

瞬态动力学CAE解决方案

MSC.Dytran

基础教程

卞文杰 万力 吴莘馨 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



瞬态动力学 CAE 解决方案

MSC.Dytran 基础教程

卞文杰 万 力 吴莘馨 编著

北京大学出版社

• 北京 •

内 容 简 介

本书详细介绍了非线性瞬态动力学软件 MSC.Dytran 的功能及其应用方法。主要内容包括 MSC.Dytran 软件的概况、分析方法与分析模型、利用 MSC.Patran 为 MSC.Dytran 进行前处理工作的方法及输入数据的结构、建模工具与手段、MSC.Dytran 软件的运行及其后处理、在实际工程问题中的一些应用。

本书内容全面，讲解深入浅出，不仅注重知识的介绍，还加入了编者的应用体会。通过本书的学习，读者可以迅速掌握 MSC.Dytran 软件，并熟悉非线性瞬态动力学分析方法。本书作为瞬态动力学相关专业的大学生、研究生的教材或学习资料，对机械、国防、航空航天、汽车、船舶和能源等行业相关科研人员都有参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

瞬态动力学 CAE 解决方案 MSC.Dytran 基础教程/卞文杰等编著. —北京：北京大学出版社，2004.10

ISBN 7-301-08064-6

I. 瞬… II. 卞… III. 撞击—动力学—应用软件，MSC.Dytran—教材 IV. 0313.4-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 103999 号

书 名：瞬态动力学 CAE 解决方案 MSC.Dytran 基础教程

著作责任者：卞文杰 万 力 吴莘馨 编著

责任编辑：胡伟晔

标准书号：ISBN 7-301-08064-6/TP · 0028

出版者：北京大学出版社

地 址：北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址：<http://cbs.pku.edu.cn>

电 话：邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62765126

电子信箱：xxjs@pup.pku.edu.cn

排 版 者：北京东方人华北大彩印中心 电话：62754190

印 刷 者：河北深县鑫华书刊印刷厂

发 行 者：北京大学出版社

经 销 者：新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 18.75 印张 447 千字

2004 年 11 月第 1 版 2004 年 11 月第 1 次印刷

定 价：39.00 元

前　　言

计算机辅助工程(Computer Aided Engineering, CAE) 分析技术诞生于 20 世纪中叶, 是随着计算数学、计算机技术的发展而出现的, 是利用计算机对工程设计中所涉及的各种学科问题进行数值仿真分析的一种现代技术。在现代工程实践中对这一技术应用最广泛的, 可以称作其典型体现的, 是以有限元为主的数值方法对产品的结构或其他机械系统的力学性能进行的分析工作。这一类分析工作又叫 MCAE, 即力学类的计算机辅助工程分析。几十年来, 人们在这一领域进行了大量工作, 包括在基础理论上的研究和在实际工程技术中的实践, 取得了令人瞩目的成果, 带来了巨大的经济效益和社会效益。一系列 MCAE 数值仿真软件就是这些成果的具体体现, 其中最优秀的当属 MSC 系列软件。

MSC.Software 公司创建于 1963 年, 总部设在美国洛杉矶, 是享誉全球的最大的工程校验、有限元分析和计算机仿真预测应用软件(CAE)供应商, 世界最著名、最权威、最可靠的大型通用有限元软件 MSC.Nastran 的开发者。四十多年来, MSC 公司始终领导着世界 MCAE 领域的发展方向, 其产品被世界公认为 MCAE 的工业标准, 用户遍及 100 多个国家和地区, 主要包括设计制造工业公司和研究机构。自 1983 年股票上市以来, MSC.Software 公司通过并购重组, 迅速壮大。在对 CAE 领域的其他公司和软件产品收购的基础上, 经过改造、发展和创新, 推出了一系列新的软件产品, 逐渐覆盖了工程仿真分析的各个方面。

MSC.Software 公司的产品定位于 MCAE 软件业的高端, 如 MSC.Patran 是多种 CAE 求解器的全能前后处理器行家, MSC.Nastran 是线性和动力学分析领域的标准, MSC.Marc 是在非线性分析领域与 ABAQUS 齐名的顶尖好手, MSC.ADAMS 是多体运动学领域的王牌。因此在国防、航空航天、汽车、船舶和能源等对结构分析要求最高的行业中, MSC.Software 软件往往是事实上的标准。

