

中等职业教育国家规划教材

数学

基础版 第二册

教师教学用书

人民教育出版社职业教育中心 编著

人民教育出版社

修订

中等职业教育国家规划教材
数学(基础版)
第二册

教师教学用书

人民教育出版社职业教育中心 编著

人民教育出版社

中等职业教育国家规划教材

数学（基础版）

第二册

教师教学用书

人民教育出版社职业教育中心 编著

*

人民教育出版社 出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京四季青印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张: 6.5 字数: 160 000

2002 年 5 月第 1 版 2008 年 1 月第 4 次印刷

ISBN 978-7-107-15557-4 定价: 13.40 元
G·8647 (课)

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与本社出版科联系调换。

(联系地址: 北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

说 明

本书是根据 2002 年秋季开始使用的中等职业教育国家规划教材数学（基础版）第二册编写的教师教学用书。

这本教师教学用书的编写原则是：

（一）努力体现中等职业教育数学教材编写的指导思想，帮助教师钻研教材，理解教材的编写意图。（二）从当前中等职业学校教学实际出发，根据教学内容尽力指出教材中的难点、重点，帮助教师克服教学中的一些困难。（三）明确各章的教学要求。（四）尽力吸收中等职业学校的数学教学经验。

这本教师教学用书每章包括教学要求，教材分析和教学建议，测验题及答案，习题的答案、提示和解答等四部分。

第二册教材共分四章，各章知识有一定的独立性。第八章：用向量法和坐标法学习直线与二次曲线的性质，使学生进一步掌握向量法和坐标法；第九章：使用向量代数和综合推理两种方法学习空间图形的性质；第十章：学习排列组合知识，提高学生的计数能力；第十一章：学习概率统计初步知识，培养学生应用数学的能力。

每章的核心内容是，第八章：直线方程和二次曲线的概念；第九章：空间平行、垂直与度量性质；第十章：分类计数原理和分步计数原理；第十一章：概率、统计知识的初步应用。在教学中要紧紧抓住这些核心内容，以达到精简实用的目的。

这套教材的教学要求的确定，主要依据国家教育部新制定的

《中等职业学校数学教学大纲（试行）》。这套教材的教学要求，主要按大纲中的一般要求而编写，并适当增加选学内容，适当增加必学内容中个别例、习题的难度，以满足学有余力的学生进一步学习的需要。

本书在教材分析和教学建议中，先介绍本章的内容结构，说明编写意图和编写指导思想，并指出教学的重点和难点，然后分小节进行内容分析，并提出教学建议。测验题是一份课堂考试卷，可在指导学生复习小结的基础上进行，它反映了教材对本章教学的基本要求。由于各专业教学要求不同，这份考试卷仅供参考，教师可根据实际情况另拟考试题目。习题的答案、提示和解答部分，一般简单题只给答案；中等难度题只给提示；难题给出解答，一般只给出常规解法。

在课本说明中，已对全套教材的结构、编写指导思想作了阐述。下面就第二册教材内容结构以及如何贯彻这套教材的指导思想再作如下说明，以帮助教师理解教材。

这套教材，把学习数学的基本思想方法与数学知识放在同样重要的地位。第一册教材涉及到的数学方法：设未知数列方程、不等式及求解问题，待定系数法，数形结合，函数关系的建立与研究方法，配方法等在第二册教材中都得到了加强。第二册又重点学习了坐标法、向量法、统计推断等方法及其应用。教师要重视上述基本思想方法的教学，在教学中要经常有意识地讲解上述方法的应用。

在教学中，要贯彻“温故而知新”的原则。中等职业学校贯彻这一原则有一定的困难。但要使学生学好数学，教学中非得贯彻这一原则不可。根据中等职业学校学生的实际状况和数学教学对基础知识的要求较高，基础不好难于继续学习的特点，在教材编写中，主要采取循环方式编写来贯彻这一原则。由于单纯性复习效果不好，对学生的心理影响也不利，教材采用了在讲新内容的同时，紧密结合新知识复习旧知识。教师在教学中还要根据学生的具体情

况，灵活地设计教案，以新带旧搞好课堂教学，提高教学质量。

完成第二册的教学，总共需要的课时数约为 128 课时，各类专业，都要完成大纲规定的必学内容，但教学要求可以不同。教学要求一般分两种，对于数学要求不高的专业，只需学习必学部分的内容，完成基本练习和习题，对于教材中难度较大的例题和习题，可视学生的实际情况作适当的删减；对于选学部分的内容和有一定难度的例、习题，有关专业和学有余力的学生可以适当选用。

