

# 孤子与辐射场的相互作用及 对数型非线性介质中空间孤子 族的理论研究

作 者：卫 青  
专 业：无线电物理  
导 师：王 奇



上海大学出版社  
· 上海 ·

2003 年上海大学博士学位论文

孤子与辐射场的相互作用及  
对数型非线性介质中空间孤子  
族的理论研究

作 者： 卫 青  
专 业： 无线电物理  
导 师： 王 奇

上海大学出版社  
• 上海 •

Shanghai University Doctoral Dissertation (2003)

**Interaction between Soliton and Radiation  
& The Theoretical Study on Spatial  
Soliton Families in Logarithmically  
Nonlinear Medium**

**Candidate:** Wei Qing

**Major:** Radio Physics

**Supervisor:** Prof. Wang Qi

**Shanghai University Press**

• Shanghai •

# 上海 大 学

本论文经答辩委员会全体委员审查，确认符合上海大学博士学位论文质量要求。

## 答 辩 委 员 会 名 单：

|     |     |         |        |
|-----|-----|---------|--------|
| 主任： | 黄肇明 | 教授，上海大学 | 200072 |
| 委员： | 李英  | 教授，上海大学 | 200072 |
|     | 余昊鲲 | 教授，上海大学 | 200436 |
|     | 张金仓 | 教授，上海大学 | 200436 |
|     | 李春芳 | 教授，上海大学 | 200072 |
| 导师： | 王奇  | 教授，上海大学 | 200436 |

**评阅人名单:**

|            |                 |        |
|------------|-----------------|--------|
| <b>丁良恩</b> | 教授, 上海华东师范大学物理系 | 200062 |
| <b>黄国翔</b> | 教授, 上海华东师范大学物理系 | 200062 |
| <b>钱士雄</b> | 教授, 复旦大学物理系     | 200433 |

**评议人名单:**

|            |                  |        |
|------------|------------------|--------|
| <b>曹庄琪</b> | 教授, 交通大学物理系      | 200240 |
| <b>龚尚庆</b> | 研究员, 上海光学精密机械研究所 | 201800 |
| <b>张金仓</b> | 教授, 上海大学物理系      | 200436 |
| <b>杨国宏</b> | 教授, 上海大学物理系      | 200436 |

## 答辩委员会对论文的评语

光孤子和辐射场的非线性相互作用和对数型非线性介质中空间孤子族的传播特性，研究成果对现有非线性光学孤子理论和概念进行了拓展，对揭示新型非线性材料中的电磁波传播与信息传输特性具有重要意义。

本论文主要创新点在于：第一、借助变分法将孤子和辐射场相互作用问题转化为粒子在势阱中的运动模型加以处理，指出放大因子取值不同会对孤子脉宽的演化造成重大影响。第二、利用 dressing 法导出纯辐射场下 Jost 函数对的显式，得到单孤子和辐射场相互作用的解析表式，从而阐明了因子  $\gamma$  对光脉冲输出光谱特性的重要影响。对类孤子相关特性以及其演化的动力学行为进行了分析。第三、利用稳态分析法，首次就对数型非线性介质中 1+1 维空间孤子族的存在性进行严格的论证，完善了在该介质中有关空间孤子特性的理论描述。已发表多篇论文，并被同行引用。

论文数学推导严密，论证充分，图表制作精良，数据引用可靠。全文层次分明，体现了作者已具备了扎实的数理基础，有较强的独立分析问题和解决问题的能力。作者在答辩中叙述清楚，回答问题正确，答辩委员会认为卫青同学的论文已达到博士论文水平。

## 答辩委员会表决结果

经答辩委员会表决，全票同意通过卫青同学的博士学位论文答辩，建议授予理学博士学位。

答辩委员会主席：黄肇明

2003年6月28日

## 摘要

本论文主要包含以下四部分内容和结果：

(1) 利用变分法将孤子和辐射场相互作用问题转化为粒子在势阱中的运动规律加以分析，表明：当放大因子 $\gamma=1$ 时，由于势函数不能取负值，且曲线斜率分段有正负，使得孤子脉宽在演化过程中呈现压缩和增宽的特性；当放大因子 $1 < \gamma < 1.4$ 时，粒子势函数走势分为三段，分别对应脉宽在演化过程中的压缩、振荡和增宽的特性。指出粒子势函数 $P(\tau)$ 随脉宽 $\tau$ 的变化规律依赖于 $\gamma$ 和场幅 $E_0$ 的取值。给出了脉宽和啁啾因子作周期性振荡时的近似解析表达式，表明由于非线性压缩和辐射场增宽轮流处于主导地位，使得光脉冲在传播演化过程中呈现周期性的变化规律。

