



立足高考大纲 探究知识内涵
解读奥赛真题 揭示思维规律
点击高考难题 登上名校殿堂

QUANCHENG DUIJIE

GAOKAO AOSAI

高考·奥赛全程对接



第5版

高中数学 1



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

丛书主编 蔡 晔

中考·奥赛全程对接	初中数学1
中考·奥赛全程对接	初中数学2
中考·奥赛全程对接	初中数学3
中考·奥赛全程对接	初中物理1
中考·奥赛全程对接	初中物理2
中考·奥赛全程对接	初中化学
高考·奥赛全程对接	高中数学1
高考·奥赛全程对接	高中数学2
高考·奥赛全程对接	高中数学3
高考·奥赛全程对接	高中物理1
高考·奥赛全程对接	高中物理2
高考·奥赛全程对接	高中物理3
高考·奥赛全程对接	高中化学1
高考·奥赛全程对接	高中化学2
高考·奥赛全程对接	高中化学3
高考·奥赛全程对接	高中生物

ISBN 978-7-111-01633-5

封面设计：鞠杨

定价：16.00元

地址：北京市西便门大街26号 邮编：100037
 联系电话：(010)68326294 网址：http://www.cmpbook.com(机工门户网)
 (010)68326291 E-mail: cmp@cmpbook.com
 销售分处：(010)68326239 (010)68379641 (010)68379643

ISBN 978-7-111-01633-5



9 787111 016335

高考·奥赛全程对接
高中数学 1

第 5 版

丛书主编 蔡 晔

本书主编 黄凤圣

本书参编

李成国	李学镇	牛本富	张晓辉	郝伟华	解玉红
王凤丽	王宏愿	郑芝萍	刘跃先	刘建玉	李双平
余平平	李晋渊	陈虹	赵永明	李道军	樊云
邱瑞成	卢建涛	陈鹏	左丽华	赵忠平	金洁
宋曼	李国丽	汪莉	苑炳慧	董世忠	钟旭
黄凤圣	谢瑞聪	张立增			



机械工业出版社

本书以高中数学大纲中的重点、难点和高中竞赛大纲中被加深、拓展的知识点为知识基础,结合涉及到的本年级各类典型高考题目,剖析知识的内涵,发掘思维的本质,介绍解决难题的常规方法,归纳发散,培养和训练开放型创新思维,对接历年高考中有关本知识段的“难题”,用奥赛解题思维巧解高考难题,并通过边学边练及时巩固,引导创新。

图书在版编目(CIP)数据

高考·奥赛全程对接. 高中数学 1/黄凤圣主编. —5版.
—北京:机械工业出版社,2008.5
ISBN 978-7-111-01633-5

I. 高... II. 黄... III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 037732 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:胡 明

责任编辑:胡 明

封面设计:鞠 杨

责任印制:李 妍

北京中兴印刷有限公司印刷

2008 年 5 月第 5 版·第 1 次印刷

148mm×210mm·10.625 印张 350 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-01633-5

定价:16.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010)68326294

购书热线电话:(010)88379639 88379641 88379643

编辑热线:(010)88379037

封面无防伪标均为盗版

丛书编委会

编委会主任

黄儒兰

编

委

于海飞

马蕊

王玉梅

王旭增

王凤丽

王凤霞

王宏愿

王国德

王春燕

王瑞淇

介金

左丽华

刘建玉

刘跃先

刘惠斌

孙敏

李双平

余平平

李伟

孙永见

李晋渊

李菊红

睢衍波

张开琪

万兰英

贺建

纽方文

陈龙清

陈虹

郑芝萍

张国平

郁秀萍

金梅

郭志刚

贾红军

黄风圣

康瑞玉

靳强

景宝琴

董培基

董雪清

廖康强

熊辉

游海娥

蔡晔

高欣

常玉林

刘新华

王勇

丛书策划 蔡晔

前言

“高考”是莘莘学子人生中最重要的一关,近几年来,高考形式发生了重大变化,一改一卷统天下的局面。越来越多的省份独立命题,试题题型考查的重点及考察的角度都有所变化。对于面临高考的学生来说,学习和复习的内容、角度及视野也必须更加多元化,才能适应新的高考趋势。

