



双博士系列

高等学校数学教材配套辅导用书

高等数学辅导

- ◎ 考点精要
- ◎ 理解记忆方法
- ◎ 题型归纳
- ◎ 历年真题解析
- ◎ 应试技巧
- ◎ 知识网络图解

同济五版 · 高等数学

(上下册合订本配套用书)

主 编 北京大学数学科学学院
邹本腾 漆 毅 王奕清
编 写 双博士数学课题组
总策划 胡东华



机械工业出版社
China Machine Press



双博士精品系列

013
Z966:4

高等数学辅导

同济五版·高等数学

(上下册合订本配套用书)

主 编 北京大学数学科学学院
邹本腾 漆 毅 王奕清
编 写 双博士数学课题组
总策划 胡东华



机械工业出版社

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标(见右图),该图标已由国家商标局注册登记。未经本策划人同意禁止其他单位或个人使用。



图书在版编目(CIP)数据

高等数学辅导/邹本腾等主编

-北京:机械工业出版社,2003.9

ISBN 7-111-12815-X

I. 高... II. 邹... III. 高等数学—高等学校—教学参考资料. IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 070510 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮编:100037)

责任编辑:荆宏智 郝峥嵘

责任校对:郝峥嵘 赵丽萍

封面设计:蒲菊祥

责任印制:何全君

北京高岭印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

2003 年 9 月第 2 版 第 1 次印刷

85mm × 1168mm 1/32 印张 24.125 字数 931 千字

定价:25.00 元



©版权所有 违法必究

<http://www.bbdt.cc>(中国教育考试双博士网站)

<http://www.cmpbook.com>(机械工业出版社网站)

如有字迹不清、缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换。

<http://www.bbdd.cc>

“考研押题讲座”免费授课计划

一、内容: 考研政治、英语、数学(一、二、三、四)、西医综合科目考前一个半月押题讲座

二、讲座总策划及献爱心人: 胡东华

三、讲座资料提供:

北大、清华、人大考研辅导班资料采编组

联合提供

京城考研命题信息搜集研究组

四、免费讲座时间: 2003年12月1日~2004年1月15日

五、网站: 中国教育考试双博士网站: <http://www.bbdd.cc>

六、课程表:

时 间 科 目	12月第1周	12月第2周	12月第3周	12月第4周	1月第1周	1月第2周
政 治	马克思主义哲学 马克思主义 政治经济学	毛泽东思想概论	邓小平理论 与“三个代表” 重要思想概论	当代世界经济 与政治 形势与政策	网上通知	网上通知
英 语	听力	英语知识运用	阅读理解 A (命题趋势)	阅读理解 B (英译汉)	写作命题预测 及背诵范文	网上通知
数 学 一	高数 (1~5)	高数 (6~11)	线性代数	概率论与 数理统计	网上通知	网上通知
数 学 二	高数(1~3)	高数(4~6)	高数(7~11)	线性代数	网上通知	网上通知
数 学 三	微积分 (1~5)	微积分 (6~10)	线性代数	概率论与 数理统计	网上通知	网上通知
数 学 四	微积分 (1~5)	微积分 (6~10)	线性代数	概率论	网上通知	网上通知
西 医 综 合	生理学 生物化学	病理学	外科学	内科学	网上通知	网上通知

(如有变化,另行通知)

双博士品牌 真情大奉献

来自北京大学研究生会的感谢信

双博士:

您好!

首先感谢您对北京大学“十佳教师”评选活动的热情支持和无私帮助! 师恩难忘, 北京大学“十佳教师”评选活动是北京大学研究生会的品牌活动之一, 是北京大学所有在校研究生和本科生对恩师情谊的最朴素表达。双博士作为大学教学辅导及考研领域全国最大的图书品牌之一, 不忘北大莘莘学子和传道授业的老师, 其行为将永久的被北大师生感怀和铭记。

作为考研漫漫征途上的过来人, 双博士曾陪伴我们度过无数个考研岁月的日日夜夜, 曾带给我们无数个明示和启发, 当然也带给我们今天的成功。

特致此信, 向双博士表达我们内心长久以来的感激之情, 并祝愿双博士事业蒸蒸日上。

北京大学研究生会
二零零二年十二月

郑州某大学学生的来信

双博士:

您好!

.....

