认真解读真题 无须漫游题海

高考数学真题分类解读

第二册

直线和圆的方程

直线、平面、

简单几何体

高考真题研究组 编

丛书在手 高考无忧

分类解读 同步教学

前思设计 与众不同

解读细致 数形结合

哈尔滨工业大学出版社

HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高考数学真题分类解读

第二册

直线和圆的方程

直线、平面、简单几何体

丛书策划　张兰知

本册主编　纪茂玲　程　铭　秦　颖

哈爾濱工業大學出版社

内容简介

本书是《高考数学真题分类解读》丛书的第二册，主要内容由直线和圆的方程，直线、平面、简单几何体两部分组成。本书全部选自全国和各省的高考真题，以前思、解析的形式解题，图文并茂，便于自学。

本书既适合高考生备考选用，又适合高中一二年级学生学习时参考，同时也可作为高中数学教师的参考书。

责任编辑　张秀华
封面设计　卞秉利
出版发行　哈尔滨工业大学出版社
社　　址　哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号　邮编 150006
传　　真　0451－86414749
网　　址　http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷　哈尔滨工业大学印刷厂
开　　本　787mm×1092mm　1/16　印张 14　字数 290 千字
版　　次　2008 年 1 月第 1 版　2008 年 1 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5603-2644-3
印　　数　1～5 000 册
定　　价　22.00 元

前　言

高考考查的是考生的思维素质。高考数学真题的区分度也是考生思维素质的区分度。高考数学真题蕴涵着考查考生思维素质的知识载体，这些知识载体就是培养学生思维素质的知识载体。因此，认真解读高考数学真题，是培养学生思维素质的重要途径。这也是作者编写此书的初衷。

高考数学真题是大量高中数学习题的浓缩，是题之经典、题之精华，它反映了高考对不同数学知识点的考核方式与考核要求。如能精通这本《高考数学真题分类解读》，你无须漫游题海就能达到掌握全面的高考题型及解题方法，升华高中数学知识，从容面对高考，省时高效。

本书在结构上采用了“高考真题”后面紧跟“前思”、“解析”的编排方式，节省了前后翻阅之时间。而且在解析之前设计了“前思”，可以呈现解题前的思维过程，给出解题中将要用到的知识点，旨在通过“前思”的过程学会思考，复习知识、整合知识，使数学思维素质在潜移默化中得以提升。这也是本书与众不同的思考。

本书对高考数学真题进行了分类解读，与教学同步，分解考生高考总复习的压力；解读细致，排疑解惑；数形结合，用图形解说，形象直观，一目了然；版面设计别具一格，以减轻视觉疲劳。

全书共六册，分为15章。第一册为集合与简易逻辑，函数，三角函数，平面向量；第二册为直线和圆的方程，直线、平面、简单几何体；第三册为排列、组合和概率，概率与统计，数列；第四册为不等式，圆锥曲线方程；第五册为极限，导数与微分，复数，算法初步与选讲选做题；第六册为高考数学真题分类集，将高考数学真题分类编排为一册，以便于考生自测。

本书既适用于高三备考的考生，也适用于高一、高二的学生，同时也可作为高中数学教师的参考书。

本册直线和圆的方程由秦颖编写，直线、平面、简单几何体由纪茂玲和程铭编写，董亮也参与了直线、平面、简单几何体的部分编写工作。

一本好书，能让你从中受益！

一本好书，能让你高考无忧！

《高考数学真题分类解读》——高中生必备的学习帮手！

编　者

2007年12月

目　　录

第五章　直线和圆的方程 …… 1
一、选择题 …… 1
二、填空题 …… 33
三、解答题 …… 57
第六章　直线、平面、简单几何体 …… 62
一、选择题 …… 62
二、填空题 …… 110
三、解答题 …… 129

第五章　　直线和圆的方程

一、选择题

5.1　07 全国

下面给出的四个点中，到直线 $x-y+1=0$ 的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且位于$\begin{cases}x+y-1<0\\x-y+1>0\end{cases}$表示的平面区域内的点是________.

A. (1,1)　　B. (−1,1)　　C. (−1, −1)　　D. (1, −1)

【解析】

(1) 点(x_0,y_0)到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

(2) 画出平面区域，由图 1 显见点(−1, −1)和点(1, −1)在平面区域内，因此先排除 A、B 选项.

将点(−1, −1)和点(1, −1)分别代入点到直线的距离公式，可知点(−1, −1)到直线 $x-y+1=0$ 的距离 $d=\frac{\sqrt{2}}{2}$，符合题意.