“奥林匹克”这一响亮的名字,已经成为最高水平竞赛的代名词,对每一位有竞争意识的人来说,能够得到它的垂青,是一种无尚的荣誉。中学生学科奥林匹克竞赛也是这样,近二十年来,中国的中学生选手在各项国际中学生学科奥赛中取得了令人瞩目的成绩,充分证明了中国学生的科学潜力。虽然不是每个人都有机会参加这一比赛并能获奖,但“奥赛”中渗透着的知识的精髓和创新的思维方法,对日常的学习和准备高考有着重要的指导和借鉴意义。

本书编写意图

奥林匹克竞赛具有如此高的地位,很重要的原因是各级竞赛奥赛试题具有很强的创新性、应用性和综合性。奥赛注重考查学生对基本知识的深入理解、对所学知识的综合运用以及独立的思考 and 创新能力。而这一点恰恰是素质教育中的核心内容,也是高考试卷改革的精神实质。

现在高考虽然有近二十个省份独立命题,但所有的试卷都有一个共同点:考查点侧重于知识网络的交汇,考查的信息量很大,考查的角度更灵活,对思维能力的考查逐渐增多。因此,在新形式下,用常规的课堂教学思维就会已明显不够。如果考生缺乏开放性思维和应用意识,肯定拿不到高分。

对比“奥赛”初赛、复赛大纲和高考大纲,以及历年初赛、复赛和近几年各地高考中的难题、压轴题也不难看出,许多高考难题都能在“奥赛”试题中看到“影子”。甚至某些题就是上一届奥林匹克竞赛赛题的翻版。因此,我们学习和研究奥林匹克竞赛试题不光是为了夺取“奥赛”金牌,更重要的是可以让我们站在一个更高的高度俯视日常学习和高考,在学习和考试中脱颖而出。

如何进行课外拓展学习,不能盲目操作,要有一套科学的方法和计划,还要有一个得力的助手——辅导参考书。否则,会顾此失彼,得不偿失。

基于以上几个方面的原因,我们编写了这套丛书,将奥赛和高考有机地结合起来,借“他山之石”,攻“此山之玉”,希望能为同学们找到一条通向成功

的捷径。

本书编写特点

本书内容的难度定位在略高于高考的水平,相当于奥林匹克竞赛的中等难度,以高考考试说明中的重、难点和被奥赛大纲加深、拓展的知识点为知识基础,结合各类典型竞赛例题,剖析知识的内涵,发掘思维的本质,介绍解决难题的开放性思维方法,归纳发散、培养和训练开放型创新思维能力,对接历年高考中的经典“选拔”题,用奥赛解题思维巧解高考难题,并通过边学边练及时巩固,引导创新。

本书重点放在例题讲解上。例题具有典型的代表性,思路剖析透彻,解答过程详尽,点津之笔富有启发性,跟踪练习题分为 A 卷、B 卷两部分, A 卷难度高于课本内容的难度,接近高考的难度; B 卷难度与高考压轴题难度相当或稍高于高考压轴题的难度。对于所有的练习题,给出了全解或解答提示,但这仅作为参考。同学们要自己开开动脑筋,结合例题,想出自己的解决方案来。

本书编写力量

本丛书自 2003 年面世以来,参加编写的人员达数百人,他们大部分来自北京四中、人大附中、北师大附中、清华附中、黄冈中学、启东中学、龙岩一中、首都师大附中、北师大二附中、北京八中、北京 101 中学、北京 13 中、民族大学附中等一批重点名校的一线优秀教师和奥赛辅导教练;部分清华大学和北京大学的奥赛保送生和高考理科状元也为本丛书做了许多有益工作。本书所列出的编写人员仅为本次修订人员,还有以前数版的众位编者,由于人数众多,没有在此一一列出,特此声明,并向他们为本书所作的工作致以真诚的感谢。

修订版说明

本丛书面世以来,得到了广大读者朋友的一致认可。为了感谢大家的厚爱,并使我们的作品质量更上一层楼,我们本着与时俱进的时代精神和自我批评、精益求精的工作态度,组织了一批富有经验的专家和勇于创新的一线优秀青年教师,分析研究近几年的各类竞赛和高考的新变化,对原书内容进行了必要的修订,为同学们迎接升学考试助一臂之力。

