中国金融学年会会刊

Vol.4 No.1

第4卷 第1期，2008

金融学季刊

Quarterly Journal of Finance

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

金融学季刊

Quarterly Journal of Finance

图书在版编目(CIP)数据

金融学季刊(第4卷·第1期)/徐信忠,刘力,朱武祥主编. —北京:北京大学出版社,2008.4

ISBN 978-7-301-13674-4

Ⅰ.金… Ⅱ.①徐… ②刘… ③朱… Ⅲ.金融学-丛刊 Ⅳ.F830-55

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第053952号

书　　　名:**金融学季刊(第4卷 第1期)**

著作责任者:徐信忠 刘 力 朱武祥 主编

责 任 编 辑:张 燕

标 准 书 号:ISBN 978-7-301-13674-4/F·1889

出 版 发 行:北京大学出版社

地　　　址:北京市海淀区成府路205号 100871

网　　　址:http://www.pup.cn

电　　　话:邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752926
出版部 62754962

电 子 邮 箱:em@pup.pku.edu.cn

印　刷　者:北京大学印刷厂

经　销　者:新华书店

787毫米×1092毫米 16开本 8.5印张 157千字

2008年4月第1版 2008年4月第1次印刷

定　　　价:30.00元

International Price: US $25.00

金融学季刊

2008 年 第 4 卷 第 1 期

目　　录

Quarterly Journal of Finance
Vol. 4, No. 1, 2008

CONTENTS

金融学季刊
2008年 第4卷 第1期

Quarterly Journal of Finance
Vol. 4, No. 1, 2008

现金分红与我国股票权证的理论价值

汪 浩*

摘 要 我国的股票权证的行权价格随标的股票的现金分红而作相应调整,而在国际主要证券市场上交易的期权和权证一般不作该调整。本文发现,如果考虑到现金分红但套用标准的Black-Scholes公式,会低估我国认购权证,高估我国认沽权证的价值;如果忽略标的公司的现金分红,标准Black-Scholes公式则会高估我国权证,尤其是认沽权证的价值。本文讨论如何对Black-Scholes公式进行修改,以正确计算我国权证的理论价值。

关键词 股票权证,衍生品定价,股权分置改革,现金分红

一、引 言

在经济发达的国家和地区,衍生产品的交易在经济生活中往往具有很大影响,金融机构、企业和个人根据各自面临的风险性质和预期收益情况,创设了大量基于不同标的(如股票、债券、外汇、大宗商品、价格指数,甚至体育比赛等)的衍生产品,并在各类市场尤其是柜台市场(OTC)上进行交易。期权(option)和权证(warrant)是衍生产品中非常重要的项目。关于期权价值的研究始于法国数学家Bachelier(1900)。目前人们普遍采用Black-Scholes公式(Black and Scholes,1972,1973)来计算期权的价值,在假设标的产品的期末回报率服从自然对数正态分布(lognormal distribution)等条件下,该公式分别给出买入期权(call)和卖出期权(put)的理论价值。

在我国的股权分置改革中,部分上市公司的股改方案中包含向流通股股东赠送认购或认沽权证的内容,由此产生了相当数量的股票权证在我国内地的证券市场上流通。我国的权证与国际主要证券市场上的期权或权证有很大不同。首先,我国证券交易所一般要求股票权证根据标的股票的现金分红相应调整行

* 汪浩,北京大学中国经济研究中心副教授。通信地址:北京大学中国经济研究中心623室,100871。E-mail: hwang@ccer.edu.cn。作者非常感谢陈国玲和一位匿名审稿人的修改建议,文责自负。

权价格，而国际证券市场上的类似产品一般不作该调整。常用的 Black-Scholes 公式也假设行权价格不随标的股票的现金分红调整，所以不适用于我国的权证。其次，我国目前的权证是股权分置改革的产物，是由标的公司原非流通股股东创设并免费赠送给原流通股股东的，因此权证的价值与原非流通股股东的利益有关，而国外的期权与标的公司股东一般没有必然的利益关系。最后，我国权证缺乏套利机制，因为普通投资者不可以随意创设并出售权证。不过我国已开始“创设备兑权证”的试点，即允许符合条件的金融机构在已有权证品种的基础上创设新的权证份额并在市场上出售，这在一定程度上提供了一个套利的手段，有利于遏制权证市场的过度投机。