(2) 利用穿衣服方法，导出了在纯辐射场情况下 *Jost* 函数对的显式，得到了单孤子和辐射场相互作用的解析表达式，发现脉冲在传输过程中，由于受辐射场作用，其振幅在传播方向上是按幂指数的负平方根的规律衰减的，并且最终演化成类孤子的形式。阐明了因子 $\gamma$ 对光脉冲输出光谱特性的重要影响(连续谱、分立谱或两者兼有)。对在辐射场存在时，孤子演化的动力学过程作了分析，认为辐射场的散射作用所引起类孤子间的相互作用最终将呈现出相互吸引的态势，这对长距离光纤通讯系统中光脉冲的稳定传输是非常不利的。

(3) 由亥姆霍兹方程出发，导出了在对数型介质中，光束所满足的动态演化方程，在适当选择空间亮、暗和灰孤子试探

解的基础上，得到了在对数型非线性介质中存在空间亮、暗和灰孤子态的必要条件，利用函数单调性可证明：对数型非线性介质可同时支持上述各类空间孤子态。给出了以方程积分形式描述的稳态亮、暗和灰空间孤子解的形式，进而对其各自相关特性作了分析：当峰值功率较低时，空间亮、暗和灰孤子的束宽均随功率的增大而急剧减小，此时对数型非线性材料的性质等同于克尔型非线性材料；当峰值功率逐渐增大时，对数型自聚焦材料逐渐呈现饱和特性，而对数型自散焦材料由于其本身非线性效应增长缓慢而导致孤子宽度趋于稳定。

(4) 证明两束偏振方向和波长均相同的共线传播的互不相干光束在对数型介质中，在稳态条件下可形成非相干亮-亮、暗-暗、亮-暗和灰-灰空间耦合孤子对，并对各自相关特性作了分析：亮-亮、暗-暗和灰-灰耦合孤子对在传播过程中呈现出良好的协同性，且两光束强度对耦合孤子对的稳定传播均起关键作用；由于存在调制非稳现象，对数型自散焦电介质中所支持的暗孤子光强唯有稍大于亮孤子光强的非相干暗-亮空间耦合孤子对才能稳定传输。进而将单光束对推广到多光束情况下加以研究，从理论上揭示了非相干空间耦合亮、灰(暗)孤子族和非相干耦合空间亮-暗混合孤子族的存在。分析了小功率情况下，由空间耦合孤子对简化为空间耦合 *Manakov* 孤子对的情况，在稳态条件下分别给出了亮-亮、暗-暗和亮-暗 *Manakov* 孤子对解析解的表达式，并用线性稳定法对上述 *Manakov* 孤子对的稳定性作了分析。

关键词：空间孤子，辐射场，非相干耦合孤子族(对)，对数型介质

## Abstract

The main work of my thesis is composed of four parts, as follows:

1. Interaction between solitons and radiation is investigated by variational approach. It is analyzed in details by using the model of particles in the potential well .The pulse width probably exhibit three different evolution behaviors (contraction, broadening and periodical oscillation) in different conditions. The variation of potential function  $p(\tau)$  with the pulse width  $\tau$  is strongly dependent of the values of amplification factor  $\gamma$  and field amplitude  $E_0$ . The approximate analytical expressions of pulse width and chirp factor are obtained , and it is shown that the optical pulse oscillationly varies in the course of evolution because the nonlinear contraction or the radiation broadening dominates alternatively.

2. The explicit formula of Jost function pairs in the case of pure radiation is derived by using the dressing method , and the analysis of the interaction between solitons and radiation is made. It is found that the optical pulse, whose amplitude decays, finally evolves into the form of soliton-like wave in the absence of radiation. It is revealed that the factor  $\gamma$  plays an important role in the spectrum structures for the optical pulse output. The dynamic behavior of the soliton-like waves during the interaction between solitons and

radiation is also analyzed. It is found that a mutual attraction of solitons appear due to the radiation scattering, which is unfavorable for the optical pulses in long-haul fiber communication.

3. The dynamic evolution equation for optical beams in the logarithm nonlinear medium is derived from Helmholtz Equation. The necessary condition for the existence of the bright, dark and gray spatial solitons in such medium is obtained by choosing some correct trial solutions of the equation. And further , we draw a conclusion that such proposition mentioned above is correct. The steady-state solutions to the bright, dark and gray spatial solitons described in the form of the equation's integral is made. Their relevant properties are also discussed. Beam width for such spatial solitons dramatically decrease with the increasing power. When the peak power is low, the system exhibits some good nonlinear effects. The variation of beam width of all the spatial solitons is slow and becomes constant when the peak power of its pulse gradually increases to some extension. The physical origin of creating such phenomena is different for self-focusing and self-defocusing logarithm medium. In former case it derives from the material's saturation property. In latter case it results from the slow increase of its own nonlinearity.

