

SHUXUEDASHI LUN
SHUXUEJIAOYU

张孝达 陈宏伯 李琳 选编

数学大师

论
数学教育

浙江教育出版社

教育學

大學



教育學

大學

國立編譯館
出版



SHUXUEDASHI LUN
SHUXUEJIAOYU

张孝达 陈宏伯 李琳 选编

数学大师

论 数学教育

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学大师论数学教育 / 张孝达选编. —杭州: 浙江教育出版社, 2007. 8

ISBN 978-7-5338-6961-8

I. 数... II. 张... III. 数学—教学研究 IV. 01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 049940 号

数学大师论数学教育

张孝达 陈宏伯 李琳 选编

-
- ▶ 出版发行 浙江教育出版社
(杭州市天目山路 40 号 邮编 310013)
 - ▶ 责任编辑 邱连根
 - ▶ 装帧设计 曾国兴
 - ▶ 责任校对 戴正泉
 - ▶ 责任印务 温劲风
 - ▶ 图文制作 杭州富春电子印务有限公司
 - ▶ 印刷装订 杭州富春印务有限公司

-
- ▶ 开 本 710 × 1000 1/16
 - ▶ 印 张 9.75
 - ▶ 字 数 345 000
 - ▶ 版 次 2007 年 8 月第 1 版
 - ▶ 印 次 2007 年 8 月第 1 次
 - ▶ 印 数 0 001-2 000
 - ▶ 标准书号 ISBN 978-7-5338-6961-8
 - ▶ 定 价 15.00 元

联系电话 0571-85170300-80928

e-mail: zjjy@zjcb.com

网址: www.zjeph.com

编者的话

我们选编这本《数学大师论数学教育》一书，正如陈建功先生在《20 世纪的数学教育》一文中所说的“切望着我国的数学教育有更进一步的革新”，以进一步提高我国数学教育的质量。

大家都承认，目前中小学生学习负担过重，已经影响到他们身心的健康发展。数学是中小学的主要学科，对学生学习负担起着重要甚至是主要的作用，而有些学生的学习质量并不高，有些学生由于数学学习困难而导致厌学、辍学。而我们的数学教学往往以升学为唯一目的，搞所谓“题型教学，题海战术”，一遍又一遍地模拟考试，耗费了学生大量的宝贵时间与精力。这种教学方式，在上世纪 80 年代中期以后，已从高中逐渐蔓延到初中、小学甚至幼儿园。“不能输在起跑线上”，甚至成了儿童商品的广告语。它既影响着我国青少年素质的提高，又影响着我国各级各类拔尖人才的培养。

作为数学教育工作者，我们以为应该从数学教育本身找问题，以改革找出路。首先是要使每个数学教育工作者都懂得什么是数学教育这个根本，从而进一步懂得应该教什么和怎么教，使之达到高质量的数学教育。

我们从切身体会中，想到了曾经为我国数学教育直接或间接作出过贡献的大师们。他们高瞻远瞩，在人们心目中有崇高的威望，他们撰写的有关数学和数学教育的论文，对于解决上述问题有引领和提升的作用，于是就想编一本《数学大师论数学教育》贡献给广大数学教育工作者，以提高对数学教育的认识，切实改革存在的问题，从而真正提高我国数学教育的质量。

在大师们的论文中都有关于什么是数学的阐述。大师们都肯定了数学是关于数量关系和空间形式的科学，大家也都熟知，但似乎就是说说而已，并不大重视它对数学教育和做数学有什么意义。华罗庚先生在《大哉，数学之为用》的开头“数与量”、“宇宙之大”中对数量关系和空间形式的精深而简出的阐述，不仅可以加深我们对数与形的理解，而且能使我们在学习和教学中用这样一种观点去观察、分析和思考所遇到的事物和问题，不只是就题论题搞题型，陷入细枝末节的题

海之中。学生学到的也就不仅仅是知识和技能,还有如何思考解决问题的能力。

又如,在陈建功先生的论文中,就有关于教育与数学教育的质朴而深刻的论述:“处这个大时代,要过有意义的生活,做有意义的工作,必先具有理解自然和洞察社会的能力。所以必须养成对于这种能力有效果的‘思想和行动的习惯’,这就是教育。数学教育呢?学了数学,要使学生能够分析和理解这种思想和行动的习惯上所不可或缺的‘数量与空间的关系’。不但如此,理解和分析数量与空间的关系,也是数学的特征,所以是数学特有的任务。”对照一下现今的数学教育,似乎已迷失了这个数学教育的根本目标,只剩下“升学”这个唯一目标。大师的论述,难道不值得我们细细地咀嚼一番吗?