在 1990 年以前, 商用有限元程序都集中在静态求解方案和隐式方法的动态求解方案中。当代非线性有限元软件的另一个分支是显式有限元程序, 其发展里程碑来自于 Lawrence Livermore 国家实验室 John O.Hallquist 博士的工作。1975 年 John 开始其工作, 1976 年首先发布 DYNA 程序。他吸取了许多前人的成果, 并且与加州大学伯克利分校的研究人员 Jerry Goudreau、Bob Taylor、Tom Hughes 和 Juan Simo 等紧密交流合作。John 获得成功的关键因素是与 Dave Benson 合作发展了接触—碰撞相互作用、其令人敬畏的编程效率, 以及显式计算程序 DYNA-2D 和 DYNA-3D 的广泛传播。

在 20 世纪 80 年代, DYNA 程序首先被法国 ESI 公司商品化, 命名为 PAMCRASH, 目前被广泛用于汽车行业, 其功能相对简单, 而且易学易用。在 1989 年, John 领导的 LSTC 公司推出 LS-DYNA, 即商业版的 DYNA 程序。早期由 ANSYS 公司独家代理, 2003 年 MSC.Software 公司介入, 负责 LSTC 公司的所有产品在中国地区的销售, 同时为用户提供各种相关的技术支持、培训和售后服务。

显式有限元软件还有 ABAQUS 公司的 Explicit 和 MSC.Software 公司的 MSC.Dytran, 后者更是集合了 LS-DYNA 和 PISCES 两种软件的功能, 是一个有着通用目的和广泛用途的非线性动态三维有限元分析软件包, 同 MSC.Software 公司的其他产品一样, MSC.Dytran

是瞬态动力学流固耦合领域的一个高端软件，集合了 LS-DYNA(固体)和 PISCES(流体)两种软件的功能，在流固耦合方面具有很强的优势。它采用高效的显式时间积分技术，能模拟多种材料和几何的高度非线性问题，尤其在模拟高速碰撞、结构和零部件的大变形、气体液体流动、流固耦合等方面，具有很强的仿真功能，在多种工程领域具有很大的应用价值，用户遍及全球。从 20 世纪 90 年代初开始，MSC.Dytran 在我国国防、航空、航天、汽车、船舶和能源等工业部门也得到了广泛的应用，为各领域中的产品设计、学术研究和技术创新作出了很大贡献。

本书以 MSC.Dytran 作为瞬态动力学 CAE 解决方案来介绍。本书的出版，有助于国内相关领域的工作者对瞬态动力学 CAE 解决方案的理解和掌握。

本书共分 6 章。第 1 章介绍 MSC.Dytran 软件的概况，第 2 章介绍 MSC.Dytran 分析方法与分析模型的一般知识，第 3 章介绍在进行问题分析时的前处理工作与输入数据的结构，第 4 章介绍 MSC.Dytran 的建模工具与手段，第 5 章是关于 MSC.Dytran 软件的运行及后处理，第 6 章介绍 MSC.Dytran 在实际工程问题中的应用。

清华大学作为 MSC.Software 公司在中国高校的第一个用户，十年来运用 MSC 系列软件，成功地完成了无数结构设计和分析任务，积累了丰富的结构分析工程经验，培养了一大批硕士、博士。在编写本书的过程中，编者先后得到了清华大学何树延教授、于溯源教授、周羽教授、吴鸿麟教授、吴元强教授、张振声教授、刘俊杰副教授、张征明副教授、李笑天副教授、董建令副教授、盛选禹副教授、赵雷副教授、傅激扬讲师、杨国军讲师和徐巍女士的支持与帮助，在此一并表示感谢。同时也感谢浙江大学(也是 MSC 全系列软件的用户)的郭乙木教授和陶伟明副教授，感谢 MSC.Software 公司中国办事处的帮助。