我曾购买了“双博士”的《大学英语精读课文辅导》(3)、(4)册, 并且我认为质量很好, 因为我在准备 2001 年 6 月份的全国四级考试前没买太多的辅导资料, 仅是每天背《辅导》上的知识点, 另外又做(看)了双博士的模拟题、真题解析及词汇, 而我却考出了 94.5 分的骄人成绩, 真应感谢双博士为我们带来了如此上乘的资料。我信赖双博士, 也相信考研中借助双博士的力量, 会取得更好的成绩。所以我在您寄来的书目中挑了一下, 如果可以的话, 我想得到代号为“RB12”的《考研应试教程(英语分册)》, 或者是代号为“B18A”的《研究生入学考试英语词汇·考点·记忆法·用法详解》。两本书中的任何一本, 我都相信会给我带来好运!

另外,

李 XX

2001 年 11 月 22 日

天津某高校学生的来信

双博士:

你们好!

.....

我们都知道, 英语学习中, 口语是非常重要的, 而《英美流行口语》正是我们所需要的, 是一场及时雨。五一、五四前后, 我校将举办一次口语演讲比赛, 我们将把这几本书作为奖品赠送给口语出色的同学, 相信他们会很意外, 也会很高兴的。双博士为我们着想, 我们也希望能以微小之力量, 给她的工作以支持和回报。其实, 我想, 只要我们真正为爱好英语的同学做了事, 使他们从中受了益, 英语有了提高, 就是对“双博士”最好的回报了, 对不对?

还有, 我校对购买“双博士”图书比较困难, 到书店买, 常被抢购一空, 由老师订购又“姗姗来迟”, 所以, 我想与你们联系, 能否帮同学们统一订购? 如可以, 请将你们的订购时间、办法等以传真方式告诉我。

.....

英语俱乐部部长: 于 XX
2002 年 4 月 24 日

前 言

同济大学应用数学系主编的《高等数学》第五版,与原四版相比,有质的突破,五版不仅仅是增加了少量的内容,而更突出地表现在逻辑论述上更加严密、清晰,在结构形式上层次更加分明,不愧为了一本经典教材。

这本《高等数学辅导》作为同济版《高等数学》的配套参考书,也伴随着同济版《高等数学》的数次修订而一版再版,并以其卓越的品质逐渐在众多的高数参考书中脱颖而出。

本次修订我们在章节安排上完全遵循同济五版的严密逻辑,是一本与教材完全配套的辅导书,严格地区分于同济四版。

本书独特的品质内涵:在每一节的开头,用表格的形式分类列出该节的主要内容,节省了读者做同样工作的时间,这一创意是在胡东华老师的直接指导下完成的,在同类书中尚属首例。对于例题,作者按分类的方式编排,把各种解题的技巧、方法、思路详细介绍给读者,并加了大量的注解,把容易出现的问题指出来,使读者少走弯路。书中加*号的内容较难,读者可根据需要自行选择。另外,每章都有一份提纲挈领的知识网络图,还附有最近几年考研真题评析,使读者对研究生入学考试的高等数学题的形式、难度有一定的了解,也方便有志于考研的读者有针对性地复习。最后是同步自测题及答案。

在编写过程中,总策划胡东华做了大量组织编写及体例策划工作,特此致谢!由于编者水平有限,时间仓促,不妥之处在所难免,希望广大读者不吝批评、指正。

本书属于“双博士”品牌系列丛书中的黄金品牌。

本套丛书从2002年起由科学技术文献出版社改为由机械工业出版社出版,其内容、用纸及印装质量在原基础上均上了一个大台阶,故称之为“双博士精品”系列。

“双博士”品牌系列丛书,以其独有的魅力和卓越的品质被誉为最受大学生欢迎的教学辅导丛书,销量居全国同类书榜首。全国约有三分之一的大学生读过或正在使用本品牌丛书(不含盗版)。本品牌丛书封面、封底都带有双博士书标,此书标已由国家商标局注册。该系列品牌丛书,在读者中已树立起不可替代的品牌形象,引起了媒介的广泛关注。中央电视台1999年9月15日~10月15日在“99全球财富论坛”特别节目及《东方时空》黄金时间强档推出该品牌系列丛书,成为当时图书界传媒热点。1999年11月5日《光明日报》第9版以“图书市场面临商标竞争时代”为标题,以“胡东华系列双博士品牌文教图书引起关注”为副标题做了报道,后被多家报纸转载。《中国青年报》、《新闻出版报》、《中国文化报》、《中国教育报》和《中国大学生》等报刊对该品牌系列丛书也做了相应报道。