陈建功先生在论文的开头,还提出和论述了“支配数学教育的目标、材料和方法”的三大原则:实用的原则,论理的原则和心理的原则,以及三原则的统一。最后针对当时通行的教材,提出了精简的原则和具体意见。看了这些建议,也许会感觉到,50多年前提出来的问题,而我们却仍在争论,这到底是什么原因呢?

教什么或者学什么,是体现教育目标、决定教学质量的根本;怎么教或者怎么学,则是实现教育目标、提高教育质量的关键。为此,苏步青曾亲自主编材料,为教师上课,为学生演讲。几位大师对此都有论述,如陈省身的《做“好”的数学》,关肇直的几篇论文等。

容易理解,大师们从事有关数学教育的工作和撰写论文,更多的是为了培养数学人才,不仅切望中国成为数学大国,更要成为数学强国,并为此身体力行。华罗庚先生在我国首创数学竞赛,并亲自邀请数学家为有数学爱好和特长的学生举办讲座,《谈话与蜂房结构有关的数学问题》就是他的一次讲座。从中可以看出华罗庚先生是用什么和怎么样来培养数学人才的。苏步青先生在与全国数学联赛上海赛区优胜学生的谈话中鼓励他们要“把数学竞赛世界冠军夺回来”,同时也针对当时的数学教育状况指出:“现在有一种不好的倾向,为了进大学,做难题,做偏题,不重视基础的基本的训练,提倡数学竞赛,弄不好可能助长这种倾向。”他语重心长地指出,这些“因为基础理论基本训练不够”,靠做难题怪题取得高分进入复旦大学的学生,“半年以后垮了,——这一条是经验教训哪”。真是不幸而言中。不是吗,此后20多年中,在国际数学奥赛中屡屡夺得冠军。与此同时,奥赛扩至全国,延至小学,做难题怪题,层层培训选拔,升学考试与奥赛相互作用,有的学校甚至地区把升学与奥赛挂钩,于是造成学生(包括教师)负担奇重,但质量不高。一些国内外著名的数学家多次为我们敲起警钟。难道我们的数学教育工作者不该汲取“经验教训”,努力改变这种状况吗?

关于如何全面提高所有学生的数学质量,华罗庚先生1980年在国际数学教

育会议会体大会上所作报告《在中国普及数学方法的若干个人体会》中的有关论述,特别是在义务教育已经普及、高中走向普及和高等教育逐步大众化的今天,文章开头所提普及数学方法的“三个原则:目的是什么;什么是技术;如何推广”,尤其值得深入思考。在今天,国际竞争力不仅取决于一流拔尖人才,也取决于大众的素质的高低。北欧诸国在国际竞争力中位居前列,就是一个最好的证明。从建设和谐社会来说,提高全民族的素质,其重要性更不待言。而在提高素质中,数学教学质量是关键,因为在厌学辍学学生中,相当数量的学生是由于数学学习困难,而造成这些学生学习困难的原因,主要是教学内容、要求和方法不当,或者说,没有贯彻“三个原则”,尤其是其中的“群众性——我们提出来的方法,要让有关的群众听得懂,学得会,用得上,见成效”。我们在教学中是否也应该这样做呢?

