

中学数学新课程 教学理念与实践

牟录贵
张艳红

编著

吉林大学出版社

中学数学新课程教学 理念与实践

牟录贵
张艳红 编著

吉林大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学数学新课程教学理念与实践/牟录贵,张艳红编著. — 长春:吉林大学出版社,2007.7

ISBN 978-7-5601-3671-4

I. 中… II. ①牟…②张… III. 数学课—教学研究—中学 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 123397 号

书 名:中学数学新课程教学理念与实践

作 者:牟录贵 张艳红 编著

责任编辑、责任校对:张显吉

吉林大学出版社出版、发行

开本:880×1230 毫米 1/32

印张:7.875 字数:196 千字

ISBN 978-7-5601-3671-4

封面设计:水木时代(北京)图书中心

北京广达印刷有限公司 印刷

2007 年 7 月 第 1 版

2007 年 7 月 第 1 次印刷

定价:15.00 元

版权所有 翻印必究

社址:长春市明德路 421 号 邮编:130021

发行部电话:0431-88499826

网址: <http://www.jlup.com.cn>

E-mail:jlup@mail.jlu.edu.cn

内容提要

本书从数学新课程教学理念和实践两个方面研究和探索了中学数学教学中的有关问题;主要介绍了中学数学新课程的基本理念、基本目标、教学内容和教学观念。研究中学数学新课程的教学设计;依据数学新课程教学理念介绍一些课堂教学设计的案例。

前言

全面推进素质教育,是当前我国现代化建设的一项紧迫任务,是我国教育事业的一场深刻变革,是教育思想和人才培养模式的重大进步。随着科技的进步、生产的发展,教育在社会发展的各个领域内已经发挥并将进一步发挥巨大的作用,这使得教师在社会发展中的作用越来越大。随之而来的是对教师素质与能力的要求会越来越高,特别是新一轮基础教育课程改革的不断深入,对教师提出了更高的要求。教师转变教学理念并在教学中进行实践已成为当务之急。针对数学课程,这一问题显得尤为重要。

从实际情况看,仍有相当一部分教学一线的数学教师还没有完全转变到新的教学理念上来,或者在新理念的实践上还有一定困难。另外,广大师范院校数学专业的学生,他们是未来的数学教育工作者,可他们却仍在旧的数学课程教学体系及理念下成长,在大学课程学习中,目前还有一些院校在使用多年不变的中学数学教材教法课本。

基于以上背景,我们编写本书,以期对师范院校数学专业学生学习教学法及实践有一定的借鉴价值,同时,也希望能为教学一线的数学教师提供一个参考资料。

本书从数学教学理念和实践两个方面研究和探讨中学数学教学中的有关问题。特点是将新的数学教学理念、方法,教学中的有关问题与数学实例和数学教学案例结合起来,避免枯燥的理论说教,让读者体会到理论的实用价值,感受到其中所涉及的理念、方法等的可操作性。我们选择一些典型的案例,用以体现新课程所倡导的教学理念,如教师积极地营造自主探究、合作交流的学习环境,并以学生活动的组织者、引导者和合作者的身份,平等地与学

生进行对话等。

书中体现先进理念,注意对问题研究的导引,具有针对性和实用性。本书力求运用现代数学教育学领域先进的理论及观点,引导读者深刻地领会新课程所倡导的精神和理念,多角度地对新课程实施中的若干理论和实践问题进行研讨,不仅使读者对研究的问题有所思考,而且希望对研究问题的思路和方法能有所感悟。力求更好地满足数学新课程实践的实际需求,提供较为直接的可供使用的资料和案例,使本书成为教师、师范院校数学专业学生,以及研究人员的有力助手。