由于编写时间较紧,可能存在一些缺憾,敬请广大读者批评指正。

编者

目 录

前言

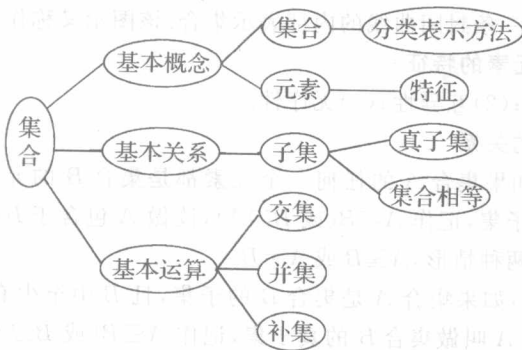
第一章 集合	(1)
第一节 集合间的关系与运算	(1)
第二节 集合中参数的求值问题	(9)
第三节 有限集的子集、元素的数目	(14)
第四节 容斥原理	(20)
第二章 函数	(28)
第一节 映射、函数、反函数	(28)
第二节 函数的定义域、值域、最值	(38)
第三节 函数的性质	(49)
第四节 二次函数	(67)
第五节 幂函数、指数函数、对数函数	(78)
第六节 函数与方程	(91)
第七节 函数模型及其应用	(99)
第三章 数列	(114)
第四章 三角函数	(136)
第一节 三角函数恒等变形	(136)
第二节 三角函数的图像及性质	(150)
第五章 平面向量	(163)
第六章 解三角形	(176)
第七章 算法初步、统计、概率	(185)
参考答案	(195)

注:每章(节)均包含[考点对接]、[高考回顾]、[奥赛升级]、[思维对接]、[边学边练]五个板块。



第一章 集合

集合是高中数学最重要的概念之一,也是高中数学的基础内容之一,在各种竞赛及高考中都是一个重要的出题点.



第一节 集合间的关系与运算



考点对接

1. 集合的概念

一般地,某些指定的对象集在一起就成为一个集合,也简称集.

集合中的每个对象叫做这个集合的元素.

集合常用大写的拉丁字母表示,集合的元素常用小写的拉丁字母表示.

元素与集合之间是从属关系,属于($\in$)或不属于($\notin$ 或 $\bar{\in}$).

2. 常用数集

$\mathbf{N}$ 表示非负整数集(或自然数集); $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ 表示正整数集;

$\mathbf{Z}$ 表示整数集; $\mathbf{Q}$ 表示有理数集;

$\mathbf{R}$ 表示实数集.

以上几种常用数集关系如下: $\mathbf{N}^* \subsetneq \mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}$.



3. 集合的分类

按集合中元素的个数,通常把集合分为:空集($\emptyset$),有限集和无限集.

4. 集合的表示方法

集合常用的表示方法有三种:列举法,描述法,图示法.

列举法:把集合中的元素一一列举出来.

描述法:用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合.例如, $\{x \in A \mid p(x)\}$ 表示在集合 A 中满足条件 $p(x)$ 的所有 x 组成的集合.

图示法:用一条封闭曲线的内部表示集合.该图示又称作文氏图.

5. 集合中元素的特征

(1)确定性;(2)互异性;(3)无序性.

6. 集合间的关系

(1)子集:如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),读做 A 包含于 B (或 B 包含 A);若 $A \subseteq B$,则有两种情形, $A \subsetneq B$ 或 $A = B$.

(2)真子集:如果集合 A 是集合 B 的子集,且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$),读作 A 真包含于 B (或 B 真包含 A).

(3)集合相等:对于两个集合 A 与 B ,若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,我们就说这两个集合相等,记作 $A = B$.

(4)性质:

① $A \subseteq A$; ② $\emptyset \subseteq A$; $\emptyset \subsetneq A (A \neq \emptyset)$;

③若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$;若 $A \subsetneq B$ 且 $B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$;

④若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A = B$; ⑤若 $A \subseteq B$,则 $A \cap B = A, A \cup B = B$.