4. It is shown that incoherently coupled bright-bright, gray-gray , dark-dark and bright-dark soliton pairs propagating collinearly can exist respectively in the logarithm medium under some steady-state conditions provided that they have the same polarization and wavelength.(a) A good synchronization is exhibited for the

propagation of coupled bright-bright, gray-gray, dark-dark soliton pairs; (b) The intensity of the two beams plays an important role in the stable propagation of the coupled soliton pairs; (c) Only can the coupled dark-bright soliton pairs, which requires that the intensity of the dark component is slightly higher than that of the bright, propagate steadily in self-defocusing logarithm medium due to Modulation Instability(MI). It is revealed from our results that the coupled bright, dark and bright-dark hybrid soliton families are possible in such medium if we extend the physical model mentioned above to that of the multi-beams. Incoherently coupled soliton pairs can be reduced to the Manakov solitons for the case of a low power. The dark-dark, bright-bright and dark-bright soliton pair solutions can be solved exactly under steady-state conditions. Furthermore, the stability of such Manakov soliton pairs via the linear stability approach is analyzed.

**Key words:** spatial soliton, radiation, incoherently coupled soliton families(pairs), logarithm medium

## 目 录

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| <b>第一章 绪 论 .....</b>               | <b>1</b>  |
| 1.1 研究的背景、国内外现状及进展 .....           | 1         |
| 1.2 本文的主要工作 .....                  | 5         |
| <b>第二章 孤子和辐射场相互作用之变分方法 .....</b>   | <b>8</b>  |
| 2.1 引言 .....                       | 8         |
| 2.2 基本方程 .....                     | 10        |
| 2.3 相互作用的势阱描述 .....                | 13        |
| 2.4 结果分析 .....                     | 17        |
| 2.5 小 结 .....                      | 24        |
| <b>第三章 孤子和辐射场相互作用之穿衣服方法 .....</b>  | <b>25</b> |
| 3.1 引 言 .....                      | 25        |
| 3.2 准备知识 .....                     | 27        |
| 3.3 孤子和辐射场相互作用的解析解 .....           | 29        |
| 3.4 结果分析 .....                     | 34        |
| 3.5 孤子和辐射场相互作用的动力学过程 .....         | 38        |
| 3.6 小 结 .....                      | 42        |
| <b>第四章 对数型非线性电介质中的一维空间孤子 .....</b> | <b>44</b> |
| 4.1 引 言 .....                      | 44        |
| 4.2 基本方程 .....                     | 46        |
| 4.3 亮孤子解 .....                     | 48        |
| 4.4 灰孤子解 .....                     | 54        |
| 4.5 暗孤子解 .....                     | 59        |

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 4.6 小 结 .....                      | 64  |
| <b>第五章 对数型非线性电介质中一维非相干空间</b>       |     |
| 耦合孤子对 .....                        | 66  |
| 5.1 引 言 .....                      | 66  |
| 5.2 非相干耦合孤子对 .....                 | 68  |
| 5.3 非相干耦合空间孤子族 .....               | 83  |
| 5.4 非相干耦合 <i>Manakov</i> 孤子对 ..... | 93  |
| 5.5 小 结 .....                      | 102 |
| <b>第六章 回顾和展望</b> .....             | 105 |
| 6.1 论文工作的回顾 .....                  | 105 |
| 6.2 存在的问题和对未来的展望 .....             | 107 |
| <b>附 录</b> .....                   | 109 |
| <b>参 考 文 献</b> .....               | 117 |
| <b>致 谢</b> .....                   | 129 |

# 第一章 絮 论

## 1.1 研究的背景、国内外现状及进展

自从 20 世纪 60 年代激光技术问世以来，电磁波与物质的非线性相互作用日益引起了人们的关注。随着理论研究和实验方案的不断完善，其已逐步成为推动现代物理学、通讯和信息科学向前发展的巨大力量。比如利用光纤作为传输载体的光孤子通讯成为现实。

事实上，根据孤子形成机理的不同，可分为两类：时间孤子和空间孤子。前者指的是当光纤线性色散效应和非线性自相位调制效应达到平衡时，在其内部可传播无色散的光脉冲；而后者是指当非线性介质的自聚焦(或自散焦)效应和光束的衍射发散作用相平衡时，在介质内无衍射地向前传播的光束。近 30 年来，人们对时间孤子的研究获得了丰硕的成果<sup>[1-3]</sup>，并已被当今高科技光纤通讯所青睐，成为下一代光纤通讯发展的主流<sup>[4]</sup>。但与之相对应，关于空间孤子的理论研究和实验观察则要滞后很多。尽管早在 1964 年，R.Chiao 等人就曾预言光束在克尔型非线性材料中可形成稳定的自陷结构<sup>[5]</sup>，但鉴于其后的若干实验证明在该介质中孤子的传输存在非稳定性<sup>[6]</sup>，故在一段较长时间内对空间孤子的研究一度受到困扰而停止不前。然而在此期间，一系列描述空间孤子传播的理论研究方法却蓬勃发展起来，