故选 C.

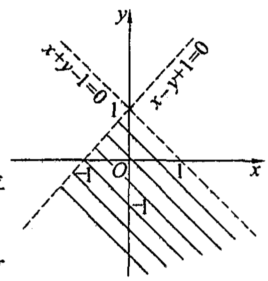


图 1

5.2　07 全国

下面给出的四个点中，位于$\begin{cases}x+y-1<0\\x-y+1>0\end{cases}$表示的平面区域内的点是________.

A. (0,2)　　B. (−2,0)

C. (0, −2)　　D. (2,0)

【解析】

画出平面区域，由图 2 显见，只有点 $C(0,-2)$ 在图中所示的平面区域内.

故选 C.

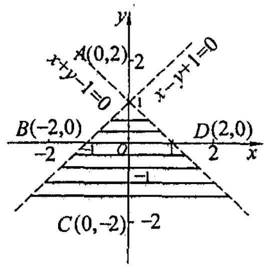


图 2

5.3　07 北京

若不等式组$\begin{cases}x-y\geqslant 0\\2x+y\leqslant 2\\y\geqslant 0\\x+y\leqslant a\end{cases}$表示的平面区域是一个三角形，则 a 的取值范围

是________.

A. $a \geqslant \frac{4}{3}$　　　　B. $0 < a \leqslant 1$

C. $1 \leqslant a \leqslant \frac{4}{3}$　　　　D. $0 < a \leqslant 1$ 或 $a \geqslant \frac{4}{3}$

【解析】

画出不等式组$\begin{cases} x - y \geqslant 0 \\ 2x + y \leqslant 2 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$表示的平面区域,如图3所示.区域为三角形,再在此坐标系中做出直线 $x + y = a$,要使不等式组$\begin{cases} x - y \geqslant 0 \\ 2x + y \leqslant 2 \\ y \geqslant 0 \\ x + y \leqslant a \end{cases}$仍表示一个三角形,直线 $x + y = a$ 存在两个范围的 a,图象分别如图 4、图 5 所示.

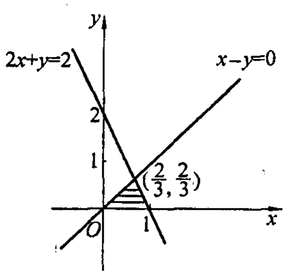


图 3

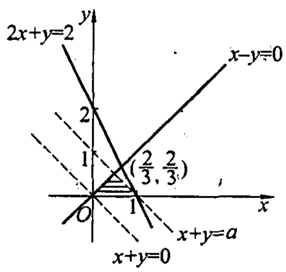


图 4

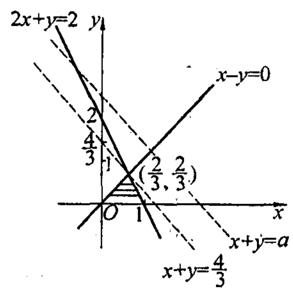


图 5

从图 4 易看出 a 的范围为:$0 < a \leqslant 1$;将图 5 中直线 $x + y = a$ 在 $a > 1$ 的范围向上平移,发现当直线经过原三角形(见图 3)顶点$(\frac{2}{3},\frac{2}{3})$时,刚好表示为原三角形;将直线继续向上平移,不等式组$\begin{cases} x - y \geqslant 0 \\ 2x + y \leqslant 2 \\ y \geqslant 0 \\ x + y \leqslant a \end{cases}$表示的平面区域都是原三角形,将点$(\frac{2}{3},\frac{2}{3})$的坐标代入 $x + y = a$ 中,可求得 $a = \frac{4}{3}$,所以 a 的取值范围为 $a \geqslant \frac{4}{3}$.综上知,a 的取值范围为 $0 < a \leqslant 1$ 或 $a \geqslant \frac{4}{3}$.

故选 D.

5.4　07 浙江

直线 $x - 2y + 1 = 0$ 关于直线 $x = 1$ 对称的直线方程是________.

A. $x + 2y - 1 = 0$　B. $2x + y - 1 = 0$　C. $2x + y - 3 = 0$　D. $x + 2y - 3 = 0$

【前思】

数形结合,画出草图,如图 6 所示.由轴对称知识易看出所求直线必过点(3,0)和点

(1,1). 根据直线方程的两点式$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$,将点(3,0) 和点(1,1) 的坐标代入得

$$x+2y-3=0$$

故选 D.