(5)任意两个集合间的关系:
$$\begin{cases} A \not\subseteq B \\ A \subseteq B \begin{cases} A \subsetneq B \\ A = B \end{cases} \end{cases}$$

7. 集合间的运算

(1)补集:设全集是 U , A 是 U 的一个子集,由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做 U 中子集 A 的补集(或余集),记作 $\complement_U A$,

即 $\complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

性质: $A \cup \complement_U A = U; A \cap \complement_U A = \emptyset; \complement_U(\complement_U A) = A$.

(2)交集:由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做



A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$. 【答案】

(3) 并集: 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或 } x \in B\}$. 【答案】

(4) 集合中的常用性质:

① $A \subseteq B, B \subseteq A$, 则 $A = B$; $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$;

② $\emptyset \subseteq A$, 若 $A \neq \emptyset$, 则 $\emptyset \subsetneq A$;

③ $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B = B \cap A$;

④ $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B = B \cup A$;

⑤ $A \cap \complement_U A = \emptyset, A \cup \complement_U A = U, A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$;

⑥ $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B), (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B)$;

⑦ $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B$. 【答案】



高考回顾

例 1 (2007 · 全国 I) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b-a =$ ()

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

【思路导航】 抓住特殊元素 0, 1, 问题将迎刃而解.

【解答】 由 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$ 可知 $a \neq 0$, 所以有 $a+b=0$.

即有以下对应关系: ① $\begin{cases} a+b=0 \\ \frac{b}{a}=a \\ b=1 \end{cases}$ 或 ② $\begin{cases} a+b=0 \\ b=a \\ \frac{b}{a}=1 \end{cases}$ 解 ① 得 $\begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$ 符合题意; ② 无解. 所以 $b-a=2$.

【答案】 C

【点津】 集合相等是高考考查的一个重点, 抓住特殊元素是解决此类问题的关键.

例 2 (2006 · 辽宁) 设集合 $A = \{1, 2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ 的集合 B 的个数是 ()

A. 1

B. 3

C. 4

D. 8



【思路导航】 由 $3 \notin A, 3 \in A \cup B$ 知 $3 \in B$. 这是解决此题的突破口.

【解答】 $\because A = \{1, 2\}, A \cup B = \{1, 2, 3\} \therefore 3 \in B, \therefore$ 集合 B 的个数应为集合 A 的子集个数 $2^2 = 4$. 故选 C.

【答案】 C

例 3 (2007·湖北) 设 P 和 Q 是两集合, 定义集合 $P - Q = \{x | x \in P, \text{且 } x \notin Q\}$, 如果 $P = \{x | \log_2 x < 1\}, Q = \{x | |x - 2| < 1\}$, 那么 $P - Q$ 等于 ()

A. $\{x | 0 < x < 1\}$

B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$

C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$

D. $\{x | 2 \leq x < 3\}$

【思路导航】 应从不等式 $\log_2 x < 1, |x - 2| < 1$ 的解答入手来解决问题.

【解答】 $\because$ 在集合 P 中, $0 < x < 2$, 在集合 Q 中, $1 < x < 3, \therefore$ 由题意, 得 $P - Q = \{x | 0 < x \leq 1\}$.

【答案】 B

【点津】 本题是一个信息题, 考查学生的应变能力和知识迁移能力, 是高考的热点题型, 在近几年高考中比较多见.

例 4 (2007·陕西) 设集合 $S = \{A_0, A_1, A_2, A_3\}$, 在 S 上定义运算 $\oplus$ 为: $A_i \oplus A_j = A_k$, 其中 k 为 $i + j$ 被 4 除的余数, $i, j = 0, 1, 2, 3$. 则满足关系式 $(x \oplus x) \oplus A_2 = A_0$ 的 $x (x \in S)$ 的个数为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【解答】 因为 $(x \oplus x) \oplus A_2 = A_0, x \oplus x = A_k$, 所以 $A_k \oplus A_2 = A_0, k = 2$. 即 $x \oplus x = A_2$, 故 $x = A_1$ 或 A_3 .