如：逆散射法<sup>[7]</sup>、贝克隆变换<sup>[8]</sup>、达布变换<sup>[9]</sup>、广田双线性法<sup>[10]</sup>以及等价粒子理论<sup>[11]</sup>等等，其皆对空间孤子的后续研究提供了强有力理论基础。随着材料科学和现代非线性光学的迅猛发展，人们在上世纪 90 年代伊始，在光折变材料中首次观察到了三维稳态空间光孤子，从此人们对空间光孤子的研究热情又焕发出了勃勃生机。仅在最近短短 10 年内，各种新类型的空间孤子相继被报导，包括：光折变孤子<sup>[12]</sup>、二次型孤子<sup>[13]</sup>、分立孤子<sup>[14, 15]</sup>、非相干孤子<sup>[16, 17]</sup>、腔孤子<sup>[18, 19]</sup>、多分量矢量(复合)孤子<sup>[20, 21]</sup>、时空孤子(光弹)<sup>[22, 23]</sup>、周期性介质中的布喇格孤子<sup>[24]</sup>以及基于磁光耦合机制形成的磁光孤子<sup>[25]</sup>。

在此处，就仅最近国际上对空间光孤子的最新研究进展分若干方面加以陈述：

(1) 特殊材料中空间光孤子形成机理和传播特性的研究。光子晶体是近年来国际上所广泛关注的新型材料<sup>[26, 27]</sup>。最新理论分析指出，上述材料中可支持空间光孤子的传输<sup>[28, 29]</sup>，且在随后的实验中亦观察到了空间孤子的存在<sup>[29]</sup>。此结果极大拓展了传统观念上“空间孤子”的概念，对现有的光孤子理论提出了严峻的挑战。由光子晶体所构成的非线性材料可研制成高性能的光子晶体波导<sup>[30, 31]</sup>和以其为元件组成的晶体回路<sup>[32, 33]</sup>，为设计超快超密集型光控全光开关器件提供了基础。与此相对应，对纳米液晶材料中空间孤子理论和实验的探索也蓬勃发展起来<sup>[34, 35]</sup>。最新理论研究表明，当线偏光场和液晶分子产生的感应偶极子间相互作用引起的折射指数重定向效应与光束衍射效应达到动态平衡时，可在其内部形成稳定自陷结构<sup>[34]</sup>。令人欣喜的是，上述现象不久就得到了实验的验证<sup>[35, 36]</sup>，且已在全光互连技术上发挥出了意想不到的优势。

(2) 弱关联体系中光束特性的研究. 近年来随着人们对非相干光束自陷行为研究的深入, 逐步发现非相干光束其实代表的是一个由弱关联粒子所构成的多体系统. 现有的研究致力于通过对非相干光孤子动力学的研究去揭示自然界中其他非线性领域内的物理规律, 其主要表现为以下两方面: 非相干光波阵面上空间模式的自发形成说明弱相关多体系统亦可通过噪声和非稳机制以自组织形式形成空间模式<sup>[37, 38]</sup>, 类似情况可望在物质波或原子波中被观察到; 非相干光波阵面上空间孤子团簇的形成是具有弱相关吸引的多体非线性系统的普遍反映<sup>[39]</sup>, 对于生化系统中原子或分子自发聚集等现象的研究具有很好的借鉴意义.

(3) 各类磁光波导中空间孤子理论的描述. 英国 Salford 大学 A.D.Boardman 等人的研究小组率先对此展开了深入而细致的研究. 他们的主要工作包括: 证实了由线性磁光材料和非线性材料所组成的非连续磁光波导中可支持空间孤子的传输<sup>[40]</sup>; 分析了连级非线性系统中磁光效应对矢量空间孤子传播的影响<sup>[41]</sup>; 预言了在复合磁光材料中可能存在 TE-TM 型矢量空间孤子<sup>[42, 43]</sup>, 并分析了由于磁光材料具有非互易性, 可通过调节外场的取向来控制矢量空间孤子的存在范围这一新现象<sup>[42]</sup>. 上述一系列研究成果为集成磁光芯片技术的发展提供了坚实的理论支持.

(4) 随机介质中光孤子相互作用及其传播特性的研究. 通常情况下, 光纤材料本身不完全均匀, 具有随机起伏特性, 将大大影响长距离光通讯中信号传输的质量. 由于上述现象是由材料固有特性所决定, 故可认为其所产生的负面效应将不能完全被克服. 现有的研究工作多集中于探讨多种随机起伏特征对光孤子相互作用及其传播特性的影响, 其主要包括: 纤芯材料的