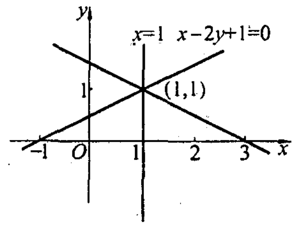


图 6

5.5　07 浙江

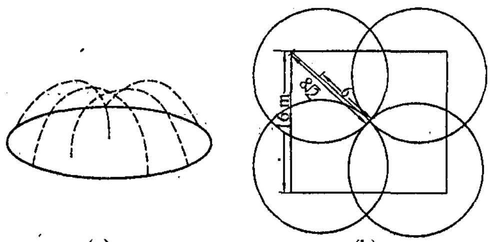
如图 7(a),要在边长为 16 m 的正方形草坪上安装喷水龙头,使整个草坪都能喷洒到水. 假设每个喷水龙头的喷洒范围都是半径为 6 m 的圆面,则需安装这种喷水龙头的个数最少是________.

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

【解析】

如图 7(b) 即可排除选项 A、B、D.

故选 C.



(a)　　(b)

图 7

5.6　07 辽宁

已知变量 x、y 满足约束条件$\begin{cases}x-y+2\leqslant 0\\ x\geqslant 1\\ x+y-7\leqslant 0\end{cases}$,则$\frac{y}{x}$ 的取值范围是________.

A. $[\frac{9}{5},6]$　　B. $(-\infty,\frac{9}{5}]\cup[6,+\infty)$

C. $(-\infty,3]\cup[6,+\infty)$　　D. $[3,6]$

【前思】

线性规划问题,根据约束条件的数学表达式画出可行域,结合图象进行分析.

【解析】

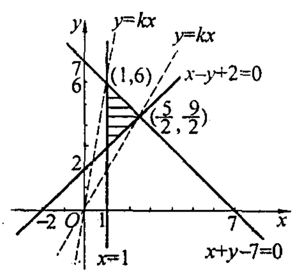


图 8

令$\frac{y}{x}=k$,即 $y=kx$,可知 k 为直线 $y=kx$ 的斜率. 如图 8,直线 $y=kx$ 经过可行域内的点$(\frac{5}{2},\frac{9}{2})$时,斜率 k 取最小值$\frac{\frac{9}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{9}{5}$;直线 $y=kx$ 经过可行域内点(1,6) 时,k 取最大值$\frac{6}{1}=$

6,所以 k 的取值范围是$[\frac{9}{5},6]$,即$\frac{y}{x}$ 的取值范围是$[\frac{9}{5},6]$.

故选 A.

5.7　07 四川

某公司有 60 万元资金,计划投资甲、乙两个项目,按要求对项目甲的投资不小于对项目乙投资的$\frac{2}{3}$ 倍,且每个项目的投资不能低于 5 万元. 对项目甲每投资 1 万元可获得 0.4 万元的利润,对项目乙每投资 1 万元可获得 0.6 万元的利润,该公司正确规划投资后,在两个项目上共可获得的最大利润为________.

A. 36 万元　　B. 31.2 万元　　C. 30.4 万元　　D. 24 万元

【前思】

线性规划问题的实际应用,由题意写出约束条件和目标函数,根据约束条件画出可行域,画出目标函数 $z=0$ 时的直线 l_0(直线 l_0 过坐标原点),平移直线 l_0,根据图象求出最优解,求得最大值,即最大利润.

【解析】

设对项目甲投资 x 万元,对项目乙投资 y 万元,可获得的利润为 z 万元,则约束条件为

$$\begin{cases} x+y \leqslant 60 \\ x \geqslant \frac{2}{3}y \\ x \geqslant 5, y \geqslant 5 \end{cases}$$

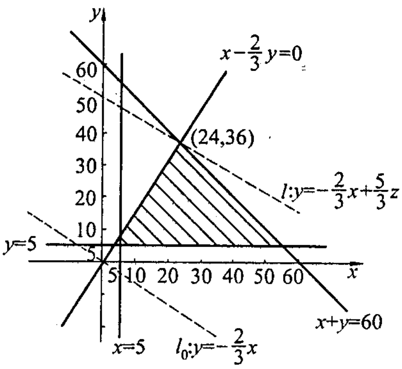


图 9

目标函数为

$$z=0.4x+0.6y$$

根据约束条件画出可行域, 如图 9 所示. 由目标函数 $z=0.4x+0.6y$ 有 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}z$. 当直线 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}z$ 在 y 轴上的截距最大时,z 取得最大值.