这里,我们不想过多列举论文中的论述,大师们对有些问题,比如几何,也有不同的看法,况且每个人对同一篇文章也会有不同的解读。在多元化的社会中,对什么问题都应该求大同、存小异,在上述数学教育的目标、内容和方法的根本问题上应该求大同,而在技术性的具体处理上应该存小异,多元多样,各具特色,异彩纷呈。

不过,关于吴文俊先生在中国古代数学的机械化思想方法体系与数学教育改革的论文,涉及数学和数学教育的发展方向,还想在这里多说几句。

1981年,吴文俊先生为《课程 教材 教法》创刊号撰文《数学中的公理化与机械化思想》,提出:“为了实现数学的现代化,我们必须吸收渊源于西方的公理化方法的长处,也应珍视我国古代的遗产,从有着历史渊源的机械化方法中吸取力量。这两种方法的融合,或许能为数学的未来发展提供一些新的摸索途径”。1992年,吴文俊先生在一个讨论班上作《数学教育现代化问题》的报告中,则明确指出:“我说的这个现代化,实际上是指机械化”。在作了详尽的论述后,他急切地呼吁“客观条件已经具备,——我希望有同志们能够推行这个事情”。十多年过去了,我们也是希望有人来做这件事,因此在本书中选入了吴文俊先生的8篇论文,让大家对中国古代数学的特色、地位、发展前途,以及如何来做这件事有所了解。在本书编辑过程中,传来了吴文俊先生因数学机械化的突出贡献而获得邵逸夫国际数学奖的喜讯,这更使我们有一种迫切的使命感,中国的数学和数学教育工作者应该紧急行动起来,成立课题组进行研究和实验,并希望得到国家有关部门的支持,因为它是有关数学和数学教育发展的大事。顺便在这里指出,今年初我们收到了吴文俊先生对我们征询选文的意见:“关于我数学教育方面8篇著作的选用,我完全同意。”我们除了感谢、欣慰,更坚定了用中国古代数学的机械化思想方法改革我国数学教育的决心,并写了上面的一段话。希望数学和数学教育工作者

行动起来，都来关心并研究这一课题。

为了帮助读者更好地理解大师们对数学教育的论述，我们选编的论著是按照大师出生时间先后排序。为尊重历史，有些文章的观点尽管与目前的实际不符，编辑过程中也未作删改。另外，全书的用语、标点符号也没作严格的统一，以充分展现大师们的语言特点与风采。敬请读者阅读时注意。

这里需要说明的是，在编辑本书时，我们选编了著名数学家华罗庚先生的四篇著作：《大哉，数学之为用》（原载《华罗庚科普著作选集》，上海教育出版社 1984 年 10 月第 1 版）；《在中国普及数学方法的若干个人体会》（原载《课程·教材·教法》，1981 年第 1 辑）；《学与识》（原载《华罗庚科普著作选集》）；《谈谈与蜂房结构有关的数学问题》（原载《华罗庚科普著作选集》）。为此，我们多次与华先生的家属商量。最后，我们尊重华先生家属的意见，把这几篇著作付阙了。

本书的编写，得到了丁尔陞先生、张奠宙先生的支持与指导，张福生先生还给我们寄来苏步青先生的论文，芮围平女士为本书上网跑图书馆查找和复印论文资料，为此，对他们表示深切的谢意。还要感谢浙江教育出版社对出版本书的支持和付出的劳动，使本书得以和广大读者见面。

张孝达

2007 年春于北京

编者的话

I



陈建功

- 著名数学家陈建功 1
- 20世纪的数学教育 3



苏步青

- 著名数学家苏步青 26
- 谈谈怎样学好数学 28
- 关于数学打基础问题 38
- 把数学竞赛世界冠军夺回来 40
- 大学要关心中小学教育 45



陈省身

- 著名数学家陈省身 47
- 21世纪的数学 49
- 做“好”的数学 55
- 我们要对自己有信心 58
- 陈省身先生访谈录 61



关肇直

- 著名数学家、系统与控制学专家关肇直 67
- 数学研究和教学也要厚今薄古 69
- 从近代数学史看生产实际对数学发展的作用 72
- 中小学数学课的基础知识和基本技能的培养 85
- 从四个现代化看数学教学 91



吴文俊

- 著名数学家吴文俊 97
- 数学概况及其发展 99
- 关于教材的一点看法 108
- 慎重地改革数学教育 110
- 对中国传统数学的再认识 112
- 数学中的公理化与机械化思想 122
- 数学的机械化 124
- 出入相补原理 130
- 数学教育现代化问题 143