本书是编者在 MSC.Dytran 培训资料的基础上经过修改和扩充而形成的，全书由吴莘馨审稿。

由于编写时间仓促，编者水平有限，错误和不当之处在所难免，恳请广大读者批评指正(E-mail: liwan@tsinghua.edu.cn)。

卞文杰 于多伦多

万力 吴莘馨 于清华园

2004 年 3 月

目 录

第1章 MSC.Dytran 概况	1
1.1 工程中的瞬态动力学问题	1
1.2 MSC.Dytran 及其由来	1
1.3 MSC.Dytran 的特点和主要分析功能	1
1.4 MSC.Dytran 安装后的有关目录	2
1.5 MSC.Dytran 的帮助文档	3
第2章 MSC.Dytran 的分析方法	4
2.1 MSC.Dytran 的拉格朗日求解器	4
2.1.1 有限元方法	4
2.1.2 显式时间积分法	4
2.2 欧拉求解器	7
2.2.1 低阶欧拉算法	7
2.2.2 高阶欧拉算法——近似黎曼解	9
2.3 拉格朗日-欧拉耦合	14
2.3.1 一般耦合	14
2.3.2 任意拉格朗日-欧拉耦合	15
第3章 前处理工作与输入数据的结构	16
3.1 用 MSC.Dytran 分析问题的步骤	16
3.2 在建模过程中使用前处理程序	16
3.2.1 MSC.Patran 简介	16
3.2.2 MSC.Patran 的界面	22
3.2.3 前处理工作概述	34
3.3 输入数据的结构	35
3.3.1 文件管理部分	36
3.3.2 执行控制部分	37
3.3.3 情况控制部分	37
3.3.4 块数据	39
3.4 受压方板的简单算例	60
第4章 MSC.Dytran 的模型	74
4.1 概述	74

4.2 节点	75
4.3 拉格朗日型单元	81
4.3.1 单元的定义	81
4.3.2 三维单元——体单元	86
4.3.3 二维单元——板壳单元	88
4.3.4 二维单元——膜单元	91
4.3.5 刚体	91
4.3.6 一维单元——梁单元	99
4.3.7 一维单元——杆单元	100
4.3.8 一维(标量)单元——弹簧单元	101
4.3.9 一维(标量)单元——阻尼元	103
4.3.10 零维单元——集中质量	106
4.4 欧拉单元	107
4.5 本构模型	109
4.5.1 本构模型的定义方式	109
4.5.2 本构模型的选择	110
4.5.3 材料类型	111
4.5.4 通用材料数据卡的剪切模型	133
4.5.5 屈服模型	134
4.5.6 状态方程	138
4.5.7 材料粘性	141
4.5.8 材料的失效模型	141
4.5.9 层裂模型	143
4.5.10 人工粘性	143
4.6 拉格朗日约束	145
4.6.1 单点约束	145
4.6.2 接触	146
4.6.3 刚性墙	153
4.6.4 捆绑联结	154
4.6.5 可断开联结	156
4.6.6 运动联结	158
4.7 拉格朗日载荷	159
4.7.1 载荷定义	159
4.7.2 集中力与集中力矩	159
4.7.3 分布压力	160
4.7.4 惯性体积力	161
4.7.5 强迫运动	161
4.7.6 初始条件	162
4.8 欧拉载荷与约束	163

4.8.1 欧拉载荷与约束的类型.....	163
4.8.2 流场边界条件.....	163
4.8.3 流动障碍面.....	164
4.8.4 初始条件.....	165
4.8.5 爆炸.....	166
4.8.6 体积力.....	166
4.9 一般耦合.....	167
4.10 具有失效模式的多耦合面.....	170
4.11 任意拉格朗日-欧拉耦合.....	171
4.12 拉延筋模型.....	171
4.13 安全带.....	172
4.13.1 定义.....	172
4.13.2 安全带的物理特性.....	172
4.14 气囊.....	174
4.14.1 气囊的泄漏性.....	178
4.14.2 渗透性.....	181
4.14.3 洞.....	181
4.14.4 气囊上的充气口.....	181
4.14.5 气囊的热传导.....	182
4.14.6 气囊的初始计量法.....	183
4.15 充满气体和液体的密闭容器.....	184
4.16 根据具体的应用类型确定计算方法的默认定义.....	184
4.17 质量放大.....	185
4.18 动力释放.....	186
4.18.1 Alpha 阻尼 VISCDMP.....	186
4.18.2 系统阻尼 VDAMP.....	187
4.19 欧拉求解器的近似黎曼算法.....	188
4.20 水下爆炸波冲击问题的分析.....	189
4.21 外部假人分析程序的使用.....	190
4.21.1 概述.....	190
4.21.2 ATB 的使用.....	190
4.21.3 MADYMO 的使用.....	191
第 5 章 MSC. Dytran 的运行与后处理.....	194
5.1 运行程序前的准备工作.....	194
5.2 程序的执行.....	194
5.2.1 通过命令提交作业.....	194
5.2.2 通过图形界面提交作业.....	196
5.3 程序对内存的要求.....	197