编 者

2007年6月

目 录

绪 论	(1)
第一章 中学数学新课程的基本理念	(11)
第一节 认识数学课程	(11)
第二节 认识数学	(16)
第三节 认识数学学习	(18)
第四节 认识数学教学	(20)
第五节 认识数学教育评价	(24)
第六节 认识现代信息技术在数学课程中的作用	(27)
第二章 中学数学新课程的基本目标和教学内容	(29)
第一节 中学数学新课程的基本目标	(29)
第二节 中学数学新课程的具体目标	(31)
第三节 中学数学新课程的教学内容	(51)
第三章 中学数学新课程的教学观念	(67)
第一节 数学教学的本质	(67)
第二节 恰当把握数学教学的基本要求	(73)
第四章 中学数学新课程的教学设计	(88)
第一节 数学教学设计概述	(88)
第二节 数学教学方案设计	(98)
第五章 数学新课程教学设计案例	(193)
案例一 整理知识的教学设计	(193)
案例二 关注学生发展的教学设计	(196)
案例三 单元设计的案例	(199)
案例四 关注教学内容作用的教学设计	(202)
案例五 关注思维活动的教学设计	(204)

案例六	关注数学实验的教学设计	(207)
案例七	关于数学学习素材的教学案例	(212)
案例八	研究性课题教学设计案例	(217)
案例九	讲授法教学案例	(222)
案例十	关注学生全面发展的教学设计案例	(226)
(11) 案例十一	学会解决问题案例	(235)
(11) 案例十二	探索规律案例	(239)
参考文献		(242)
(10)	数学教学大纲	第二章
(18)	数学教学大纲	第三章
(20)	数学教学大纲	第四章
(24)	数学教学大纲	第五章
(27)	数学教学大纲	第六章
(29)	数学教学大纲	第七章
(32)	数学教学大纲	第八章
(34)	数学教学大纲	第九章
(37)	数学教学大纲	第十章
(39)	数学教学大纲	第十一章
(42)	数学教学大纲	第十二章
(44)	数学教学大纲	第十三章
(47)	数学教学大纲	第十四章
(50)	数学教学大纲	第十五章
(53)	数学教学大纲	第十六章
(56)	数学教学大纲	第十七章
(59)	数学教学大纲	第十八章
(62)	数学教学大纲	第十九章
(65)	数学教学大纲	第二十章
(68)	数学教学大纲	第二十一章
(71)	数学教学大纲	第二十二章
(74)	数学教学大纲	第二十三章
(77)	数学教学大纲	第二十四章
(80)	数学教学大纲	第二十五章
(83)	数学教学大纲	第二十六章
(86)	数学教学大纲	第二十七章
(89)	数学教学大纲	第二十八章
(92)	数学教学大纲	第二十九章
(95)	数学教学大纲	第三十章
(98)	数学教学大纲	第三十一章
(101)	数学教学大纲	第三十二章
(104)	数学教学大纲	第三十三章
(107)	数学教学大纲	第三十四章
(110)	数学教学大纲	第三十五章
(113)	数学教学大纲	第三十六章
(116)	数学教学大纲	第三十七章
(119)	数学教学大纲	第三十八章
(122)	数学教学大纲	第三十九章
(125)	数学教学大纲	第四十章
(128)	数学教学大纲	第四十一章
(131)	数学教学大纲	第四十二章
(134)	数学教学大纲	第四十三章
(137)	数学教学大纲	第四十四章
(140)	数学教学大纲	第四十五章
(143)	数学教学大纲	第四十六章
(146)	数学教学大纲	第四十七章
(149)	数学教学大纲	第四十八章
(152)	数学教学大纲	第四十九章
(155)	数学教学大纲	第五十章

绪 论

一、数学教育发展简史

数学是一门古老的学科,随着数学的产生与发展,数学教育也相继出现并不断得到发展。

我国数学教育有着悠久的历史。据记载,早在五六千年前就产生了数学的萌芽知识,其传授与生产、生活紧密联系在一起,当时人们还不可能有意识地将数学教育分离出来,单独进行研究。大约在三四千年前才出现数学教育的雏形。周代的教学内容“礼、乐、射、御、书、数”六艺,其中,“数”即数学,它可能是我国最早成形的数学教育。公元1世纪前后成书的《九章算术》和《周髀算经》两本书,特别是《九章算术》被公认为数学史上的传世名著,成为世界数学的源泉之一。