国外20世纪70年代前后的期权产品，尤其是在柜台交易的期权品种，其行权价格一般也会随标的股票的现金分红而下调，具体方法是把旧的行权价格减去每股现金分红作为新的行权价格，这种调整方式在当时被称为“分红保护”(dividend protection)。可是 Merton(1973)证明，这种“分红保护”只是部分而非完全保护了期权投资者的期末收益(payoffs)。在假设分红不影响股票投资回报的情况下，Merton 给出了可以完全保护期权投资者期末收益的调整方案。如果记 X 为期权的原行权价格，v 为标的股票的每股现金分红，S 为除息后标的股票价格，那么当时实行的“分红保护”是在现金分红后将期权的行权价格下调为 $X-v$，而 Merton 给出的完全保护方案是将一份期权的行权比例，即每一份权证对应的股票股数上调为 $1+\frac{v}{S}$，同时将行权价格下调为 $\frac{S}{S+v}X$。在 Merton 的方案下，Black-Scholes 公式的适用性不会受到现金分红的影响。在我国股票权证采用的分红保护方案中，行权价格的下调方式与 Merton 方案相同，但是不调整行权比例。另外，Geske, Roll and Shastri(1983)在他们的研究短文中，估计了当以 $X-v$ 作为新行权价格时，美式期权和相应的无现金分红条件下的期权的理论价值的区别。

在国内相关文献中，谢兵华和林志毅(2005)讨论了标的公司的股票除权和除息后，权证行权价格的不同调整方式对权证投资者利益的影响，认为目前我国市场上权证行权价格和行权比例随标的股票除权的调整方案保护了权证投资者的利益。他们还提到，当标的股票公司派息后，仅调整权证的行权价格而不调整行权比例会使认购权证和认沽权证的价值均下跌。我们注意到这个结论是在假设投资者事前没有预期到标的公司的派息的前提下成立。焦健(2005)以长江电力权证为例，给出修正后的 Black-Scholes 公式来计算具有中国特色的认股证的理论价值。焦健的公式是基于认股证的特征，认股证的行权会使标的股票的总量增加，从而摊薄原股东的每股收益。但是在我国证券市场上流通的认购权证大多数相当于买入期权而不是认股证，因为其行权不会改变标

的股票的总量。

本文把我国市场上的股票权证与国际市场上的类似产品进行对比，讨论由于产品设计的不同而导致的理论价值计算公式上的区别。本文发现，在计算我国股票权证的理论价值时，如果标的公司有现金分红，标准的 Black-Scholes 公式会低估我国认购权证的价值，高估我国认沽权证的价值。如果忽略标的公司实有的现金分红，标准的 Black-Scholes 公式则高估我国权证，尤其是认沽权证的价值。本文还给出了当标的股票在权证有效期内有预期的现金分红时，我国的认购和认沽权证的理论价值计算公式。最后，由于目前我国内地的权证不是由普通投资者自由创设并出售给其他投资者的，而是由标的公司的原非流通股股东创设并免费赠送给原流通股股东的，前者作为公司大股东可能有动机促使公司在权证存续期内增加现金分红的力度。

二、现金分红与权证持有者的期末收益

我们首先讨论我国股票权证的理论价值与标的公司的现金分红之间的关系。权证的理论价值等于其期望的期末收益的贴现，而现金分红与权证的期末收益之间存在着密切的关系。在国际主要证券市场上交易的期权一般不因标的股票的现金分红而调整行权价格，在这种情况下，由于现金分红会使相应股票的市场价格降低，因而使得买入期权的内在价值(intrinsic value)下降，而使得卖出期权的内在价值上升，最终影响期权的期末收益。因此投资者在计算期权的理论价值或进行期权买卖时，必须考虑在期权有效期内标的股票可能的现金分红。在国际主要证券市场上交易的期权和权证一般是以信誉卓著的蓝筹大公司的股票作为标的产品，而这些公司的每股现金红利往往具有高度的可预测性，例如：美国电力公司(AEP)，从 1989 年到 2003 年有连续 14 年每股每年分红 2.40 美元的记录；通用电气(GE)从 2001 年到 2006 年每股每年分红分别为 0.64、0.72、0.76、0.80、0.88、1.00 美元；沃尔玛(WMT)从 2000 年到 2006 年每股每年分红分别为 0.24、0.28、0.30、0.36、0.52、0.60、0.672 美元。标准的 Black-Scholes 公式是在考虑了预期的现金分红情况下，针对国际市场上常见的期权条款推导出来的。

然而目前在我国证券市场上流通的权证，其行权价格会根据现金分红而进行调整。记 S 为除息前一交易日标的股票收盘价，S' 为除息后参考价，X 为原行权价格，X' 为新的行权价格，具体的调整方法是：$X' = \frac{S'}{S}X$。如果现金分红是投资者预期之外的，相对于不调整行权价格的情形，这种调整提高了认购权证的内在价值，降低了认沽权证的内在价值。但是如果现金分红是预料之中的，这