【答案】 B

例 5 (2005·全国 I) 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集用 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下面论断正确的是 ()

A. $\bigcap_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$

B. $S_1 \subseteq (\bigcap_I S_2 \cap \bigcap_I S_3)$

C. $\bigcap_I S_1 \cap \bigcap_I S_2 \cap \bigcap_I S_3 = \emptyset$

D. $S_1 \subseteq (\bigcap_I S_2 \cup \bigcap_I S_3)$

【思路导航】 可由德摩根律和数形结合求出.

【解答】 $\because \bigcap_I S_2 \cap \bigcap_I S_3 = \bigcap_I (S_2 \cup S_3), \bigcap_I S_2 \cup \bigcap_I S_3 = \bigcap_I (S_2 \cap S_3)$

$\therefore S_1 \not\subseteq \bigcap_I (S_2 \cup S_3), S_1 \not\subseteq (\bigcap_I S_2) \cup (\bigcap_I S_3)$

$\therefore$ B、D 错误.



$$\because \bigcap_{i=1}^n S_i \cap (S_2 \cup S_3) \neq \emptyset$$

$\therefore A$ 错误.

$$\because \bigcap_{i=1}^n S_i \cap \bigcap_{i=1}^n S_2 \cap \bigcap_{i=1}^n S_3 = \bigcap_{i=1}^n (S_1 \cup S_2) \cap \bigcap_{i=1}^n S_3 = \emptyset$$

$\therefore C$ 正确. 或可以利用排除法求出.

【答案】 C



奥赛升级

例 1 (2006 · “文心杯”第一届数学奥林匹克公开赛) 集合 $A = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 + 4 = xy + 3y + 2z, x, y, z \in R\}$ 中有 () 个元素.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 无数

【思路导航】 洞察到题中式子必须配成几个平方相加的形式是本题的关键.

【解答】 方程 $x^2 + y^2 + z^2 + 4 = xy + 3y + 2z$, 可化为 $(x - \frac{y}{2})^2 + \frac{3}{4}(y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 0$, 所以有 $x = \frac{y}{2}, y = 2, z = 1$, 即方程的解为 $x = 1, y = 2, z = 1$, 所以 A 中有唯一的元素 $(1, 2, 1)$.

【答案】 B

例 2 (2007 · 湖北联赛) 设 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 集合

$$A = \{x | x^2 - 2[x] = 3\}, B = \{x | \frac{1}{8} < 2^x < 8\}, \text{ 则 } A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【思路导航】 理解 $[x]$ 的意义, 利用集合 $B = (-3, 3)$ 对 $x^2 - 2[x] = 3$ 进行分段讨论可以打开该题的思路.

【解答】 不等式 $\frac{1}{8} < 2^x < 8$ 的解为 $-3 < x < 3$, 所以 $B = (-3, 3)$.

若 $x \in A \cap B$, 则 $\begin{cases} x^2 - 2[x] = 3, \\ -3 < x < 3, \end{cases}$ 所以 $[x]$ 只可能取 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$.

若 $[x] \leq -2$, 则 $x^2 = 3 + 2[x] < 0$, 没有实数解;

若 $[x] = -1$, 则 $x^2 = 1$, 解得 $x = -1$;

若 $[x] = 0$, 则 $x^2 = 3 + 2[x] = 3, x = \pm\sqrt{3}$ 不符合条件;

若 $[x] = 1$, 则 $x^2 = 3 + 2[x] = 5, x = \pm\sqrt{5}$ 不符合条件;

若 $[x] = 2$, 则 $x^2 = 3 + 2[x] = 7, x = \pm\sqrt{7}$, 舍去 $x = -\sqrt{7}$, $\therefore x = \sqrt{7}$.



因此 $A \cap B = \{-1, \sqrt{7}\}$

【答案】 $\{-1, \sqrt{7}\}$



思维对接

1. 解决元素与集合及集合与集合之间的关系问题, 关键是化简给定集合, 确定集合的元素.

2. 在集合的描述法中应特别关注代表元素的形式, 如 $\{y|y=x^2\}$, $\{x|y=x^2\}$, $\{(x,y)|y=x^2\}$ 表示不同的集合.