我国秦汉时期开始创建小学,明确数学作为学习科目。魏晋南北朝时期,以《九章算术》为主要内容初步形成了数学教育的基础,出现了赵爽、刘徽、祖冲之等数学家,产生了《海岛算经》、《孙子算经》、《夏侯阳算经》、《张邱建算经》、《缀术》等专著。隋唐时期开创科举制度,中央设有明算科和专门学校,用以选拔和培养数学专门人才,出现了王孝通、僧一行、李淳风等数学家,产生了《缉古算经》、《大衍历法》、《韩延算术》等专著。宋元时期,数学教育进一步发展与普及,出现了贾宪、沈括、秦九韶、李冶、杨辉、郭守敬、朱世杰等数学家,编著了《黄帝九章算术纲要》、《梦溪笔谈》、《数书九章》、《测圆海镜》、《详解九章算术法》、《授时历》、《算学启蒙》、《四元玉鉴》等专著。明清时期,数学教育既有普及的一面,又有停滞中断的一面,出现了程大位、梅文鼎、徐光启、李善兰等数学家,编

著或翻译了《算法统宗》、《赤水遗珍》、《同文算指》、《数理精蕴》等专著。后来随着西方数学的引入,科举制度的废除,各地普遍创办了中等、高等学校,数学成了重要课程。辛亥革命和五四运动后,数学教育获得了进一步的推广与普及,特别是新中国成立后,我国数学教育进入了一个蓬勃发展的新时期。

在国外,大约在四五千年前,埃及已有了算术、几何方面的数学书籍,并出现了数学教育的形式。公元前3世纪的希腊数学教育就已达到一定的规模和水平,其中最大成就首先要说欧几里得(Euclid)的《几何原本》。其影响之大、范围之广,至今仍是任何一本数学书籍所无法比拟的。17世纪中叶西方资本主义的兴起,促进了数学教育的发展,后几经改革,20世纪初已形成了各具特色的数学教育体系。

可见,数学教育自古有之,源远流长。当然,在人类历史的长河中,数学教育最初只能是初步的、零散的,后来随着生产与经济的发展,数学应用范围的扩大,数学在学校中地位的确立,数学教育得到了进一步发展,同时人们对数学教育自身规律性的研究也重视起来了。

在国外,“数学教学法”这个名词最早于1803年出现在瑞典教育家别斯塔洛奇《关于数的直觉理论》的著作中;在我国,数学教学法是随着师范教育的兴起而产生、形成和发展的。但是数学教学法作为一门科学,是从19世纪初开始,近半个世纪以来才得到迅速发展的。

1904年,清政府颁布的《钦定初级师范学堂章程》中规定:在算学教学中兼教算术及几何代数之次序方法。同年颁布的《钦定优级师范学堂章程》中进一步规定:把包括算术教授法在内的各种教授法列为必修课。辛亥革命后,随着师范教育的发展,数学教学法成为独立的学科,1947年刘开达编著我国最早的一部数学教学法教材《中学数学教学法》。新中国成立后,东北师范大学率先开设此课,后来各师范院校都纷纷仿效。“文革”后,随着教学大纲的

颁布,出版了十三所师范院校协编的教材,课时也都得到了保证,教学要求基本趋于统一,且陆续出版了多种教材。

数学教学法是以一定的时期,某一社会所提出的教学目的为依据,研究数学处于一定的发展时期数学教学的规律性。其核心是教材、教法的问题,这就是长期以来人们将这门课程称为数学教材教法或数学教学法的原因所在。

由于数学教学的规律性,它一方面必然受到数学本身与社会的发展所制约,且与之相适应;另一方面又必然随着教育学、心理学、哲学、工艺学等的发展与人们对数学教学过程认识的深化而发展。随着对数学教学的要求越来越高和科学地认识数学教学规律的需要,近二十年来,在数学教学法的基础上,数学教育学逐步创建起来了。

二、社会发展与数学教育改革

社会发展的复杂性,市场经济的多元化;数学领域的各个学派,教育理论科学的诸多理论;地方办学、分级管理的教育体制,一纲多本乃至多纲多本的课程改革局面;……所有这一切,意味着未来的数学教育绝对不可能只是一种思想、一个流派、一套大纲、一本教材。21世纪的数学教育必然学派林立,异彩纷呈:有的注重展示过程;有的注重分析结论;有的强调理论性、系统性;有的强调大众化、生活化;有的推崇代数化、机械化;有的偏好几何证明、逻辑推理;有人认为知识是第一位的,有人认为能力更重要,也有人说自信心的培养、品德的养成是当务之急。当然,多元化并不排斥统一性,作为基础教育阶段的数学教育,各种改革思潮都要回答同样的问题——数学该不该面向大众?数学能不能面向大众?数学如何面向大众?