种调整不会对权证持有者的利益产生明显影响，因为对分红的预期已经反映在权证的交易价格和理论价值之中。这种行权价格的调整也降低了权证持有者面临的由于分红的不确定性而带来的风险。另外，我国目前的权证大多是公司的大股东创设并免费赠送给原流通股股东的，这种安排有利于保护中小投资者的利益。否则，如果某公司的权证主要是认购权证，那么大股东有动机促成公司大比例现金分红，以降低标的股票价格；相反，如果某公司的权证主要是认沽权证，那么大股东则有动机促成公司减少现金分红，以提高标的股票价格，从而显著降低大股东作为权证发行人应承担的义务。

但是我国权证随现金分红调整行权价格的特点也使得其理论价值不能通过标准的 Black-Scholes 公式得到。我们可通过两个例子来观察现金分红与权证持有者的期末收益之间的关系。假设有一个基于某股票的认购权证，其行权价为 3 元（行权比例为 1）。假如行权日前一天的股票收盘价为 4 元，如果股票没有分红，那么每份认购权证的期末收益为 1 元。如果公司在权证有效期内有现金分红，不妨假设是在行权日前一天分红 1 元，那么股票参考价为 3 元，行权价调为 $\frac{3}{4}\times 3$ 元 $=2.25$ 元，每一份权证的期末收益仅为 3 元 -2.25 元 $=0.75$ 元，相对于无分红时下降了 25%。从这个简单的例子可以看出，标的股票的现金分红使得我国认购权证持有者的期末收益减少，因此在计算我国认购权证的理论价值时必须考虑到可能的现金分红，否则会高估其价值。如果公司进行送股，那么无论送股比例如何，当认购权证的行权价格和行权比例作相应调整后，每一份认购权证的期末收益不变，因而权证持有者的利益完全不受影响。

认沽权证的情形与认购权证类似，不考虑标的股票的现金分红也会高估其价值。我们来看一个实际的例子，即“上海机场(600009)”的欧式认沽权证，简称“沪场权证(580996)”。该权证的初始行权价格为 13.6 元，到期日为 2007 年 3 月 6 日。沪场权证 2006 年 4 月 3 日的收盘价为 1.753 元，其标的股票上海机场当天收盘价为 11.46 元。有投资者认为该权证的市场价格“过低”以至于存在套利机会，因为 $13.6>13.213=1.753+11.46$。现在我们就来分析这个套利机会，如果在权证到期之前上海机场没有现金分红，那么考虑一个由一份该认沽权证和一股上海机场股票组成的投资组合，投资方案如表 1 所示。

表 1 上海机场认沽权证套利投资方案的期末收益

买入一份认沽权证和一股股票的期初投入	期末收益	
	如果股价 ≥13.6	如果股价 <13.6
1.753 + 11.46 = 13.213	股价	13.6

由于权证的期末收益最低为 13.6，那么投资组合 337 天的回报率最低为

$\frac{13.6}{13.213}-1=2.929\%$。在不计交易手续费的情况下，如果投资者可以得到期限为 337 天、利率低于 2.929% 的贷款，就可通过同时买入沪场认沽权证和上海机场股票进行无风险套利操作。但是如果投资者考虑到现金分红因素，情况就会有所不同。事实上，上海机场 2005 年的分红为每股派发现金 0.15 元（扣所得税后 0.135 元），简单起见，不妨假设现金分红的股权登记日为 2006 年 4 月 3 日，于是行权价格调整为 $\frac{11.46-0.15}{11.46}\times 13.6=13.42$，上述投资组合的收益情况如表 2 所示：

表 2　上海机场现金分红对沪场权证期末收益的影响

买入一份认沽权证和一股股票的期初投入	期末收益	
	股价 ≥13.42	股价 <13.42
1.753 + 11.46 − 0.135 = 13.078	股价	13.42

在现金分红的情况下，沪场权证的期末收益最低为 13.42 元，因此该投资组合 337 天的回报率最低为 $\frac{13.422}{13.078}-1=2.63\%$，显然低于没有现金分红时投资组合的最低回报率。投资者如果要进行无风险套利操作，必须获得期限为 337 天、利率低于 2.63% 而不是 2.929% 的贷款。因此考虑到现金分红后，沪场权证市场价格“过低”的程度就减弱了。注意到上海机场每股 0.15 元的现金分红相对其股价 11.46 元（2006 年 4 月 3 日）是比较低的，仅为 1.3% 左右。对于收入型股票，如宝钢等，现金分红比例可能达到 3% 甚至 5%，这样影响将更加显著。