本书编者：陆泽贵、张安禄、刘德荣、高存明。

主编：高存明。审定：陈宏伯。

责任编辑：王旭刚。

这本教师教学用书一定存在不少缺点、错误，恳切希望教师、教研人员和有关专家提出意见，以便再版时修改、订正。

职业教育中心

2006 年 4 月

目 录

第八章 平面解析几何	1
I 教学要求	1
II 教材分析和教学建议	1
一 曲线与方程	4
二 直线方程	7
三 圆的方程	13
四 椭圆、双曲线和抛物线	16
五 极坐标(选学)	19
六 坐标法的应用	22
III 测验题	25
IV 习题答案、提示和解答	29
第九章 立体几何	51
I 教学要求	51
II 教材分析和教学建议	51
一 平面的基本性质	54
二 空间的平行问题	57
三 空间向量	62
四 垂直、夹角和距离	68
五 空间图形性质的应用	73
六 多面体和旋转体(选学)	74
III 测验题 I (空间图形的性质)	88
测验题 II (多面体与旋转体)	91

目 录

IV 习题答案、提示和解答	93
第十章 排列、组合与二项式定理	126
I 教学要求	126
II 教材分析和教学建议	126
一 排列与组合	128
二 排列、组合的应用	135
三 二项式定理	136
III 测验题	138
IV 习题答案、提示和解答	139
第十一章 概率与统计初步	146
I 教学要求	146
II 教材分析和教学建议	146
一 概率初步	151
二 统计初步 (选学)	165
三 概率与统计的应用举例	179
III 测验题	179
IV 习题答案、提示和解答	183

第八章 平面解析几何

I 教学要求

1. 理解曲线与方程的关系，会根据曲线的特征性质选择适当的直角坐标系，求曲线的方程。
2. 掌握简单的二元二次方程组的解法，会求曲线的交点。
3. 掌握直线方程的点向式，熟练掌握直线斜率的概念，会根据已知条件求直线的斜率，掌握直线方程的点斜式。
4. 理解直线与二元一次方程的关系，掌握直线方程的点法式和一般式及它们的几何意义。
5. 掌握两条直线垂直与平行的条件，会根据直线方程求两条直线的夹角和点到直线的距离。
6. 了解二元一次不等式所表示的区域，会用直线的法向量来判断不等式表示的区域。
7. 掌握圆的标准方程和一般方程与移轴公式。
8. 掌握椭圆、双曲线和抛物线的标准方程及其性质。
9. 了解曲线方程在物理学中的运用，会解决一些简单的线性规划实际问题。

II 教材分析和教学建议

本章教材是在学生已掌握平面几何知识与平面直角坐标系、平面向量、两点距离公式及基本初等函数等知识的基础上学习的。解析几何是在坐标系的基础上，用坐标表示点，用方程表示点的轨迹——曲线（包括直线），通过研究方程的性质，进一步研究曲线的

性质. 因此可以说, 解析几何是用代数的方法研究几何问题的一门数学学科. 由于向量是数形结合的有力工具, 我们在本章教材中将充分应用坐标法和向量来研究直线、圆和其他二次曲线. 本章教材的主要内容有: 曲线与方程、直线、圆、椭圆、双曲线、抛物线、极坐标 (选学).

这些内容共分六大节.

第一大节是“曲线与方程”. 教材通过实例引入曲线和方程的概念, 并通过曲线所确定点集中的点和方程的解的一一对应关系, 建立曲线和方程的对应关系. 接下来, 着重讨论了由曲线求方程的方法和步骤, 这是解析几何的主要问题之一, 也是学习以后各节的基础. 教材中还进一步运用向量法求曲线方程, 充分利用了向量这个有力的工具, 作为利用方程来研究曲线的第一个课题.

第二大节是“直线方程”. 直线是最简单的、也是最基本的几何图形. 教材首先运用向量法及平行向量基本定理推导出直线方程点向式, 并给出了点向式的两种表达形式, 便于在不同情况下运用, 然后引入了直线的倾斜角、斜率等概念, 接着再导出直线的点斜式, 并通过公式的推导, 找出了直线的方向向量与斜率的关系. 再运用向量法导出直线的点法式. 又通过二元一次方程与直线的对应关系, 总结出直线方程的一般形式. 教材还通过对直线的点法式的讨论, 推导出了两条直线平行、垂直的条件、两条直线的夹角公式, 并利用向量的内积与直线的单位法向量导出点到直线的距离公式. 最后, 给出了求二元一次不等式表示的区域的方法.