3. 空集是集合运算中“隐形杀手”, 它时常在题中形成“陷阱”. 如 $A = \{2, 3\}$, $B = \{x|ax+1=0\}$, $B \subseteq A$, 求 a . 此题很容易漏掉 $a=0$ 即 $B = \emptyset$ 这种情况.

4. 充分重视图形(数轴、坐标系、文氏图)在解决集合问题中的“拐杖”作用.

5. 解决有关集合的综合问题, 要注意等价转换思想的运用.



边学边练

A 卷

1. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | y = 2x\}$, $B = \{(x, y) | \frac{y}{x} = 2\}$, 则 A, B 间的关系为 ()

- A. $A \subsetneq B$ B. $A = B$
C. $A \supsetneq B$ D. $A \cap B = \emptyset$

2. 全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $N = \left\{x | x \leq \frac{1}{\sqrt{2}-1}\right\}$, 则 $M \cap (\complement_U N)$ 等于 ()

- A. $\{4\}$ B. $\{3, 4\}$
C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

3. 如图 1-1 设 I 是全集, 集合 P, Q 满足 $P \subsetneq Q$, 则下面的结论中错误的是 ()

- A. $P \cup \complement_I P = I$
B. $\complement_I (P \cup Q) = I$



C. $P \cap \complement_I Q = \emptyset$

D. $\complement_I P \cap \complement_I Q = \complement_I P$

4. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为 ()

A. $x = 3, y = -1$

B. $(3, -1)$

C. $\{3, -1\}$

D. $\{(3, -1)\}$

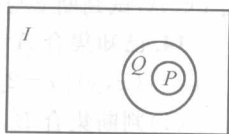


图 1-1

5. 如图 1-2 所示, I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()

A. $(M \cap P) \cap S$

B. $(M \cap P) \cup S$

C. $(M \cap P) \cap \complement_I S$

D. $(M \cap P) \cup \complement_I S$

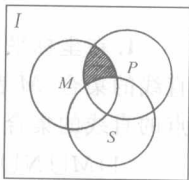


图 1-2

6. 已知集合 $M = \{x | x \neq 1, x \in \mathbf{R}\} \cup \{y | y \neq 2, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $P = \{x | x < 1$ 或 $1 < x < 2$ 或 $x > 2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 M 与 P 之间的关系是 ()

A. $M \subsetneq P$

B. $P \subsetneq M$

C. $P = M$

D. $M \cap P = \emptyset$

7. 已知非空集合 A 满足: ① $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$; ② 若 $a \in A$, 则 $5 - a \in A$. 符合上述要求的集合 A 的个数是 () 个.

A. 32

B. 8

C. 5

D. 3

8. 已知集合 $A = \{0, 2, 3\}$, $B = \{x | x = ab, a, b \in A \text{ 且 } a \neq b\}$, 则 B 的子集的个数是 _____.

9. 已知全集 $U = \{1, 2, 4, 6, 8, 12\}$, 集合 $A = \{8, x, y, z\}$, 集合 $B = \{1, xy, yz, 2x\}$, 且 $A = B$. 求 $\complement_U A$.

10. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 4 = 0\}$, $B = \{x | (x + 1)(x^2 + 3x - 4) = 0\}$, $A \subseteq P \subseteq B$. 求满足条件的集合 P .

11. 已知全集 $U = \{\text{不大于 20 的质数}\}$, M, N 是 U 的两个子集, 且满足 $M \cap (\complement_U N) = \{3, 5\}$, $(\complement_U M) \cap N = \{7, 19\}$, $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) = \{2, 17\}$, 求 M, N .

12. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{1, 9\}$, $A \cap B = \{2\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{4, 6, 8\}$, 求 A, B .

13. 设集合 $A = \{a | a = n^2 + 1, n \in \mathbf{N}\}$, 集合 $B = \{b | b = k^2 - 4k + 5, k \in \mathbf{N}\}$.



若 $c \in A$, 试判断 c 与 B 的关系.

14. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 - y^2 - y = 4\}$, $B = \{(x, y) | x^2 - xy - 2y^2 = 0\}$, $C = \{(x, y) | x - 2y = 0\}$, $D = \{(x, y) | x + y = 0\}$.

