_5)=\min\{T(v_5),P(v_4)+w_{45}\}=\min\{\infty,3+5\}=8$$

所有 $T$ 标号中，$T(v_3)=4$ 最小，故令 $P(v_3)=4$。