(一) 社会呼唤数学面向大众

(1) 市场经济需要人们掌握更有用的数学。社会主义市场经济将成为今后几十年内我国人民社会政治生活、经济生活的主旋

律。过去,在计划经济体制下,从广大百姓、厂长、经理,到县长、市长,直至上层领导干部,其一切经济活动就是生产——完成计划、超额完成计划,不管经营,不论效益。然而今天,特别是今后的几十年,随着承包制、租赁制、股份制的进一步推行,市场经济的逐步完善,无论是城市还是广大的农村,几乎每一个生产者同时也将成为经营者,产品质量、市场销售与个人利益直接挂钩。因而成本、利润、投入、产出、贷款、效益、股份、市场预测、风险评估等一系列经济词汇将成为人们社会生活中使用得最为频繁的词汇。同时,人们日常生活中的经济活动也将更为丰富多彩,买与卖、存款与保险、股票与债券……几乎每天都会碰到。相应的,与这一系列经济活动相关的数学(俗称盘算的学问)自然就应该更早、更多地中小学课堂中出现。如比和比例、利息与利率、统计与概率、运筹与优化,以及系统分析与决策……

(2)科学技术的迅速发展,特别是信息时代的到来,要求人们具有更高的数学修养。科学研究发现,现代高科技越来越表现为一种数学技术。这一点在海湾战争中表现得尤为突出,海湾战争实质上是一场电子战。所谓电子技术归根到底是数学技术,无论从武器装备、兵力布置直至后勤保障,特别是战争过程的预测,所有的这一切都首先借助于计算机模拟屏,通过计算机的协调来实现。因而高科技的发展、应用,把现代数学以技术化的方式迅速辐射到人们日常生活的各个领域。智能机器人、办公自动化,以及计算机储蓄、售货和私人电脑等电子产业将高速发展。据统计,发达国家中从事信息产业的人数占就业人口的50%左右,以此推算,到本世纪中叶,我国要跻身于世界强国之林,就需要有几亿人从事第四产业。因此,在新世纪,作为一个普通百姓,“计算机盲”像今天的文盲一样可以生活下去,但过得不会很自在。

(3)人们的生活质量有待数学知识的丰富而提高。随着生活水平的提高,人们的饮食、穿着、住房、交通和通讯条件将会出现极大的变化。过去,人们迫切追求的是从无到有,而今后,人们追求

的将是营养、美观、舒适,有利于身心健康等一系列更高层次的目标。特别值得一提的是,以往局限于自己狭小的生活空间,村、镇、乡、县城是绝大多数中国百姓一生所能见、所能想象的地理空间。今后,随着交通工具的现代化,人们经济活动的频繁,生活水准的提高,世界将会变得很小,私人汽车、旅游度假、因公外出、出国观光,以及国际国内长途、国际国内航线,这一切平常百姓将不再陌生,而伴随着这一切的出现,需要人们具备更多的能有效运用的数学知识、思想和方法。

(4)数学语言正在生活化,或者说,生活中需要越来越多的数学语言。数学语言可以说是迄今为止唯一的世界通用语言。以准确、简明、抽象著称的数学语言正越来越多地进入人们的日常生活。“+ (正)、- (负)”号通过电视进入千千万万个家庭,儿童日复一日耳濡目染;各种统计图表,比例、分数、小数、百分数符号频繁见于报端;生产进度、交通事故、股市行情等迥然不同的领域却在运用着几乎同样的数学符号向各行各业的普通百姓传递着大量的信息。铁道部门有一条规定,旅客所携带的行李外形大小限于长、宽、高之和不超过 160 cm,这意味着南来北往的每一位旅客都应对象体长、宽、高的概念有准确的理解,并能灵活运用,因为这是一个典型的不定方程问题。又譬如,以往学校的成绩报告单上只有各学科百分制的成绩。现在却有相当多的学校引进了标准分,就是说,作为学生家长的普通公民,应该具有更多的统计常识;至于高考语文、数学以 150 分记分,体现了数学上的加权思想,这类事例更是俯拾即是。