85

85

85

40

24

74

43

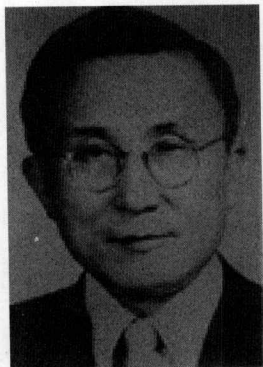
82

83

10

著名数学家

陈建功



陈建功(1893~1971),浙江绍兴人。曾任浙江大学教授、数学系主任。新中国成立后,历任复旦大学教授、杭州大学副校长。1955年中国科学院成立,他当选为学部委员(现在称为中国科学院院士)。

陈建功从小勤奋好学。1909年考入绍兴府学堂,1910年考入杭州高级师范,一直是学校文理兼优的好学生,数学成绩尤为突出。在辛亥革命时期,社会上“科学救国”“实业救国”的呼声很高,陈建功认为,科学和实业都要以数学做基础,我国古代数学有很高的成就,只是到了近代才衰落,这使他产生了振兴中国数学的想法。1913年至1929年期间,陈建功三次赴日本学习,先后毕业于东京高等工业学校、东京物理学校、日本东北帝国大学,1929年获日本东北帝国大学理学博士学位。

1929年陈建功回国后,在浙江大学任教期间与著名数学家苏步青一起,从1931年开始举办数学讨论班,对青年教师和高年级大学生进行严格训练,培养他们独立工作和科学研究的能力,逐渐形成了国内外著名的陈苏学派。这个学派代表了中国函数论和微分几何研究的最高水平。陈建功主要从事实变函数论、复变函数论和微分方程等方面的研究与教学工

作,他是我国函数论方面的学科带头人和开拓者。

陈建功也是一位卓有成就的数学教育家。他在指导青年教师和学生开展科学研究、培养人才方面做了大量的卓有成效的工作。他一贯主张教学与科研要相辅相成,他认为教师要提高教学质量,必须进行科学研究,尤其是基础科学的研究。他在承担十分繁重的教学任务的情况下,从不间断科学研究工作。他经常说,要教好书,必须靠搞科学研究来提高;反过来,不教书,培养不出人才,科学研究也就无法开展。他非常重视课程建设和教材建设,经常亲自编写讲义;要求学生在课堂上认真记笔记,课后复习讲课内容并认真完成作业,进行扎实的基础训练。他对高年级学生开设“讨论班”,组织学生轮流做读书报告,报告的内容或是指定一本专门著作,或是国际刊物上新的重要文献,要求每一位学员都认真阅读,仔细验算,提出问题,表述自己的见解。这种严格的训练,为学生今后从事研究和教学工作打下了良好的基础。他常说,上课要充分准备,每讲一个新内容,一定要讲清问题的来龙去脉。在介绍文献时,他经常提出一些值得研究的问题。在指导研究生时,他总是让学生掌握最新文献,尽快接近学科前沿,鼓励学生开辟新的天地。受益于他的学生很多,直接受他指导的研究生就有40多人,他们大多成为数学教授,有的在世界上享有盛誉。

陈建功的一生燃烧了自己,照亮了别人。无论是做学问还是做人,他都为后人树立了楷模。人们记着他,尊敬他,他是我国现代数学的奠基人之一。

20 世纪的数学教育^①

此地所说的数学教育,以中等学校的数学为核心。关于高等学校方面的数学,和小学校的算术教育,不预备在此地有所详述。本文说数学教育,以 20 世纪的数学教育为主,读了下文,自然明白。“他山之石,可以攻玉”,把外国的数学教育,啰啰唆唆说了许多的话。笔者切望着我国的数学教育有更进一步的革新。

支配数学教育的目标、材料和方法,有三大原则:

实用性的原则 数学在日常生活中已见有其实用价值的:如土地改革运动中的分田量地问题,关于买卖、租税、保险、奖券的计算,酒瓶的容量,箱子的体积,都是数学的应用。不但如是,数学也是物质支配和社会组织之一武器,对于自然科学、产业技术、社会科学的理解、研究和进展,都是需要数学的。假如数学没有实用,它就不应该编入于教科书之中。

论理的原则 然而仅仅乎实用原则,不足以支配整个的数学教育。数学具有特殊的方法和观念,组成有系统的体系。数学并不是公式的堆垒,也不是图形的汇集;数学是由推理组成的体系。数学不但其内容的事实有价值,其所用之方法,也具有教育上的价值。

断片的推理,不但见诸任何学科,也可从日常有条理的谈话得之。但是,推理之成为说理的体系者,限于数学一科。数学具有这样的教育价值,称之为论理的价值,是为论理的原则。假如把数学当做图形集成或公式汇编看待,忽视其方法和构造,那么,对于自然支配、社会组织,不但不成为一种武器,有时且成为有害的东西——例如将数学机械乱用,导出不合理的结果。忽视数学教育论理性的原则,无异于数学教育的自杀。

心理的原则 然则上述两原则足够决定数学教育的本质么?显然还不够条件。教材的内容,对于学生宜富于兴趣;枯燥无味的东西,决不能充作教材;于是乎有心理的原则。成人所喜之推理或实用问题,未必为未成年的青年所满

① 原载《中国数学杂志》(后更名《数学通报》)第一卷第二期第 1~21 页(1952 年)。

足。法国数学家 H. 庞加莱(Poincare)曾经说道：“有某教师在课室中，令学生们笔记‘圆周者，平面上与一定点等距离之点之轨迹也。’忠实的学生，记下来了；顽皮的学生，不但无兴趣去记，甚至写些别的不相干的东西。事实上，不论哪一种学生，都尚未了解圆周为何物。然后，教师用粉笔作圆于黑板上，全体学生方才明白，‘圆周原来是一个圆圈。’”科学家 A. 爱因斯坦(Einstein)也说道：“学生尽管对于数学以外的事物，具有才能，对于数学可以蒙昧无知。……此种实情，其责任恐不能完全归之于学生，甚至可以完全归罪于教师。”吾人应该站在学生的立场，顺应学生的心理发展去教育学生，才能满足他们的真实感。某些教材，虽然具有高度的实用价值或高度的论理性价值，假使学生不发生任何真实感，就心理的原则而言，这些教材，简直是没有教育的价值。

三原则之统一 上述三原则应该综合统一而不应该对立。然则统一之关键何在？是必须先就学生生活的环境中，从其易于接触、易于理解且有实用价值的事物出发，以向论理的途径进行。所以心理性和实用性应该是论理性的向导，选择教材不应该先将实用性和论理性分别采取，然后合拢；这样勉强凑成的教材，是支离破碎的。把数学的观念和方法适用于实际应用问题时，理论上的疑问，自然油然而生；岂可以预先制成生硬的数学理论，强求适合于实用！

数学和其他的学科，并没有什么大不相同的地方，因为它常常伴着生产力、技术发展而来。对于古代数学的发生，恩格斯(Engels)曾经说过：“季节的知识老早对于农业种族或游牧民族，已经绝对需要。天文学没有数学的帮助，是无从发展起来的。所以在这‘古代’，已经有了数学。农业发达到某阶段，因灌溉法之改进、都市之发达、航海之需要，力学跟着发生，力学没有数学的助力，无由长足进展。”此不独在数学的诞生期为然，无论在什么时代，数学常常伴着自然科学技术、社会发展而发展。

数学教育家能(Nunn)说过：“数学的真理具有两面。其一面的数学真理，向时(间)空(间)的实在世界进展而与之接触。还有一面的数学真理，在数学的内部，相互对应，保持联系。数学史就是把这两面真理的不断的发展，叙述其经过情形。这两面的发展，并非互相独立，此未曾离彼，彼亦未曾离此。今后的数学也应是这样，两面不会分道扬镳，各自存在。所以数学教育，应该使学生认清数学的发展，具有上述两重意义。数学是物质的征服和社会的组织之一武器，同时是一有秩序的论理体系。”