5.3.1 程序自身设定的内存规模.....	197
5.3.2 内存管理.....	197
5.4 用户子程序的使用	198
5.5 与 MSC.Dytran 的运行有关的文件.....	199
5.6 计算结果的输出	202
5.6.1 计算结果的输出控制.....	202
5.6.2 模型中各种实体所具有的输出变量.....	205
5.7 再启动	231
5.8 预应力分析	232
5.8.1 用 MSC.Nastran 的分析结果做预应力初始化的方法.....	232
5.8.2 直接用 MSC.Dytran 对模型进行预应力初始化方法.....	235
5.9 分析的控制	240
5.10 分析的终止	241
5.11 后处理	241
5.12 一个简单算例的运行与后处理演示	243

第 6 章 MSC.Dytran 在实际工程问题中的应用 256

6.1 应用 MSC.Dytran 的工程问题的分类.....	256
6.2 应用 MSC.Dytran 的工程问题的实例.....	259
6.2.1 鸟撞结构.....	259
6.2.2 弹丸侵彻靶体.....	267
6.2.3 爆炸分析.....	271
6.2.4 汽车碰撞及乘员安全性分析.....	279
6.2.5 塑性材料压力成形.....	282
6.2.6 其他应用.....	286

第1章 MSC.Dytran 概况

1.1 工程中的瞬态动力学问题

在很多行业的工程设计问题中都存在瞬态动力学问题，如在飞机设计中需要考虑结构受到飞鸟撞击时所产生的损伤，在船舶设计中需要考虑船体结构与礁石或其他船只发生碰撞时的安全性，在汽车设计中需要考虑发生撞车事故时乘员安全保护装置能否正常工作以及车体在撞击中其强度与刚度如何，在坦克及其他装甲车辆在设计中需要考虑其装甲抵抗弹丸穿透的能力，在炸弹设计中需要考虑其爆炸时产生的威力如何，以及其他不胜枚举的工程应用。这些问题往往都涉及一些瞬态动力学的过程。在过去，由于问题的复杂性，以及手段的欠缺，很难对这些问题进行分析。如果不采用分析的方法，而完全使用试验手段，那么存在研制周期长，经费消耗多，成功率低等弊端。随着计算机辅助工程(CAE)技术的发展，若采用瞬态动力学分析的方法对这些工程设计问题所涉及的特定瞬态动力学过程进行数值仿真，以此作为设计工作的辅助手段，则能极大地提高工作效率。大型通用有限元程序 MSC.Dytran 就是用来满足这一需要的。

1.2 MSC.Dytran 及其由来

Dytran 是 DYNAMIC TRANSIENT ANALYSIS 的缩写，即瞬态动力学分析。

MSC.Dytran 是由 MSC 公司原来的两个瞬态动力学分析程序 MSC.DYNA 与 MSC.PISCES 合并而成。DYNA 与 PISCES 分别是美国与欧洲的国防部门的一些研究机构为解决武器系统设计中常常遇到的瞬态动力学问题而开发的有限元程序，后被 MSC 公司收购，由 MSC 公司进行维护、推广和进一步的开发，成为 MSC 的产品：MSC.DYNA 与 MSC.PISCES。两者虽然同为瞬态动力学分析程序，但不同之处在于：前者采用拉格朗日分析法，适用于固体与固体之间的碰撞；后者采用欧拉分析法，适用于流体的瞬态流动及固体碰撞时的更高撞击速度的情形。合并后的 MSC.Dytran 软件具有更为广泛的适应性，并且由于将拉格朗日求解器与欧拉求解器相互结合起来，能够处理各种流—固耦合问题，所以成为功能十分强大的大型通用有限元瞬态动力学分析程序。