目 录

第一章 函数与极限	(1)
§ 1.1 映射与函数	(1)
§ 1.2 数列的极限	(12)
§ 1.3 函数的极限	(15)
§ 1.4 无穷小与无穷大	(18)
§ 1.5 极限运算法则	(19)
§ 1.6 极限存在准则 两个重要极限	(24)
§ 1.7 无穷小的比较	(29)
§ 1.8 函数的连续性与间断点	(32)
§ 1.9 连续函数的运算与初等函数的连续性	(42)
§ 1.10 闭区间上连续函数的性质	(46)
本章知识网络图	(50)
小 结	(51)
历届考研真题评析	(52)
同步自测题	(56)
同步自测题参考答案	(58)
第二章 导数与微分	(66)
§ 2.1 导数概念	(66)
§ 2.2 函数的求导法则	(78)
§ 2.3 高阶导数	(83)
§ 2.4 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数 相关变化率	(85)
§ 2.5 函数的微分	(89)
本章知识网络图	(96)
小 结	(96)
历届考研真题评析	(97)

同步自测题	(99)
同步自测题参考答案	(100)
第三章 微分中值定理与导数的应用	(105)
§ 3.1 微分中值定理	(105)
§ 3.2 洛必达法则	(111)
§ 3.3 泰勒公式	(123)
§ 3.4 函数的单调性与曲线的凹凸性	(132)
§ 3.5 函数的极值与最大值最小值	(139)
§ 3.6 函数图形的描绘	(145)
§ 3.7 曲率	(148)
§ 3.8 方程的近似解	(153)
本章知识网络图	(156)
小 结	(157)
历届考研真题评析	(158)
同步自测题	(171)
同步自测题参考答案	(173)
第四章 不定积分	(188)
§ 4.1 不定积分的概念与性质	(188)
§ 4.2 换元积分法	(191)
§ 4.3 分部积分法	(196)
§ 4.4 有理函数的积分	(200)
§ 4.5 积分表的使用	(214)
本章知识网络图	(215)
小 结	(216)
历届考研真题评析	(216)
同步自测题	(220)
同步自测题参考答案	(220)
第五章 定积分	(224)
§ 5.1 定积分的概念与性质	(224)
§ 5.2 微积分基本公式	(239)
§ 5.3 定积分的换元法和分部积分法	(247)

§ 5.4	反常积分	(257)
§ 5.5	反常积分的审敛法 Γ 函数	(263)
	本章知识网络图	(274)
	小 结	(275)
	历届考研真题评析	(275)
	同步自测题	(282)
	同步自测题参考答案	(284)
第六章	定积分的应用	(295)
§ 6.1	定积分的元素法	(295)
§ 6.2	定积分在几何学上的应用	(296)
§ 6.3	定积分在物理学上的应用	(307)
	本章知识网络图	(308)
	小 结	(308)
	历届考研真题评析	(308)
	同步自测题	(312)
	同步自测题参考答案	(312)
第七章	空间解析几何与向量代数	(316)
§ 7.1	向量及其线性运算	(316)
§ 7.2	数量积 向量积 * 混合积	(323)
§ 7.3	曲面及其方程	(336)
§ 7.4	空间曲线及其方程	(345)
§ 7.5	平面及其方程	(350)
§ 7.6	空间直线及其方程	(356)
	本章知识网络图	(374)
	小 结	(375)
	历届考研真题评析	(376)
	同步自测题	(379)
	同步自测题参考答案	(380)
第八章	多元函数微分法及其应用	(381)
§ 8.1	多元函数的基本概念	(381)
§ 8.2	偏导数	(392)

1325	§ 8.3	全微分	(395)
1330	§ 8.4	多元复合函数的求导法则	(400)
1335	§ 8.5	隐函数的求导公式	(405)
1340	§ 8.6	多元函数微分学的几何应用	(409)
1345	§ 8.7	方向导数与梯度	(413)
1349	§ 8.8	多元函数的极值及其求法	(415)
1349	§ 8.9	二元函数的泰勒公式	(421)
1350	§ 8.10	最小二乘法(略)	(423)
1351		本章知识网络图	(424)
1351		小 结	(424)
1351		历届考研真题评析	(425)
1351		同步自测题	(430)
1351		同步自测题参考答案	(431)
	第九章	重积分	(435)
1351	§ 9.1	二重积分的概念与性质	(435)
1351	§ 9.2	二重积分的计算方法	(441)
1351	§ 9.3	三重积分	(456)
1351	§ 9.4	重积分的应用	(470)
1351	§ 9.5	含参变量的积分(略)	(476)
1351		本章知识网络图	(476)
1351		小 结	(477)
1351		历届考研真题评析	(477)
1351		同步自测题	(482)
1351		同步自测题参考答案	(485)
	第十章	曲线积分与曲面积分	(503)
1351	§ 10.1	对弧长的曲线积分	(503)
1351	§ 10.2	对坐标的曲线积分	(510)
1351	§ 10.3	格林公式及其应用	(516)
1351	§ 10.4	对面积的曲面积分	(523)
1351	§ 10.5	对坐标的曲面积分	(528)
1351	§ 10.6	高斯公式 通量与散度	(533)