第三大节是“圆的方程”. 这一节主要研究了圆的标准方程、一般方程和参数方程, 再由向量的加、减法运算导出坐标轴平移公式, 并通过化简圆的方程, 使学生理解平移变换的意义和作用, 也促进了学生对公式的记忆. 另外, 提前讲授坐标轴的平移, 可以使学生在后面的学习中较多的反复练习机会.

第四大节是“椭圆、双曲线和抛物线”. 这一节主要研究了椭

圆、双曲线、抛物线的标准方程和几何性质. 利用方程研究曲线的几何性质, 画出方程的图形是解析几何的第二个基本问题, 教材在安排学习椭圆、双曲线、抛物线时, 通过具体的方程对这个问题做了详细的阐述.

第五大节“极坐标”是选学内容. 其中介绍了极坐标系、曲线的极坐标方程, 以及极坐标方程与直角坐标方程的互化, 椭圆、双曲线、抛物线的统一的极坐标方程. 有条件的学校可安排一定的时间向学生介绍, 作为选学内容, 可以扩大学生的知识面; 也可结合专业, 引导学生把所学到的解析几何知识用到实际中去.

第六大节是“坐标法的应用”. 其中, 第 1 小节介绍了坐标法在物理学特别是运动学中的应用. 第 2 小节主要通过一个实例来介绍“简单的线性规划”.

本章教学的关键是: 使学生正确理解和掌握曲线与方程的关系. 重点是直线和圆的方程及其应用. 难点是如何通过曲线的方程研究曲线的性质.

本章的教学时间约需 37 课时 (包括选学内容), 具体分配如下 (仅供参考):

8.1	曲线与方程的概念	1 课时
8.2	求曲线的方程和曲线交点	2 课时
8.3	直线的点向式与点斜式方程	3 课时
8.4	直线的点法式和一般式方程	2 课时
8.5	两条直线的平行与垂直的条件	2 课时
8.6	两条直线的夹角	1 课时
8.7	点到直线的距离	1 课时
8.8	二元一次不等式表示的区域	1 课时
8.9	圆的标准方程	2 课时
8.10	圆的一般方程	1 课时
8.11	圆的参数方程	1 课时

8.12 坐标轴的平移	1 课时
8.13 椭圆	3 课时
8.14 双曲线	3 课时
8.15 抛物线	3 课时
8.16 极坐标系	2 课时
8.17 曲线的极坐标方程	3 课时
8.18 运动方程	1 课时
8.19 简单的线性规划	1 课时
小结与复习	3 课时

一 曲线与方程

8.1 曲线与方程的概念

1. 曲线和方程的关系是学习解析几何的基础. 正确理解并掌握求曲线的方程的方法是学好本章的关键.

2. 建立曲线方程的概念, 要涉及点集与二元方程的解集的元素间的一一对应关系, 比较抽象. 因此, 教材在复习平面直角坐标的基本知识、点的轨迹(或集合)的基础上, 从分析方程 $y=x$ 的图象与方程 $y=x$ 的关系入手, 概括出一般曲线 c 与方程 $F(x,y)=0$ 的关系.

(1) “曲线 c 上的点的坐标都是方程 $F(x,y)=0$ 的解”, 说明曲线 c 上所有的点的坐标都满足方程 $F(x,y)=0$, 也就是说, 曲线 c 上不存在不满足方程 $F(x,y)=0$ 的点.

(2) “以方程 $F(x,y)=0$ 的解为坐标的点都是曲线 c 上的点”, 说明坐标适合方程 $F(x,y)=0$ 的所有点都在曲线 c 上.

只有同时具备上述两个条件, 才能保证曲线的点集与方程的解集一一对应, 才能称为“曲线的方程”和“方程的曲线”. 为了使

学生完整地理解曲线与方程之间的对应关系，还可举实例从反面加以说明。

例(1) 点在方程的曲线上的充要条件是该点的坐标是方程的解。因此，判定一个点是否在曲线上，只要判定该点的坐标是否是这个曲线方程的解。点 M_1 、 M_2 是否在方程 $x^2 + y^2 = 25$ 的曲线上，只要把点的坐标代入方程，看它是否是方程的解。

(2) 用曲线方程的定义说明以原点为圆心、半径等于 5 的圆的方程为 $x^2 + y^2 = 25$ ，需要说明在曲线上的点的坐标是方程的解，以及坐标是方程 $x^2 + y^2 = 25$ 的解的点在这条曲线上。本例题的目的是使学生熟悉曲线方程的定义。