(1) 判断集合 B, C, D 间的关系; (2) 求 $A \cap B$.

15. 已知集合 $A = \{1, x, y\}$, $B = \{x, x^2, xy\}$, 且 $A = B$, 求实数 x, y 的值.

B 卷

1. 在坐标平面上, 纵横坐标都是整数的点叫做整点. 我们用 I 表示所有直线的集合, M 表示恰好通过一个整点的直线的集合, N 表示不通过任何整点的直线的集合, P 表示通过无穷多个整点的直线的集合, 那么表达式:

(1) $M \cup N \cup P = I$ (2) $M \neq \emptyset$ (3) $N \neq \emptyset$ (4) $P \neq \emptyset$

其中正确的个数是

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

2. 集合 $M = \{u | u = 12m + 8n + 4l, \text{ 其中 } m, n, l \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{u | u = 20p + 16q + 12r, \text{ 其中 } p, q, r \in \mathbf{Z}\}$ 的关系为

- A. $M = N$ B. $M \not\subseteq N, N \not\subseteq M$
C. $M \not\subseteq N$ D. $M \not\supseteq N$

3. 设 $S = \{(x, y) | x^2 - y^2 = \text{奇数}, x, y \in \mathbf{R}\}$, $T = \{(x, y) | \sin(2\pi x^2) - \sin(2\pi y^2) = \cos(2\pi x^2) - \cos(2\pi y^2), x, y \in \mathbf{R}\}$. 则

- A. $S \subsetneq T$ B. $T \subsetneq S$ C. $S = T$ D. $S \cap T = \emptyset$

4. 设 S_1, S_2, S_3 是三个非空整数集, 已知对于 1, 2, 3 的任意一个排列 i, j, k , 如果 $x \in S_i, y \in S_j$, 则 $x - y \in S_k$. 证明 S_1, S_2, S_3 中必有两个集合相等.

5. 把自然数集分成 2 个不相交子集, 使自然数集中任意二数, 如果它们的差是大于 100 的质数, 则它们在不同子集中. 试求这 2 个子集.

6. 在全国数学竞赛中只有三道题, 已知 (1) 某校 25 个学生参加竞赛, 每个学生至少解出一道题; (2) 在所有没有解出第一题的学生中, 解出第二题的人数是解出第三题人数的 2 倍; (3) 只解出第一题的学生比余下的学生中解出第一题的人数多 1; (4) 只解出一道题的学生中, 有一半没有解出第一题, 问共有多少学生只解出第二题?



第二节 集合中参数的求值问题



考点对接

根据集合间的关系,确定集合中有关参数的值或取值范围也是集合部分典型的一类题目.特别要注意的是集合中元素的三大特性:确定性、互异性、无序性,尤其是互异性的应用.



高考回顾

例 1 (2007·北京) 已知集合 $A = \{x \mid |x-a| \leq 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是_____.

【思路导航】 先求解集合 A, B 中的不等式, 然后在数轴上表示出集合 A, B , 即可观察得解.

【解答】 $|x-a| \leq 1 \Rightarrow a-1 \leq x \leq a+1$, $x^2 - 5x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$ 或 $x \leq 1$.
由图 1-3 可知 $\begin{cases} a-1 > 1 \\ a+1 < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < 3 \end{cases}$, 所以 $2 < a < 3$.

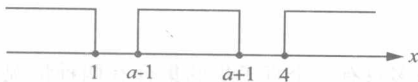


图 1-3

【答案】 $(2, 3)$

【点津】 此类问题用“数形结合”法求解, 直观简捷, 但务必注意边界值的取舍.

例 2 设函数 $f(x) = \frac{x-a}{x-1}$, 集合 $M = \{x \mid f(x) < 0\}$, $P = \{x \mid f'(x) > 0\}$, 若 $M \subseteq P$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 1)$

B. $(0, 1)$

C. $(1, +\infty)$

D. $[1, +\infty)$

【思路导航】 由 $f'(x) = \frac{a-1}{(x-1)^2} > 0$ 知 $a > 1$, 问题迎刃而解.