§ 10.7 斯托克斯公式 环流量与旋度	(540)
本章知识网络图	(546)
小 结	(547)
历届考研真题评析	(549)
同步自测题	(557)
同步自测题参考答案	(559)
第十一章 无穷级数	(574)
§ 11.1 常数项级数的概念和性质	(574)
§ 11.2 常数项级数的审敛法	(580)
§ 11.3 幂级数	(598)
§ 11.4 函数展开成幂级数	(612)
§ 11.5 函数的幂级数展开式的应用(略)	(619)
§ 11.6 函数项级数的一致收敛性及一致收敛级数的基本性质	(619)
§ 11.7 傅里叶级数	(629)
§ 11.8 一般周期函数的傅里叶级数	(640)
本章知识网络图	(643)
小 结	(644)
历届考研真题评析	(645)
同步自测题	(649)
同步自测题参考答案	(651)
第十二章 微分方程	(660)
§ 12.1 微分方程的基本概念	(660)
§ 12.2 可分离变量的微分方程	(663)
§ 12.3 齐次方程	(666)
§ 12.4 一阶线性微分方程	(670)
§ 12.5 全微分方程	(673)
§ 12.6 可降阶的高阶微分方程	(681)
§ 12.7 高阶线性微分方程	(684)
§ 12.8 常系数齐次线性微分方程	(687)
§ 12.9 常系数非齐次线性微分方程	(689)

047	§ 12.10 欧拉方程	(693)
047	§ 12.11 微分方程的幂级数解法(略)	(694)
047	§ 12.12 常系数线性微分方程组解法举例	(694)
047	本章知识网络图	(704)
047	小 结	(704)
047	历届考研真题评析	(705)
047	同步自测题	(714)
047	同步自测题参考答案	(715)
附录一:2002 年硕士研究生入学考试理工数学(一)		
047	真题及解析	(721)
附录二:2003 年理工数学(一)《高等数学》部分考点分析		
		(736)
附录三:2003 年理工数学(二)《高等数学》部分考点分析		
		(745)
附录四:2003 年经济数学(三)《微积分》部分考点分析		
		(750)
附录五:2003 年经济数学(四)《微积分》部分考点分析		
		(756)

第一章

函数与极限

在这一章里,我们首先简单复习一下函数的定义、性质和几个常用的初等函数(我们省略了映射部分的内容).然后研究序列、函数的极限,这其中包括它们几种情况下的不同定义形式和例题.最后我们讨论函数的连续性,以及如何利用函数的连续性的一些性质证明一些命题.

§ 1.1 映射与函数

1.1.1 考试内容及理解记忆方法

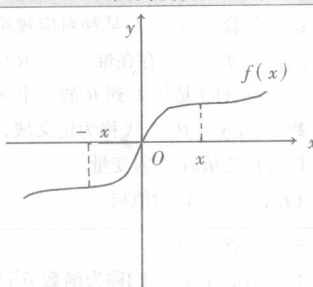
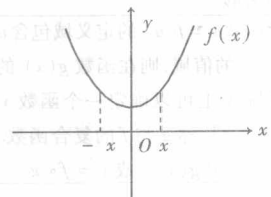
表 1.1-1 函数及相关的定义

名称	定 义	要点	补充说明
函数	给定集合 X , 若存在某种对应规则 f , 对于 $\forall x \in X$, 存在惟一 $y \in R$ 与之对应, 称 f 是从 X 到 R 的一个函数, 记作 $y = f(x)$; X 称为定义域, x 称为自变量, y 为因变量. $\{f(x) \mid x \in X\}$ 为值域	对应规则、定义域	
函数的图形	平面上点集 $\{(x, f(x)) \mid x \in X\}$ 称为函数 $f(x)$ 的图形		
复合函数	设函数 $y = f(u)$ 的定义域包含 $u = g(x)$ 的值域, 则在函数 $g(x)$ 的定义域 X 上可以确定一个函数 $y = f[g(x)]$, 称 g 与 f 的复合函数. 记作 $y = f[g(x)]$ 或 $y = f \circ g$	对应规则、定义域、值域	结合律成立, $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$, 但没有交换律, 即 $f \circ g \neq g \circ f$