1.3 MSC.Dytran 的特点和主要分析功能

MSC.Dytran 是一种用于分析结构及流体材料的非线性动态行为的有限元程序。该软件

程序采用显式积分法，能够模拟各种材料及几何非线性，特别适合于分析包含大变形、高度非线性和复杂的动态边界条件的短暂的瞬态动力学过程。软件同时提供拉格朗日求解器与欧拉求解器，因而既能模拟结构又能模拟流体。拉格朗日网格与欧拉网格之间可以进行耦合，从而可以分析流体与结构之间的相互作用。软件具有丰富的材料模型，能够模拟从金属、非金属(包括土壤、塑料、橡胶等)到复合材料的各种材料的从线弹性、非线性弹性、屈服、粘性、破坏、剥离到爆炸燃烧等各种复杂的材料行为模式。

MSC.Dytran 目前已在各行业工程设计的问题分析中有了广泛应用，例如：

- 鸟撞航空器结构分析
- 航空器结构坠落撞击分析
- 航空附件产品在振动、冲击环境中的响应分析
- 武器系统设计分析
- 炸药爆炸及结构承受爆炸波载荷的响应分析
- 高速弹丸侵彻靶体过程的分析
- 船舶碰撞分析
- 车辆碰撞分析
- 气囊充气过程分析及与乘员的相互作用分析
- 轮胎排水性分析
- 钣金成形分析
- 储液容器的晃动
- 液压缓冲器性能分析
- 电子电器产品跌落撞击仿真分析
- 饮料瓶在外载荷作用下的非线性屈曲及跌落撞击分析

由于 MSC.Dytran 具有强大的仿真功能，从理论上讲几乎可以模拟任何力学过程，所以用户根据自己的需要，创造性地运用该程序，能够开发出许多新的、精彩的应用功能来，这也正是 MSC.Dytran 的魅力所在。

1.4 MSC.Dytran 安装后的有关目录

以 2002 版为例，MSC.Dytran 安装后的目录及内容如表 1.4.1 所示。

表 1.4.1 MSC.Dytran 的安装目录

目录名	内 容
dtran2002/bin	同运行 MSC.Dytran 的命令有关的文件
dtran2002/Dy-mp	同 MSC.Dytran 的编译有关的文件
dtran2002/dytranexe	MSC.Dytran 的可执行文件
dtran2002/dytranjobs	储存 MSC.Dytran 作业的目录
dtran2002/ExampleProblems	例题

续表 1.4.1

目录名	内 容
dytran2002/Manuals_Acrobat	PDF文件格式的用户手册
dtran2002/SeminarNotes	培训提纲
dtran2002/usr-subrtns	用户子程序模板文件

1.5 MSC.Dytran 的帮助文档

MSC.Dytran 软件配有打印文档及其电子文档，包括为客户提供软件安装和维护手册、介绍该版本新内容的版本发布说明、提供初学者的入门指南、介绍软件理论背景的理论手册、关于软件具体使用方法的参考手册、用于培训的提纲，以及各类问题的例题。

电子文档具有检索、查询功能和动态联检功能，用户可以跨章节或跨手册浏览。借助于超文本链接可获得所需主题的详细信息。

在帮助和支持菜单中，单击“帮助”命令，即可进入帮助系统。帮助系统由以下部分组成：

· 帮助和支持：显示帮助和支持菜单，包括“帮助”、“关于”、“退出”等。

· 安装与卸载：显示安装与卸载帮助，包括“安装向导”、“卸载向导”、“安装与卸载帮助”等。

· 版本发布说明：显示版本发布说明，包括“版本发布说明”、“版本发布说明帮助”等。

· 入门指南：显示入门指南，包括“入门指南”、“入门指南帮助”等。

· 理论手册：显示理论手册，包括“理论手册”、“理论手册帮助”等。

· 参考手册：显示参考手册，包括“参考手册”、“参考手册帮助”等。

· 培训提纲：显示培训提纲，包括“培训提纲”、“培训提纲帮助”等。

第2章 MSC.Dytran 的分析方法

连续介质力学问题的数值解法，都是将分布空间域进行离散，把连续的微分方程转换成有限阶的代数方程组。对于需要求解时间历程的瞬态动力学问题，还要在时间域内进行离散。空间域离散的方法有有限差分法、有限元素法、边界元素法、控制容积法等，分别可以划归为拉格朗日类型和欧拉类型；时间域离散一般采用时间积分法。在空间域的分析上 MSC.Dytran 包含拉格朗日和欧拉两种类型的求解方法；在时间域的分析上 MSC.Dytran 采用时间积分法。