(二)大众数学的提出也是数学教育改革的必然

一方面,基础教育的教学大纲和教材中规定的学习内容,大多数学生都学不好。

1987 年由国家教委组织、华东师范大学承办的全国 15 个省市的初中数学教学抽样调查表明,初中生达到数学合格水平的学生只占同龄人的 $\frac{1}{3}$ 左右(在 1992 年义务教育初中数学课试验情

况调查中,合格率虽有所提高,但仍未见大的改观)。这说明,在这种教育体制下,有相当多的学生会由于数学不合格而导致学校生活的失败。这种打击(人生第一站)所造成的精神创伤将伴随着人的一生,由此造成的社会人力资源损失无法估量。难怪我国一位教育界前辈曾尖锐地指出:我国的教育体制是一种培养失败者的教育——小学毕业后,成功的考上了重点初中,失败的或走向社会,或进入普通初中;初中毕业后,成功的考上了重点高中,失败的或走向社会,或进入普通高中、职业高中;高中毕业后,成功的考上了大学,失败的则流向社会;……由此细细品味不难发现,在我国,差不多有95%的年轻人是以一种失败者的心态踏入社会的,长此以往必将影响到整个民族的精神状态,遗憾的是,在这种淘汰制度下,数学充当着极不光彩的“刽子手”角色。

另一方面,社会所必需的大量数学知识、修养在学校数学中学不到。

这是一个更为严重的问题,学生在校学习的是大量人为编造的数学问题,以及繁、难、杂的数学运算与数学证明技巧。如“去分母、去括号、移项、合并同类项、两边同除以未知数的系数”这类机械操作性极强的运算步骤却成了方程部分的重点内容,而如何将一个实际问题转化为数学问题,如何运用数学模型解释生活现象,如何评价运算结果,解决实际问题,却成了很次要的东西,几乎鲜为人知。人们在生活中常常遇到的储蓄问题、规划问题,则被视为雕虫小技,有些只能在课外小组或者数学竞赛中才会见到。

与世界各主要国家相比,我国中小学数学内容是最多、最难的,结构体系是最为陈旧的。教学内容严重脱离现实生活尤为突出。

(三)针对大众数学而言数学教育面临着亟待解决的两类矛盾

上述分析表明,我国数学教育正面临着两类亟待解决但性质迥异的矛盾,应具体问题具体分析。

(1)一方面,现代社会处处充满数学,每个人都应具备更多的

数学知识才能更好地适应日常生活;另一方面,现代数学的发展越来越只能为少数人所掌握,甚至没有一位数学家能够有信心地说他了解数学的所有方面。我们应该看到,这一矛盾是数学教育发展过程的矛盾,是需要与可能这对永恒矛盾在数学教育中的具体表现。任何一个处于现代化进程中的国家,其数学教育工作者都会面临这一矛盾。在我国,随着经济的发展,这个矛盾早已显现,并日益尖锐化。这一矛盾将构成本世纪初我国数学教育发展的内在动力要素。

(2)基础教育大纲下的中小学数学课程体系,相当多的学生掌握不了,相当多的内容学了没用(甚至会产生副作用),但考试指挥棒迫使他们非学不可。而与此同时,很多既有实用功能,又有智力价值,并且能够联系学生的生活实际可以让学生掌握的内容,却又学不到。它集中地反映了我国数学教育体制的弊端,说明我国的数学教育状况严重滞后于社会发展,必须用新的改革思路来彻底根治。

因此,大众数学为解决这两类矛盾提供了一个良好的结合点,以大众数学为指导,形成新的数学教育思想和实践体系,已势在必行。

“大众数学”作为一种新的数学教育思想,充分体现了基础教育的基本精神。以大众数学为指导,彻底改革数学教育体制,形成新的数学教育思想和实践体系,特别是创造出适合于每一个人的学校数学课程,是未来数学教育改革的必由之路。