统一了上述三原则，以调和的精神，选择教材，决定教法，实践的过程，称之为数学教育。

20 世纪以前的数学教育 数学教育并不是一种幻想,乃是实践。数学教育是在经济的、社会的、政治的制约下的一种文化形态,自然具有历史性。就欧洲而言,其在奴隶社会制的古代希腊,统治阶级鄙视实践的算术和直觉的实验几何,重视他们所谓“和行动没有关系的真科学”——就是数论——和“抽象的”几何学,岂不是太偏重于论理性!在中世纪封建社会,教育为僧侣所支配,数学教育成为宗教的奴隶。事实上,此时数学教育,偏重于低级的实用性——与生产和科学脱离的宗教上的实用性。文艺复兴与而后,工商业加速度的进展、生产力之发展,促成自然科学的发达,因此发生机械论的唯物论。所以 17、18 世纪的数学教育,自然强调实用性。经过法兰西大革命,巴黎成为欧洲文化的中心,因时代的要求,“一般陶冶”的话头,逐渐流行,中等教育不能专为牧师(神学)和律师(法学)的预备教育,重视所谓“一般陶冶”。其特色是将数学和近世语添入教科书之中。

数学占了普通教育的一科,是从 18 世纪开始的,所以严格地说:数学教育萌芽于 18 世纪。但是,数学教授的内容,大部分是“理论数学”;应用方面的数学,常常将之排斥。究其实际,它的内容也止限于希腊时代至 17 世纪间的数学,这个状态一直延长到 19 世纪之末。19 世纪的数学,虽然非常进展,然而它并没有促成数学教育的改进。因此,19 世纪的数学教育,和近代的科学(19 世纪的科学)以及社会的生活,几乎没有关系。相反地,因入学考试的准备和其他种种考试的准备,数学难题的教授,和脱离实际的理论,成了数学教材的核心。事实上,当时所采用的几何学课本,就是欧几里得^①《几何原本》(下简称《原本》)最初数章;代数学和三角法,是将专门的材料压缩而成的,太古太多,脱离实际需要。当时的物理、化学等自然科学等教材,已能推陈出新,然而保守的数学,不改旧态。

到了 19 世纪之末,近代科学的急速发达,和各国产业的进展,经济的、社会的、思想的,给人们的生活状态以重大的变动。中等教育的内容,不能不有所更变。

数学教育改造的先声 保守的英国,它的几何学教本,一直沿用欧几里得的《原本》。教师们视《原本》如圣书,不愿苟且改变其一字一句。不但学生觉得枯燥无味,教师也觉得痛苦非常。改良之声渐起。到了 1870 年,组织了“几何学教授改良协会”^②,制定几何学要目。其结果,不过是一种微温的刷新,这也无怪其然,因为他们(协会会员)主张要不失《原本》精神和体裁,制订《原本》最初六卷的要目。他们最大的难题是“如何改造《原本》第五卷的比例论”——比例论是《原本》

① Euclid 的《几何原本》共一十三卷,明徐光启有译本。其最初六章是平面部分。

② The Association for the Improvement of Geometrical Teaching.

中最壮丽的部分。尼克宋的《改良欧几里得》^①一书，在中国颇有流传，就是依“协会”的精神写成的几何学著作。

此协会到了1897年，改名为“英国数学协会”，以 *The Mathematical Gazette* 做它的机关杂志，登载关于数学教育的种种事情。

数学教育改造运动

彼利运动 数学教育改革的首创者，应该说是英国的 J. 彼利(J. Perry 1850~1920)。彼利幼时做过学徒(1864~1868年)、锻冶工场的工人(1868~1870年)，苦学的当中，曾经旁听汤姆生的讲演^②。彼利体验了劳动者的生活，努力于劳动者知识之增进；后来做了伦敦国立理学院力学及数学的教授，于1901年在英国科学协会，作“启蒙的改造”讲演。彼利主张的精神，是在数学的实践性，不光是说些教授的技巧。他对于数学的见解，并不是将抽象的数学理论，如何应用于自然现象或社会现象的说明；相反地，从自然现象或社会现象，由实践发见数学的法则，这是彼利所说的数学。上述彼利1901年的讲演，在数学教育史中，是划时代的。其讲演纲要及其检讨，可以看彼利所著的书：