三、我国权证的理论价值计算公式

记 c 为一份欧式买入期权的价格，p 为一份欧式卖出期权的价格，两者的行权比例均为 1，S_0 为标的股票在当前时间的价格，S_T 为期末股票价格，T 为期权存续期，X 为期权的行权价格，r 为无风险年收益率，σ 为标的股票价格的年波动率。那么一份买入期权的期末收益为 $\max(S_T-X,0)$，一份卖出期权的期末收益为 $\max(X-S_T,0)$，标准的 Black-Scholes 公式给出的买入和卖出期权的理论价值分别为：

$$c = S_0N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2) \tag{1}$$

$$p = Xe^{-rT}N(-d_2) - S_0N(-d_1) \tag{2}$$

其中 $N(\cdot)$ 为标准正态分布函数，且

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \tag{3}$$

在相关公司的股改说明书中，一般都列举了使用上述 Black-Scholes 公式计算的权证理论价值，该价值是权证上市首日标的股票价格的函数。各公告书中的计算实际上都有一个隐含的假设，即在权证存续期内标的股票没有现金红利派发。例如，宝钢认购权证的存续期为2005年8月18日至2006年8月30日，有效期为378天，即 $T = 1.0356$ 年，行权价格为 $X = 4.5$ 元，宝钢股改说明书(2005)中给出的宝钢股价年波动率为 $\sigma = 30.9\%$，无风险收益率为 $r = 3.3\%$。不难验证，对应于宝钢股价 $S_0 = 5.0, 4.8, 4.5$ 和 4.2，通过上述 Black-Scholes 公式计算的认购权证理论价值分别为 0.966、0.82、0.63 和 0.46，这些正是宝钢股改说明书中给出的数据。由于该计算中没有考虑到宝钢股票在权证交易期间的现金分红，正如前面两个例子所表明的那样，会高估该权证的理论价值。

不仅如此，即使投资者预期到标的公司在权证存续期内会有特定的现金分红，如果简单地套用标准的 Black-Scholes 公式，仍然可能错误估计我国权证的理论价值。记 $c(v)$ 和 $p(v)$ 分别为假设行权价不随现金分红调减，并且标的股票在时间 $D(0 < D < T)$ 有预期的现金分红 $v > 0$ 时欧式认购权证和认沽权证的理论价值。如果直接使用 Black-Scholes 公式，我们有

$$c(v) = (S_0 - ve^{-rD})N(d_3) - Xe^{-rT}N(d_4) \tag{4}$$

$$p(v) = Xe^{-rT}N(-d_4) - (S_0 - ve^{-rD})N(-d_3) \tag{5}$$

其中
$$d_3 = \frac{\ln\left(\frac{S_0 - ve^{-rD}}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_4 = d_3 - \sigma\sqrt{T} \tag{6}$$

与公式(1)、(2)和(3)相比，这里我们只是把 S_0 换成了 $(S_0 - ve^{-rD})$，后者为扣除贴现的预期分红后的当前股价。另外，我们记 $\tilde{c}(v)$ 和 $\tilde{p}(v)$ 为在该现金分红下我国认购权证和认沽权证的真实理论价值。注意到 $\tilde{c}(v)$ 的计算是建立在行权价格调低的基础上，而 $c(v)$ 的计算是建立在行权价格不变的基础上，其他参数相同。由于行权价格下调会提高认购权证的期末收益，所以必然有 $\tilde{c}(v) > c(v)$。对于认沽权证正好相反，行权价格下调会降低认沽权证的期末收益，所以有 $\tilde{p}(v) < p(v)$。我们将此结论记为以下引理。

引理1：如果标的股票在权证存续期内有预期的现金分红 $v > 0$，考虑了现金分红的 Black-Scholes 公式(4)、(5)和(6)会低估我国认购权证的价值，而高估认沽权证的价值，即

$$\tilde{c}(v) > c(v), \quad \tilde{p}(v) < p(v) \tag{7}$$

由于简单套用 Black-Scholes 公式无法得到我国权证的正确价值，我们需要

找出专门针对我国权证的计算公式。以下除非特别说明，我们总是假设权证的行权价格要随标的股票的现金分红作相应调减。由于在权证存续期内的现金分红只可能是预测值，我们将要讨论的权证理论价值计算公式都是基于预期的现金分红。另外，由于我国上市公司的现金分红由公司代缴所得税，即投资者拿到的仅是税后分红，而股票在除权后的参考价格是按税前现金分红计算的，这样计算出来的官方参考除权价低于市场的除权价，所以我们需要引入一个参数 $t \in [0,1)$ 来表示现金分红适用的所得税税率。这种官方除权价与市场除权价不一致的特点使得我国权证价值的计算更加复杂，同时也是我们不能直接套用标准 Black-Scholes 公式的另一个原因。