三、国际数学教育改革的特点与启示

新技术革命、信息时代的冲击,使我们面临着技术进步、伦理道德、价值目标、劳动就业等多方面的挑战,这影响着数学教育、迫使数学教育要作出反应。

上世纪80年代,数学教育发展的三大趋势:“大众数学”、“解决问题”、“服务性科学”,影响到了上世纪90年代,事实上也必将

影响到本世纪。

“大众数学”的提法是 1984 年在第五届国际数学教育大会(ICME-5)上正式形成的,流传至今,几乎成为数学教育广泛认同的行动纲领。

“大众数学”就是将数学设计得能有效地教给学生,但数学教给学生,未必人人都懂。教师需要按照学生的能力水平或成绩标准,教给不同类型的数学,或以不同的速度教同样的数学。

“大众数学”决定了数学课程的内容,为了让大多数人掌握数学,因此数学不能分得过细过死,应设计更多的综合类知识,因为综合性的数学知识更便于应用;内容的编排形式则从为考试的“狭而深”走向大众化的“广而浅”,着重理解数学的含义而不求习题的“高”、“难”;数学课再也不是单纯的形式逻辑的思想体操,它必须破除形式主义的封闭体系,采取适合广大学生兴趣的更直观、更多经验性的体系,片面强调逻辑训练而忽视应用的倾向,也是和大众数学的口号相违背的。

“解决问题”是在 1989 年 4 月美国的全国数学教师联合会发表的《关于行动的议程》的报告中提出的。

究竟什么是“解决问题”尚无统一的看法,其关键在于什么是问题。一般认为,对学生来说,一个问题必须有接受性(学生愿意考虑它)、障碍性(学生不能一眼看出,需要思考)、探究性(学生不能按常规方法去套,无须探索研究),那么这种问题与习题、考题有何区别呢?做习题通常有教师做过的范例供参考,往往是一种常规技术的运用或用简单的组合变化,学生只要避免无意识的错误就可以保证成功。

数学作为服务性学科是 1986 年 4 月在意大利的尤定召开的一次特别会议所讨论的主题,强调数学应是“科学的侍女”,也许数学只有“服务”得好,才有资格当“科学的女王”。数学的应用是中学数学教育的一个方向性问题,应当加强数学与其他学科之间的联系,打破“自我封闭”的孤立体系。

1989年1月,美国全国研究委员会的数学科学部与数学科学教育部联合写给美国当局一份报告:《人人有份——致国家的一份关于数学教育之未来的报告》。报告中指出:面对21世纪和信息化的到来及国际竞争的驱使,要求未来的工作人员在智力上能适应工作,更聪明地工作比更用力地工作来得重要,这使得数学成为很多行业的必备知识,使他们能进行数学式的思维,并提出了七个转变:

第一,中学数学教学目标应从双重使命(多数人学很少的数学,少数人学进一步的数学)转变到单一目标:为所有学生提供重要的、共同的核心数学。

第二,数学教学从“传授知识”的传统模式转变到以激励学习为特征的、以学生为中心的实践模式。

第三,公众对数学的态度从冷漠和敌意转到承认数学在今日社会中的重要性。

第四,数学教学从热衷于无数的常规练习转变到发展有广阔基础的数学能力。

第五,数学教学从强调为学习进一步的课程的需要转变到更多地强调学生今日和将来所需要的课程。

第六,数学教学从原始的纸笔计算转变到使用计算器和计算机计算。

第七,公众对数学的认识从“一些随心所欲的法则构成的不变教条”转到“关于模式的严格而生动的科学”。

这七个转变可以概括国际上20世纪末数学教育改革的发展趋势和前景。

新技术革命对数学教育发展还有一个不可忽视的推动因素是计算机,自从班级授课出现后的数百年间,教学的主要方式是教师讲、学生听。而新的教育理论则强调学生是学习的主体,教师应沿着学生的思维去启发、激励学生自发的学习意图,从而让学生有一定的主动性去理解和接受知识,只有这样,才可能培养出知识丰