2.1 MSC.Dytran 的拉格朗日求解器

工程中广泛应用的有限元方法即是一种拉格朗日方法。当采用拉格朗日方法时，节点固定在分析对象上。通过联结有关节点形成单元，再由单元组成网格。当分析对象变形时，节点随着材料的移动而移动，同时单元也随之变形。因此，拉格朗日方法计算的是质量恒定的单元的运动。

2.1.1 有限元方法

MSC.Dytran 中的拉格朗日求解器主要用于对结构的分析及对固体材料的分析。与大多数结构分析程序一样，程序采用有限元素法。结构分析的有限元素法，读者应该是很熟悉了，这里不再详细介绍，只是需要指出，在非线性有限元的格式上，MSC.Dytran 采用 UL 方法，即更新的拉格朗日方法，每一步计算都进行刚度矩阵的更新，并且计算的参考坐标系建立在变形后的当前构型基础上。这是 MSC.Dytran 处理非线性问题能力强的原因之一。

由于采用显式积分方法，时间步长极短，所以非线性问题的求解不需要进行迭代。另外，MSC.Dytran 中所采用的单元均为低阶单元。由于 MSC.Dytran 采用显式积分法，适合于使用细密网格，因而采用低精度单元。在采用低精度单元和细密网格的基础上，经过近似处理，可以使系统的质量矩阵不包含耦合项，从而在进行显式时间积分时无须进行矩阵求逆，只需求解关于每个自由度的独立一元一次代数方程，再加上不需要进行迭代，所以计算效率大大提高。

2.1.2 显式时间积分法

1. 隐式时间积分法

包括 MSC.Nastran 在内的大多数结构分析程序采用隐式时间积分来求解瞬态响应。一般它们都使用纽马克法。如果当前系统状态已知的时刻为 t_n ，那么时刻 t_{n+1} 的各物理参数的

近似值应当满足以下方程(也叫运动微分方程):

$$Ma_{n+1} + Cv_{n+1} + Kd_{n+1} = F_{n+1}^{ext}$$

其中 M 为结构质量矩阵;

C 为结构阻尼矩阵;

K 为结构刚度矩阵;

F^{ext} 为外加载荷列阵;

a_{n+1}' 为加速度在时刻 t_{n+1} 的近似值;

v' 为速度在时刻 t_{n+1} 的近似值;

d' 为位移在时刻 t_{n+1} 的近似值。

位移在时刻 t_{n+1} 的近似值可以表达为

$$d_{n+1}' = d_n + v_n \Delta t + [(1 - 2\beta)a_n \Delta t^2]/2 + \beta a_{n+1}' \Delta t^2$$

或

$$d_{n+1}' = d_n^* + \beta a_{n+1}' \Delta t^2$$

速度在时刻 t_{n+1} 的近似值可以表达为

$$v_{n+1}' = v_n^* + \gamma a_{n+1}' \Delta t$$

或

$$v_{n+1}' = v_n + (1 - \gamma)a_n \Delta t + \gamma a_{n+1}' \Delta t$$

其中 Δt 为时间步长, β 、 γ 为常数。

将二者代入运动微分方程, 可得

$$Ma_{n+1}' + C(v_n^* + \gamma a_{n+1}' \Delta t) + K(d_n' + \beta a_{n+1}' \Delta t^2) = F_{n+1}^{ext}$$

即

$$[M + C\gamma\Delta t + K\beta\Delta t^2]a_{n+1}' = F_{n+1}^{ext} - Cv_n^* - Kd_n^*$$

进一步可写为

$$M^* a_{n+1}' = F_{n+1}^{residual}$$

加速度可通过矩阵 M^* 求逆得出

$$a_{n+1}' = M^{*-1} F_{n+1}^{residual}$$

2. 显式时间积分法

将运动微分方程

$$Ma_n + Cv_n + Kd_n = F_n^{ext}$$

改写为

$$Ma_n = F_n^{ext} - F_n^{int}$$

$$a_n = M^{-1}F_n^{residual}$$

其中 F^{ext} 为外载荷矢量;

$F^{int} = Cv_n + Kd_n$ 为内力矢量;

$F^{residual} = F^{ext} - F^{int}$ 为剩余力矢量;