8.2 求曲线的方程和曲线的交点

1. 在求方程之前，必须首先建立坐标系，使平面上的点和有序实数对建立一一对应。由于几何曲线可以看作是具有某些共同特性的点集，因而可以建立曲线与方程之间的对应关系。这样就可以将研究曲线的几何问题，转化为研究方程的代数问题。关于坐标系，在具体问题中有两种情况：一是题目中已给出了坐标系（如教材中的例题）；二是原题中没有给出坐标系，这时就要自己选择坐标系。坐标系选取恰当，可使运算过程简单，所得结果也简单。对此，有些专业可在本节的最后再加举一些例题，以加深学生的理解，但对此不应要求过高，在以后的教学过程中，还会不断地提高学生对曲线与方程关系的理解。

2. 根据曲线上的点所适合的条件列出等式是求方程的重要步骤。这里所说的“等式”，一般地，它既不是恒等式，也不是方程式，而是指带有叙述性的等量关系。这一步是由曲线向方程转化的关键，接下去只要把相应的解析式代入等式，就可得出曲线方程的初始形式：在这里，常要用到几何、三角等方面的一些基本公式（如两点的距离公式、向量的夹角公式、平行垂直条件等）。因此，

先要了解学生对有关知识的掌握情况，必要时可结合教材作适当的复习；然后要强调仔细审题，分析已知条件和曲线的特征，抓住曲线上任意点 P 满足的等量关系；最后，把“等量关系”转化为坐标表示。

3. 证明化简后所得的方程就是所求的方程，也就是要证明曲线上的任意的点的坐标都是方程的解，还要证明以所求方程的解为坐标的点在曲线上。这一步证明非常重要，否则不仅在理论上讲是不完整的，而且由于在运算过程中会出现增根和失根等问题，进行检验就更为必要。

教材中，因为化简过程一般是同解变形，常用“充要条件”或“当且仅当”来书写，所以一般不写步骤（5）。但要引导学生不断地回忆逻辑语句“充要条件”、“当且仅当”的含义。如果化简过程不是方程的同解变形，应要求学生观察以下变形过程中是否有增根和失根的情况出现，并在所得方程中删去或补上。

4. 求曲线的方程贯穿于本章教材的始终。本节主要目的是使学生学习和掌握求方程的方法和步骤，因而教学中不宜要求过高。练习的难度一般掌握在与例题一致为妥，以免使学生忽略对教学的主要内容——曲线方程的求法与步骤的理解。在以后各节中，都配备了一些相应的题目，以提高学生求曲线的方程的能力。

求曲线方程的方法很多，概括起来有以下三种，供教师在教学中参考：

（1）直接法：直接求出曲线上动点 $P(x, y)$ 的坐标 x 与 y 之间的函数关系，所得普通方程 $F(x, y) = 0$ 或 $y = f(x)$ 为所求的曲线的轨迹方程。直接法是求曲线方程的基本方法，本章教材中所涉及的求曲线方程的例题和习题，大都可以用直接法求得。

（2）转移法：当用直接法求动点 $P(x, y)$ 的坐标 x 与 y 之间的函数关系较为困难时，有时可将动点 P 转移到题中给定的有规律的图形上的点去研究，以间接求得动点 P 的轨迹方程。

(3) 教材中, 解答例 3 是应用向量法, 由 AP 与 BP 垂直, 推出它们内积为 0. 然后用向量内积的坐标进行运算, 得出曲线方程. 这样比过去我们用斜率公式去解更简单, 而且直观, 并且可在未讲到直线的斜率时解这个问题.

最后, 教材总结了求曲线的方程的方法与步骤. 最后一步证明可以省略, 但教学中不要给学生造成“不需要证明”的印象.

5. 求两曲线的交点, 就是求它们公共点的坐标, 也就是解两条曲线对应的方程所组成的方程组. 如果学生解方程组的能力不高, 教师可指导学生复习初中二元二次方程组的解法. 建议教师重视二元二次方程组的复习与提高, 为学生以后用代数方法研究二次曲线性质打下基础.

二 直线方程

8.3 直线的点向式与点斜式方程

本节包括 3 小节. 分别讲述了直线方程的点向式、点斜式和直线的参数方程. 其核心是点向式和点斜式. 教材用向量的方向来确定直线的方向. 已知一点和直线的方向, 可以唯一确定一条直线的位置.

1. 在推导直线的点向式方程时, 最好先复习一下向量的数乘与平行向量的概念和平行向量基本定理. 直线的方向向量 v 是相对于原点的位置向量, 它与直线 l 平行, 当 $P \in l$ 时, v 与向量 $\overrightarrow{P_0P}$ 平行, 所以 $\overrightarrow{P_0P} = tv$, 换用坐标表示消去参数 t 就导出了教材中的直线方程的点向式 (1) 和 (2).