(续)

名称	定义	要点	补充说明
一一对应	设 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 若由 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, 或者由 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是一一对应的		一一对应的函数把不同的 x 变成不同的 y
反函数	设 $y = f(x)$ 在 X 上是一一对应的, 值域为 $Y, \forall y \in Y$, 用满足 $f(x) = y$ 的惟一确定的 $x \in X$ 与之对应, 由这样的关系所确定的函数 $x = f^{-1}(y)$ 就称为原来函数 $y = f(x)$ 的反函数		$f: X \rightarrow Y$ $f^{-1}: Y \rightarrow X$ $f^{-1}(f) = I_X: X \rightarrow X$ $f \circ f^{-1} = I_Y: Y \rightarrow Y$ $(f^{-1})^{-1} = f: X \rightarrow X$ I_X 表 X 上恒同变换
初等函数	基本初等函数经过有限次的四则运算及复合运算后所得到的函数	有限次复合	

表 1.1 - 2 函数的几种特性

性质	定义	图例或说明
奇偶性	奇函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数	
	偶函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数	

(续)

性质	定义	图例或说明
单调性	单调上升(单调递增) 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X,$ 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow$ $f(x_1) \leq f(x_2)$	
	单调下降(单调递减) 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X,$ 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow$ $f(x_1) \geq f(x_2)$	
若严格不等号成立,则称严格单调上升(下降)		
有界性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\exists M > 0, \forall x \in X,$ 有 $ f(x) \leq M$ (或 $\exists m, M,$ 使得 $m \leq f(x) \leq M$ 成 立), 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是有界函数	<p>即函数的图形位于 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间</p>
无界性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\forall M > 0, \exists x' \in X,$ 使 得 $ f(x') > M$, 则称 $f(x)$ 在 X 上无界	例: $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 因为 $\forall M$ $> 0,$ 取 $x' = \frac{1}{3M},$ 则 $f(x') = 3M > M$

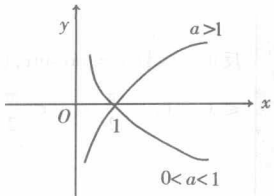
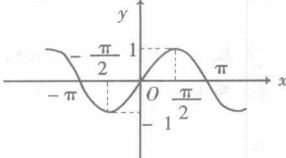
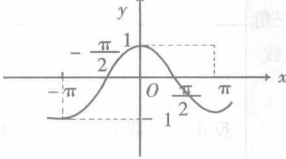
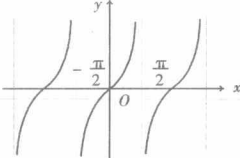
(续)

性质	定义	图例或说明
周期性	<p>函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上定义, 若 $\exists T > 0$, $\forall x \in (-\infty, +\infty)$, 有 $f(x+T) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是周期为 T 的周期函数. 若在无穷多个周期中, 有最小的正数 T, 则称 T 为周期函数 $f(x)$ 的最小周期, 简称周期</p>	<p>若 T 是 $f(x)$ 的周期, 则 (1) $f(x+kT) = f(x)$, (k 为整数); (2) $f(ax+b)$ ($a \neq 0, b \in R$) 是一个以 $\left \frac{T}{a} \right$ 为周期的函数</p>

表 1.1-3 基本初等函数

名称	定义式及性质	图例
常数函数	$y(x) = c, (-\infty < x < +\infty)$. 平行于 x 轴, 过 $(0, c)$ 点的直线	
幂函数	$y = x^a, (0 < x < +\infty, a \neq 0)$ $a > 0$ 时, 函数 x^a 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $a < 0$ 时, 函数 x^a 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = x^a$ 与 $y = x^{\frac{1}{a}}$ 互为反函数	
指数函数	$y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ $a > 1$ 时, 函数 $y = a^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上严格上升 $a < 1$ 时, 函数 $y = a^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上严格下降	

(续)

性质	定 义	图例或说明
对数函数	$y = \log_a x, (a > 0, a \neq 1, 0 < x < +\infty)$ $a > 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $a < 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = a^x$ 与 $y = \log_a x$ 互为反函数. (若 $a = e$, 记 $y = \log_e x$ 为 $y = \ln x$)	
三角函数	正弦函数 $y = \sin x, (-\infty < x < +\infty)$	
	余弦函数 $y = \cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x), (-\infty < x < +\infty)$	
	正切函数 $y = \tan x, (x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	
余切函数 $y = \cot x, (x \neq k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	