M 为质量矩阵。

加速度可通过对质量矩阵求逆并乘以剩余力矢量求出。

如果 M 为一对角阵, 那么线性方程组将成为一系列关于各个自由度的独立的一元一次方程, 从而可求出加速度

$$a_{ni} = F^{residual} / M_i$$

在时间推进上采用中心差分法

$$v_{n+1/2} = v_{n-1/2} + a_n(\Delta t_{n+1/2} + \Delta t_{n-1/2})/2$$

$$d_{n+1} = d_n + v_{n+1/2}\Delta t_{n+1/2}$$

即假设加速度在一个时间步长内是恒定的。

MSC.Dytran 中的显式积分法不需要做矩阵分解, 程序流程如图 2.1.1 所示。

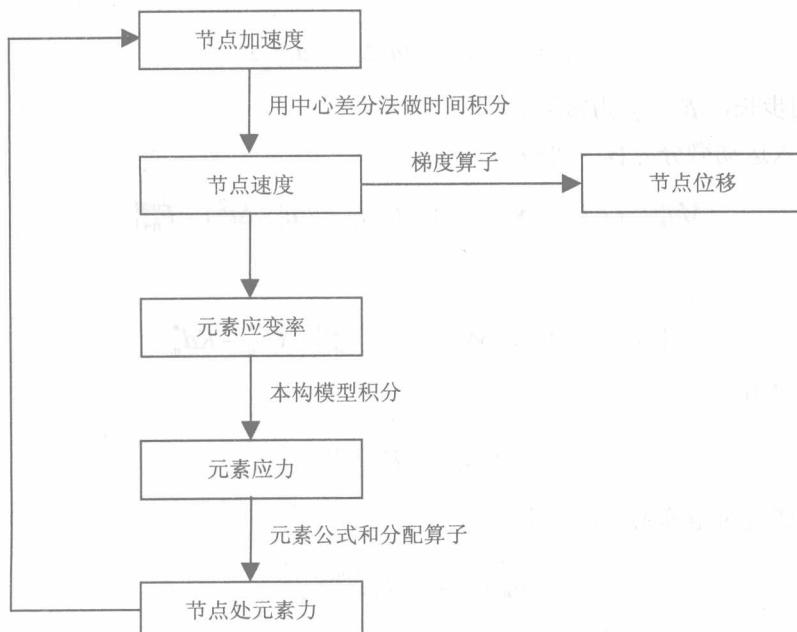


图 2.1.1 显式算法的框图

隐式积分法无条件地稳定，与积分的时间步长无关。然而，对于显式时间积分法，要保持计算稳定，积分时间步长必须小于网格的最小固有周期。这意味着时间步长必须小于应力波跨越网格中的最小元素的时间。一般来讲，显式时间积分的时间步长是隐式时间积分的时间步长的 $1/1000\sim 1/100$ 。但由于在每一步的计算过程中不做矩阵分解，MSC.Dytran 所采用的显式法仍然有很高的计算效率。

2.2 欧拉求解器

欧拉方法主要用于流体流动问题的分析以及固体材料发生很大变形的情况。当采用欧拉方法时，节点固定在空间中，由相关节点连接而成的单元仅仅是空间的划分。欧拉网格是一个固定的参照系。分析对象的材料在网格中流动。材料的质量、动量以及能量从一个元素流向另一个元素。因此，欧拉法计算的是材料在体积恒定的元素中的运动。应当注意的是 MSC.Dytran 中欧拉网格与拉格朗日网格采用同样的方式来定义，网格可以具有任意形状，这样比其他一些仅仅采用矩形网格的欧拉法的程序要灵活得多。

不过，必须记住欧拉网格与拉格朗日网格用法不同。在建立欧拉型网格模型时，最重要的问题是让网格足够大，以能够容纳变形后的全体材料。欧拉网格的作用类似于一个容器，除非专门定义，否则材料不能流出网格。如果网格太小，那么容易引起应力波反射和压力堆积。

MSC.Dytran 中的欧拉求解器在空间域的离散上采用控制容积法，在时间域的离散上采用时间积分法。程序采用的基本单元为八节点的任意六面体单元，此外还有六节点的任意三棱柱单元及四节点的任意四面体单元。单元中可以充满材料，也可以是空的，或者有一部分空间有材料。同时，一个单元中可以同时有几种材料。材料可以是理想流体，也可以是非理想流体。