以下我们讨论如何修改 Black-Scholes 公式以适用于我国的权证。应该指出的是，为了简化推导过程，人们往往是在风险中性的假设下推导 Black-Scholes 公式。具体来说，在假设标的股票的期望回报率等于无风险收益率的前提下，人们计算期权产品期望的期末回报，然后计算以无风险收益率作为贴现率的期望期末回报的现值。人们普遍认为 Black-Scholes 公式可以推广到投资者并非风险中性的情形，相关论述详见 Hull(2000，第 248 页)。为了简化分析，本文还是假设投资者为风险中性。首先，如果投资者预计标的股票有相对于其股价特定比例的现金分红，对标准 Black-Scholes 公式进行简单修改就可得到我国权证理论价值的计算公式。

定理 1： 假设标的股票的期末回报率服从自然对数正态分布，投资者为风险中性，权证的标的股票在权证存续期内有相当于除息前日收盘价 $q\%$ 的现金分红，现金分红适用的所得税税率为 $t \in [0,1)$，且分红不影响股票的回报，那么我国的认购权证和认沽权证的理论价值分别为：

$$\tilde{c}(t,q\%) = [1-(1-t)q\%]S_0N(\hat{d}_1) - (1-q\%)Xe^{-rT}N(\hat{d}_2) \qquad (8)$$

$$\tilde{p}(t,q\%) = (1-q\%)Xe^{-rT}N(-\hat{d}_2) - [1-(1-t)q\%]S_0N(-\hat{d}_1) \qquad (9)$$

其中的参数为

$$\hat{d}_1 = \frac{\ln\left(\dfrac{(1-(1-t)q\%)S_0}{(1-q\%)X}\right) + \left(r+\dfrac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad \hat{d}_2 = \hat{d}_1 - \sigma\sqrt{T}$$

证明： 如果预期的现金分红为除息前一日股票收盘价 S_D 的 $q\%$，那么行权价格调整为 $(1-q\%)X$，认购权证的期末收益为 $\max(S_T-(1-q\%)X,0)$。记 S_T^* 为没有分红情况下标的股票的期末价格，那么由于现金分红不影响股票回报，即在除息前后时刻投资该股票的期望回报率相同，因而除息后股票市场参考价格为 $(1-(1-t)q\%)S_D$（这是唯一使得投资者在除息前后没有套利机会的价格，不同于上海深圳证券交易所给出的股票除权参考价）。所以实际的股票

期末价格为 $S_T = (1-(1-t)q\%)S_T^*$，于是认购权证的期末收益可写为

$$\max((1-(1-t)q\%)S_T^* - (1-q\%)X, 0) \tag{10}$$

由于满足自然对数正态分布的随机变量的常数倍仍然满足自然对数正态分布且波动率不变，S_T 仍服从自然对数正态分布。在风险中性下，我们有 $\ln \frac{S_T^*}{S_0} \sim \phi\left[\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma\sqrt{T}\right]$，其中 $\phi(m,s)$ 表示均值为 m、标准差为 s 的正态分布。认购权证在期初的价值为其期望期末收入按无风险收益率的折现，即

$$\tilde{c}(t,q\%) = e^{-rT}\hat{E}[\max((1-(1-t)q\%)S_T^* - (1-q\%)Xe^{-rT}, 0)]$$

直接根据公式(1)我们即得到公式(8)。类似地，对于认沽权证我们有公式(9)。证毕。

对应于 Black-Scholes 公式中的买入卖出期权平价关系(put-call parity)，我国的认沽权证和认购权证的价格之间也存在一个平价关系，并且这个平价关系与标的股票的价格的波动率无关。在不计交易手续费的情况下，若权证的市场交易价格不满足该关系，就一定存在套利机会。

推论 1：假设在权证存续期内标的股票的现金分红为除息前一日收盘价的 $q\%$，所得税税率为 $t \in [0,1)$，我国欧式认购权证的价格 $\tilde{c}$ 和对应的欧式认沽权证的价格 $\tilde{p}$ 之间存在以下平价关系：

$$\tilde{c}(t,q\%) + (1-q\%)Xe^{-rT} = \tilde{p}(t,q\%) + (1-(1-t)q\%)S_0 \tag{11}$$

证明：记投资组合 A 为一份认购权证和 $(1-q\%)Xe^{-rT}$ 的现金，其期初投入为公式(11)左边值；记投资组合 B 为一份对应的认沽权证和 $1-(1-t)q\%$ 股的股票，其投入为公式(11)右边值。表 3 列出了权证到期日投资组合 A 和投资组合 B 的期末收益情况。