Discussion on the Teaching of Mathematics (Macmillan & Co. 1902)。

彼利的意见，仍对于向来的难题“如何教授几何学”集中，其要点如下：

(一) 完全脱离欧几里得《原本》的形态；

(二) 极度重视实验几何；

(三) 强调几何的实用部分；

(四) 注重立体几何；

(五) 重视实用的种种测定；

(六) 多用格子纸。

这次讲演的结果，自古认为经典的《原本》就因此废除。这时新型的教科书有 Godfrey and Siddons, *Shorter Geometry* (1912)；

Godfrey and Siddons, *Elementary Algebra* (1912)。

彼利在总结小组讨论会的报告中，指出了下列几点是全体一致的意见：

(一) 几何学的实验和实测应该是证明的前提，然而也可以稍稍利用演绎法完成其说明。

(二) 可采用的实验法，应由教师自己决定，随机应变。

(三) 小学在算术初步，就应该使用。

① R. C. J. Nixon, *Euclid Revised* (Oxford, 1876)。

② 参见 *Proceedings of the Royal Society of London*. A III (1926)。

(四) 式子的数字计算,应该熟练,因此可使学生明了种种记号的意义。

(五) 指数法则一经教懂,应该马上授以对数和对数表的用法。

(六) 教材的顺序和教法应由教师灵活运用,不可呆板。

法国的学制改革 彼利的改革运动,影响及于国际数学教育。但是,法国在彼利运动以前,代数与几何,已经有融合教授的倾向,所以受彼利运动的刺激,不太厉害。不但如此,法国 19 世纪出版的几何学书,如 A. M. Legendre 的 *Elements de Geometrie* (其第十二版在 1923 年发行),其内容已经和《原本》大不相同。又如儒歇^①和康勃露色^②合著的《初等几何学》^③,一直到现在,还不失为一部很好的书。但是,法国数学教育,并非毫无问题,对于考试制度的预备教育,大有使中等教育专门化的倾向。彼利讲演的第二年——1902 年——法国政府将中等教育制度全部革新。数学教育因此大加改良,将日常生活有关系的部分增多,又将高深的部分平易化,重视直观的几何和函数的概念。巴黎大学的数学教授 E. 波雷尔^④,依照这个趣旨,编了一套出色的教科书:算术、代数、几何、三角,都在 1903 年出版。波雷尔报告法国中学生用了波雷尔的教科书,兴味大增,成绩极优。这一套教科书有德文和日文的译本。

德国的新主义数学运动 法国 1902 年的学制改革和英国 1901 年彼利时期的讲演,自然冲击了德国学界。德国的硕学——几何学大家——克莱因^⑤不以大学教员不与闻中等教育为然,曾于 1904 年在自然科学会议席上,作了一次题为《对于中学数学和中学物理的注意》的讲演。克莱因又作成文科中学的教授要目,于 1904 年至 1905 年在哥丁根大学作长期的讲演,说明他的课程方案。这是德国新主义数学的原动力。1905 年德国中学教师在梅兰(Meran)举行数学物理教授协会,作成教材要目大纲——梅兰要目。这个梅兰要目,就是以克莱因的方案做骨子的,较克莱因原案,虽然稍为温和,然而比较过去的情形,已经出色。现在将其要点,写在下面:

(一) 顺应学生心意自然的发达,排列教材,选取教材。

(二) 融合数学诸分科,并且要使之和其他科学有密切联系。

(三) 不过于重视数学的“形式陶冶”,“应该置重心于应用方面”,养成“用数学的方法去观察自然现象和社会现象”的能力。

① E. Rouche(1832~1910)。

② C. Comberouse。

③ 此书小仓金之助译为日文,且加以注解和附录。

④ E. Borel(1871~1948?),长于函数论和概率论,曾入班乐卫内阁,做海军部长。

⑤ F. Klein(1849~1925),是数学家,也是一位数学教育家,哥丁根大学教授。