2.2.1 低阶欧拉算法

一般流体动力学问题需要满足如下的控制方程：

- 质量守衡方程
- 动量守衡方程
- 能量守衡方程
- 状态方程

对于非理想流体，还要满足本构方程。

MSC.Dytran 的欧拉求解器在空间域的离散上采用控制容积法，在时间的推进上采用显式时间积分。下面简述其方法。

在时间的推进上采用显式时间积分，即根据初始时刻的物理变量的已知值，计算经过一个微小时间段以后的值；在空间域的离散上，把每一个单元作为一个封闭体积，从而把微分方程组转化为线性代数方程组。这是算法的基本思路。

将控制方程在流场中任一封闭曲面所包含的容积内进行积分，得到积分形式的控制方

程分别为：

$$\begin{array}{ll} \text{质量守恒} & \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vol} \rho dV = - \iint_{surf} \rho u \cdot dS \\ \text{动量守恒} & \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vol} \rho u dV = - \iint_{surf} \rho uu \cdot dS + \iint_{surf} TdS \\ \text{能量守恒} & \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vol} \rho e_t dV = - \iint_{surf} \rho e_t u \cdot dS + \iint_{surf} u \cdot TdS \end{array}$$

将以上方程乘以时间积分的时间步长，可以得到该时间步长内的变化量关系：

$$\begin{aligned} \Delta \left(\iiint_{vol} \rho dV \right) &= -\Delta t \iint_{surf} \rho u \cdot dS \\ \Delta \left(\iiint_{vol} \rho u dV \right) &= -\Delta t \iint_{surf} \rho uu \cdot dS + \Delta t \iint_{surf} TdS \\ \Delta \left(\iiint_{vol} \rho e_t dV \right) &= -\Delta t \iint_{surf} \rho e_t u \cdot dS + \Delta t \iint_{surf} u \cdot TdS \end{aligned}$$

将每一个单元作为一个封闭体应用以上关系式，得出从时刻 $t_n \sim t_{n+1}$ 的变化量关系：

$$\begin{aligned} \left(\iiint_{vol} \rho dV \right)_{t_{n+1}} - \left(\iiint_{vol} \rho dV \right)_{t_n} &= \sum_{i=1}^n \rho_i (\Delta V)_i \\ \left(\iiint_{vol} \rho u dV \right)_{t_{n+1}} - \left(\iiint_{vol} \rho u dV \right)_{t_n} &= \sum_{i=1}^n \rho_i u_i (\Delta V)_i + (\Delta t \iint_{surf} TdS)_{t_n} \\ \left(\iiint_{vol} \rho e_t dV \right)_{t_{n+1}} - \left(\iiint_{vol} \rho e_t dV \right)_{t_n} &= \sum_{i=1}^n \rho_i (e_t)_i (\Delta V)_i + (\Delta t \iint_{surf} u \cdot TdS)_{t_n} \end{aligned}$$

其中 n 为单元的表面数目， $(\Delta V)_i$ 为从时刻 $t_n \sim t_{n+1}$ 的一个时间步长内穿越该单元的第 i 个表面的体积流量， $\rho_i (\Delta V)_i$ 为相应的质量流量， $\rho_i u_i (\Delta V)_i$ 为相应的动量流量， $\rho_i (e_t)_i (\Delta V)_i$ 为相应的能量流量。

在 t_n 时刻的各物理参数已知的情况下，用相邻元素形心处的流速进行线性插值，可以得出元素边界处的流速：

$$u_b = 1/2(u_1 + u_2)$$

然后可以计算出穿越单元表面的质量、动量及能量的流量：

$$\begin{aligned} \Delta M &= \rho_2 \Delta V \\ \Delta Mom &= \rho_2 u_2 \Delta V \\ \Delta TE &= \rho_2 (e_t)_2 \Delta V \end{aligned}$$

采用单点高斯积分，可以将以上控制方程中左边的体积分别表示为有关物理量(密度、流速、内能)的线性函数，代入控制方程得到关于单元形心处的各物理量在 t_{n+1} 时刻的值的线性代数方程组：

$$F_M(\rho_{c,t_{n+1}}) = \left(\iiint_{vol} \rho dV \right)_{t_n} + \sum_{i=1}^n \rho_i (\Delta V)_i$$