表 3　投资组合 A 和组合 B 的期末收益比较

期初投入	期间现金分红（除权日股价的 $q\%$）	期末收益	
		若 $S_T \geq (1-q\%)X$	若 $S_T < (1-q\%)X$
组合 A： $\tilde{c} + (1-q\%)Xe^{-rT}$	权证行权价格由 X 调整为 $(1-q\%)X$	S_T	$(1-q\%)X$
组合 B： $\tilde{p} + (1-(1-t)q\%)S_0$	分红再投资买入 $(1-t)q\%$ 股该股票，股票总数成为 1	S_T	$(1-q\%)X$

在权证到期日，无论股票的价格如何，投资组合 A 和组合 B 的期末收益均相同，所以在没有套利机会的市场上它们应该有相同的期初投入，即式(11)成立。证毕。

以上定理和推论十分简洁，便于我们从直观上理解和估计现金分红对权证

期末价值的影响，同时对权证投资也有一定指导意义。从公式(8)和(9)不难证明，当其他参数给定时，所得税税率上升会提高认购权证的价值而降低认沽权证的内在价值。直观上看，假如标的公司股票有每股 1 元的现金分红，股民仅有 $1-t$ 元的税后收入，而相应权证的行权价会根据税前的 1 元进行调整，显然行权价下调过多，从而对认购权证的持有者有利，对认沽权证的持有者不利。

如果定理 1 中的所得税税率 $t=0$，公式(8)和(9)可以简化为

$$\tilde{c}(0,q\%) = (1-q\%)[S_0N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)] = (1-q\%)c \tag{12}$$

$$\tilde{p}(0,q\%) = (1-q\%)[Xe^{-rT}N(-d_2) - S_0N(-d_1)] = (1-q\%)p \tag{13}$$

其中 c 和 p 由公式(1)和(2)给出，即在没有现金分红时的标准 Black-Scholes 公式。因此如果不考虑由于所得税因素导致的官方除权价和市场除权价的不一致，假设权证投资者预期到在权证存续期内，标的股票有相当于股票现价 $q\%$ 的现金分红，我国权证的真实理论价值比标准的没有现金分红的 Black-Scholes 公式给出的价值低 $q\%$。如果考虑到官方除权价和市场除权价不一致的特点，我们有以下结论：

推论 2：存在 $t_0>0$，当所得税税率 $t\in(0,t_0)$ 时，我国认购权证的理论价值低于没有现金分红时的标准 Black-Scholes 公式给出的价值，但程度不超过 $(1-t)q\%$；而对任意 $t\in(0,1)$，我国认沽权证的理论价值都低于没有现金分红时的标准 Black-Scholes 公式给出的价值，且程度超过 $q\%$。(证明参见附录)

推论 3：存在 $t_0>0$，当所得税税率 $t<t_0$ 时，较高的(预期之中的)标的公司现金分红导致较低的公司认购权证价值；而对任意 $t\in[0,1)$，较高的(预期之中的)标的公司现金分红都会导致较低的公司认沽权证价值。

证明：把公式(8)和公式(9)对 $q\%$ 求导，我们有

$$\begin{aligned}\frac{\partial\tilde{c}(t,q\%)}{\partial q\%} &= -(1-t)S_0N(\hat{d}_1) + (1-(1-t)q\%)S_0N'(\hat{d}_1)\frac{\partial\hat{d}_1}{\partial q\%} \\ &\quad - (1-q\%)Xe^{-rT}N'(\hat{d}_2)\frac{\partial\hat{d}_2}{\partial q\%} + Xe^{-rT}N(\hat{d}_2) \\ &= -(1-t)S_0N(\hat{d}_1) + Xe^{-rT}N(\hat{d}_2)\end{aligned}$$

这是一个关于 t 的单调递增函数(数学证明略)，且 $\lim_{t\to0^+}\frac{\partial\tilde{c}(t,q\%)}{\partial q\%} = -c<0$。另外，

$$\begin{aligned}\frac{\partial\tilde{p}(t,q\%)}{\partial q\%} &= -Xe^{-rT}N(-\hat{d}_2) + (1-t)S_0N(-\hat{d}_1) \\ &= -\frac{\tilde{p}(t,q\%) + tS_0N(-\hat{d}_1)}{1-q\%} \leqslant 0\end{aligned}$$