2. 教材中给出了点向式直线方程的两种形式 (1) 和 (2), 主要目的是便于在求解直线方程时的使用, 当 $v_1 = 0$ 或 $v_2 = 0$ 的情况下, 得到的是平行于 y 轴或平行于 x 轴的特殊直线, 而当 $v_1 \neq 0$ 且

$v_2 \neq 0$ 时, 得到 (2) 式, 即:

$$\frac{x-x_0}{v_1} = \frac{y-y_0}{v_2}$$

这种形式, 其优点是便于学生在学习时的记忆, 公式的特点是一种对称式的表达形式.

3. 在初中, 学生就已经知道两点确定一条直线. 那么, 在平面上, 已知两点的坐标, 怎样求过这两点的直线方程呢? 教材中的例 2 给出了我们一种用点向式方程来求解过两点的直线方程.

4. 直线的斜率的概念与公式导出, 是通过直线的方向向量来定义, 当 $v_1 \neq 0$ 时, 直线的斜率 $k = \frac{v_2}{v_1}$, 这样就找到了方向向量与斜率之间的密切联系, 进一步得到直线斜率的另两个公式, 也就很明显了.

5. 倾斜角和斜率都反映了直线相对于 x 轴正方向的倾斜程度. 斜率是实数, 用它来表示直线的方向, 并约定直线的方向为向上的方向. 这种约定虽然有不利的一面, 但由于它具有明显的几何意义, 又在微积分中表示函数在一点的变化率, 所以在学直线方程时, 仍然要让学生掌握这一概念.

6. 必须着重讲清倾斜角定义中的 3 个条件: (1) 直线向上的方向; (2) x 轴的正方向; (3) 最小的正角, 倾斜角 α 的范围是 $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$, 这样可以使平面上任何一条直线都有唯一的一个倾斜角. 倾斜角的大小确定了, 直线的方向也就确定了.

7. 在给出直线的斜率的定义以后, 应该说明斜率是一个数值, 并根据直线倾斜角的取值范围, 把直线斜率 k 分为 4 种情况: $k=0$, $k>0$, $k<0$, k 不存在. 特别要提醒学生当 $\alpha=90^\circ$ 时, 直线没有斜率, 但并不是直线没有倾斜角.

8. 在导出过两点的直线的斜率公式后, 应向学生指出:

(1) 公式的推导是在直线的倾斜角 $\alpha \neq 90^\circ$ (即 $x_1 \neq x_2$) 的前提

下进行的. 而当 $x_1 = x_2, y_1 \neq y_2$ (即直线和 x 轴垂直) 时, 直线的倾斜角等于 90° , 这时斜率不存在.

(2) 斜率公式与两点的顺序无关, 即两点纵坐标和横坐标在公式中的次序可以同时颠倒.

(3) 斜率公式表明, 直线对于 x 轴的倾斜程度, 可以通过直线上任意两点的坐标表示, 而不需要求出直线的倾斜角, 这样在使用时比较方便.

9. 教材在讲了直线的斜率后, 由直线方程的点向式导出直线方程的点斜式, 在教学上不应局限于这些方程的导出, 单纯用具体数字代入而求得具体方程, 更重要的是掌握各方程中有关参数 (斜率、截距) 的几何意义, 以及如何从具体的直线方程中确定直线的斜率和截距等.

10. 直线的参数方程是直线方程的另一种表现形式, 其本质与直线方程的点向式相同, 在讲解时, 应注意参数 t 的意义, 即: 把直线 l 看成以 P_0 为坐标原点, 以 v 为单位向量的数轴, 那么 t 就是点 P 在这个数轴上的坐标.

8.4 直线的点法式和一般式方程

1. 本节首先由一点和直线的法向量, 导出直线的点法式方程.

2. 这一小节的重点是建立直线与二元一次方程的对应关系, 使学生明确每一个二元一次方程在坐标平面上都对对应着一条直线. 向学生证明这个事实是必要的. 建议教师要重视这一小节的教学. 通过直线方程的教学, 学生已经明确, 每条直线的方程都是二元一次方程. 反过来再追问学生, 是否每一个二元一次方程都表示一条直线, 会加深学生的思考. 实际上, 证明这个事实的每一步都是在寻求二元一次方程中系数 A 、 B 、 C 对应的几何事实. 这样会全面沟通直线与二元一次方程的联系. 因此这节教学不应削弱或删除.

3. 在直线 $Ax + By + C = 0$ 中, x 与 y 的系数 A 、 B 的所确定的