从以上两式我们可见推论 3 成立。证毕。

推论3显示，现金分红对我国的权证价值，特别是认沽权证的价值可能有显著的影响。因此投资者在买卖现金分红比例较大的收入型公司的权证时，应注意现金分红的影响。当红利的所得税税率足够低时，现金分红（假设不影响公司股票的投资价值）会使得利益从权证持有者向权证发行者转移。在国外的主要证券市场上，期权或权证大多是由投资者创设并相互交易的，标的公司股东和权证交易没有直接利益关系。而我国目前的权证是由原非流通股股东创设并免费赠送给原流通股股东的，权证的价值与作为公司大股东的原非流通股股东的利益有密切关系。因此大股东可能有动机促使公司在权证存续期内增加现金分红，以降低自己作为权证发行人应承担的义务。当然，理性的投资者应该能够预期到这个激励的存在，从而使分红预期在权证的交易价格和理论价值上得到体现。我国的股改权证的存续期除万科权证外均为一年或一年以上，期间标的公司都有一次以上的利润分配（包括万科）。同时大部分权证的标的公司都是绩优蓝筹大公司，如宝钢、武钢、万科、首创、上海机场等，这些公司每年的每股现金分红往往相对较高，因此上述现金分红动机应该引起人们一定的重视。

对于认购权证，如果政府收取的所得税过高，显然会使得增加现金分红对认购权证的发行者无利可图，因为这时分红会使行权价格下降的幅度大于股票价格下降的幅度。推论2和推论3中的临界税率 t_0 与权证的参数有关，且是可计算的。例如，假设 $r=2\%$，$\sigma=30\%$，$T=1$，下表给出在不同的初始价格和分红率下相应的 t_0 值。从表4可见，对于在我国市场上交易的认购权证，除非权证行权价远远高于标的股票现价（如 $X=2S_0$）且分红比例极高（如 $q\%=20\%$），我国现金分红适用的所得税税率 $t=10\%$ 的确满足推论2和推论3所需要的"足够小"条件。

表4 "足够小"的所得税税率的上限

	$q\%=2\%$	$q\%=10\%$	$q\%=20\%$
$X=0.8S_0$	29%	28.5%	27.8%
$X=S_0$	21%	20%	19.5%
$X=1.1S_0$	19%	18%	16.9%
$X=1.5S_0$	13%	12.2%	11.2%

定理1给出了我国市场上认购权证和认沽权证的理论价值的计算公式，但是它们均以现金分红占除息前一日股票收盘价的百分比作为参数，而除息前一日的股价是不确定的，所以相对于现金分红的绝对值，分红比例 $q\%$ 在事前可能比较难以预测。作为对定理1的补充，我们有必要进一步讨论基于现金分红绝对值的权证价值公式。在考虑现金分红绝对值时，官方除权价与市场除权价的不一致给讨论带来极大的复杂性，为简化起见，在本节以后的讨论中我们假设 t

$=0$。当然，这样做会低估认购权证的价值，而高估认沽权证的价值，但事实上，令 $t=0$ 对计算结果影响甚微。我国的权证在标的公司现金分红 v 后，行权价格的调整比例可以写成

$$\frac{S_D - v}{S_D} = \frac{S_D - (1-t)v}{S_D} \times \frac{S_D - v}{S_D - (1-t)v}$$

上式右边第一项是按税后分红进行调整的比例，第二项是一个非常接近于 1 的数值。我们的公式可以计算出按税后分红调整行权价时的权证价值，而由于认购权证和认沽权证的价值（c 和 p）满足 $0 < \frac{\partial c}{\partial X} < 1$ 和 $-1 < \frac{\partial p}{\partial X} < 0$，所以上式右边的第二项对权证价值的影响在比例上严格小于 $1 - \frac{S_D - v}{S_D - (1-t)v} = \frac{tv}{S_D - (1-t)v}$，由于 t 和 v 都很小，从现实的角度看这个比例几乎可以忽略不计。另外，对于现金分红 $v>0$，一个极小概率事件是 $S_D < v$，即派息量大于除息前日股票收盘价，按行权价格的调整规则，行权价格将为负值，同时股票的除息参考价也为负值，这样标的公司应不复存在。在以下的定理 2 中，我们假设当 $S_D < v$ 时权证作废。证明参见附录。

定理 2：假设标的股票的期末回报率服从自然对数正态分布，投资者风险中性，如果标的股票在权证存续期内的时间 $D(0<D<T)$ 有每股 v 元的现金分红，而且分红不影响股票的回报，那么我国的欧式认购权证和认沽权证在当期的理论价值分别由下式给出：

$$\begin{aligned}\tilde{c}(v) = {} & S_0 M\left(a_1 + \sigma\sqrt{D}, b_1 + \sigma\sqrt{T}; \sqrt{\frac{D}{T}}\right) - X\mathrm{e}^{-rT} M\left(a_1, b_1; \sqrt{\frac{D}{T}}\right) \\ & - v\mathrm{e}^{-rD} M\left(a_1, b_1 + \frac{\sigma(T-D)}{\sqrt{T}}; \sqrt{\frac{D}{T}}\right) \\ & + \frac{vX\mathrm{e}^{-(r-\sigma^2)D-rT}}{S_0} M\left(a_1 - \sigma\sqrt{D}, b_1 - \sigma\frac{D}{\sqrt{T}}; \sqrt{\frac{D}{T}}\right)\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\tilde{p}(v) = {} & X\mathrm{e}^{-rT} M\left(a_1, -b_1; -\sqrt{\frac{D}{T}}\right) - S_0 M\left(a_1 + \sigma\sqrt{D}, -b_1 - \sigma\sqrt{T}; -\sqrt{\frac{D}{T}}\right) \\ & - \frac{vX\mathrm{e}^{-(r-\sigma^2)D-rT}}{S_0} M\left(a_1 - \sigma\sqrt{D}, -b_1 + \sigma\frac{D}{\sqrt{T}}; -\sqrt{\frac{D}{T}}\right) \\ & + v\mathrm{e}^{-rD} M\left(a_1, -b_1 - \frac{\sigma(T-D)}{\sqrt{T}}; -\sqrt{\frac{D}{T}}\right)\end{aligned} \tag{15}$$

其中

$$a_1 = \frac{\ln\frac{S_0}{v} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)D}{\sigma\sqrt{D}}, \quad b_1 = \frac{\ln\frac{S_0}{X} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \tag{16}$$

其中函数 $M(a,b;\rho)=\mathrm{Prob}(X<a,Y<b)$，$(X,Y)$ 服从相关系数为 ρ 的标准二元正态分布。[1]

在公式(14)和(15)中，前两项是不计现金分红时的期末收益的贴现，后两项是当现金分红使股票价格和行权价格同比例下调时引起的期末收益下调量的贴现。其中 $M\left(a_1,b_1;\sqrt{\frac{D}{T}}\right)$ 是认购权证有正的期末收益的概率，即认购权证行权的概率；$M\left(a_1,-b_1;-\sqrt{\frac{D}{T}}\right)$ 是认沽权证行权的概率。上述公式虽然比较复杂，但在实际应用时可以很方便地利用计算机软件来计算[2]。从定理2可以得到以下两个推论。

推论4：$\lim\limits_{v\to 0^+}\tilde{c}(v)=c(0)$，$\lim\limits_{v\to 0^+}\tilde{p}(v)=p(0)$，其中 $c(0)$ 和 $p(0)$ 是基于公式(4)和(5)。

证明：由于公式(14)和(15)中的每一项都对 $v\geq 0$ 是连续的，而且 $\lim\limits_{v\to 0^+}a_1(v)=+\infty$，所以

$$\lim_{v\to 0^+}\tilde{c}(v)=S_0M\left(\infty,b_1+\sigma\sqrt{T};\sqrt{\frac{D}{T}}\right)-Xe^{-rT}M\left(\infty,b_1;\sqrt{\frac{D}{T}}\right)$$

$$=S_0N(b_1+\sigma\sqrt{T})-Xe^{-rT}N(b_1)$$

其中 $$b_1=\frac{\ln\frac{S_0}{X}+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}=d_2,\quad b_1+\sigma\sqrt{T}=d_2+\sigma\sqrt{T}=d_1$$

所以 $\lim\limits_{v\to 0^+}\tilde{c}(v)=c(0)$。对于认沽权证可以类似地证明 $\lim\limits_{v\to 0^+}\tilde{p}(v)=p(0)$。证毕。

推论4表明，当派息趋向于零时，即当 $v\to 0^+$ 时，公式(14)、(15)和(16)退化为常规的 Black-Scholes 公式。因此，当且仅当投资者预期标的公司在权证存续期不进行现金分红时，我们才可以使用标准的 Black-Scholes 公式来计算我国权证的理论价值。以下的推论5则进一步表明，忽略标的公司的现金分红会高估我国权证的价值，证明参见附录。

推论5：函数 $\tilde{c}(v)$ 和 $\tilde{p}(v)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上关于 v 是严格单减的。特别地，$\tilde{c}(v)<c(0)$，$\tilde{p}(v)<p(0)$。

最后，我们利用公式(14)来计算宝钢认购权证上市首日(2005年8月18日)的理论价值。与宝钢股改说明书(2005)一样，我们假定无风险年利率为3.3%，股价年波动率为30.9%。宝钢2005年度分红预案为每10股派3.2元。宝钢红利的除权日假定为2006年6月13日(因为2004年红利的除权日为

---

〔1〕 函数 $M(\cdot)$ 的详细计算公式可参见 Hull(2000，第272页)。

〔2〕 作者有基于 Excel 的计算文件，感兴趣的读者可来信索要。