作出直线 l_0,向上平移直线 l_0,得到直线 l,如图 9 所示. 由图显见,最优解为(24,36),所以

$$z_{\max}=0.4\times 24+0.6\times 36=31.2\text{ 万元}$$

故选 B.

5.8　07 天津

"$a=2$" 是"直线 $ax+2y=0$ 平行于直线 $x+y=1$" 的________.

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【前思】

充分条件和必要条件:

若 $p \Leftrightarrow q$,则 p 是 q 的充分必要条件.

若 $p \Rightarrow q$,但 $q \nRightarrow p$,则 p 是 q 的充分而不必要条件.

若 $p \nRightarrow q$,但 $q \Rightarrow p$,则 p 是 q 的必要而不充分条件.

若 $p \nRightarrow q$,且 $q \nRightarrow p$,则 p 是 q 的即不充分也不必要条件.

【解析】

当 $a=2$ 时,直线为 $2x+2y=0$,平行于直线 $x+y=1$,所以"$a=2$"是"直线 $ax+2y=0$ 平行于直线 $x+y=1$"的充分条件.

若直线 $ax+2y=0$ 平行于直线 $x+y=1$,则 $-\frac{a}{2}=-1 \Rightarrow a=2$,所以"$a=2$"是"直线 $ax+2y=0$ 平行于直线 $x+y=1$"的必要条件.

综上,"$a=2$"是"直线 $ax+2y=0$ 平行于直线 $x+y=1$"的充分必要条件.

故选 C.

5.9　07 湖北

由直线 $y=x+1$ 上的一点向圆 $(x-3)^2+y^2=1$ 引切线,则切线长的最小值为________.

A. 1　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{7}$　　D. 3

【前思】

(1) 点 (x_0,y_0) 到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

(2) 直角三角形内斜边最长.

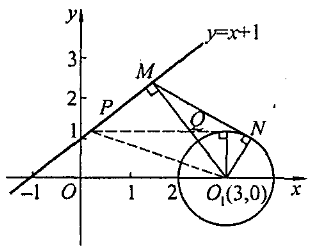


图 10

【解析】

数形结合,先画出草图,如图 10.

过圆心 $O_1(3,0)$ 向直线 $y=x+1$ 作垂线,垂足为 M,过点 M 向圆引切线,切点为 N,线段 MN 即为所求——切线长的最小值.

证明如下:

在直线 $y=x+1$ 上任取一个不同于点 M 的点 P,联结 PO_1,过点 P 向圆做切线,切点为 Q.

在 Rt$\triangle MNO_1$ 和 Rt$\triangle PQO_1$ 中,$MN=\sqrt{MO_1^2-NO_1^2}$,$PQ=\sqrt{PO_1^2-QO_1^2}$,$NO_1=QO_1$,又 $PQ_1>MQ_1$,故 $PQ>MN$,即 MN 为最小切线长,下面求其长度

$$MO_1=\frac{|1\times 3+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2},\quad NO_1=1$$

所以

$$MN=\sqrt{MO_1^2-NO_1^2}=\sqrt{7}$$

故选 C.

5.10　07 江苏

在平面直角坐标系 xOy 中,已知平面区域 $A=\{(x,y)\mid x+y\leqslant 1$,且 $x\geqslant 0,y\geqslant 0\}$,则平面区域 $B=\{(x+y,x-y)\mid(x,y)\in A\}$ 的面积为________.

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

【前思】

数形结合,画出平面区域 $A=\{(x,y)\mid x+y\leqslant 1$,且 $x\geqslant 0,y\geqslant 0\}$,如图 11 所示.平

面区域 A 为三角形,其顶点坐标为(0,1),(0,0),(1,0).平面区域

$$B=\{(x+y,x-y)\mid(x,y)\in A\}$$

所以 $(1,-1)\in B$, $(0,0)\in B$, $(1,1)\in B$

联结这三个点,即得平面区域 B,易知

$$S_B=\frac{1}{2}\times1\times2=1$$

故选 B.

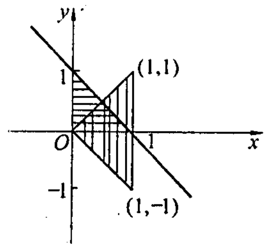


图 11

5.11 07 全国

设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是非零向量,若函数 $f(x)=(x\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-x\boldsymbol{b})$ 的图象是一条直线,则必有________.

A. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$　　C. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{b}$

【前思】

$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$($\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为非零向量)

【解析】

$$f(x)=(x\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-x\boldsymbol{b})=x\boldsymbol{a}^2-x^2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-x\boldsymbol{b}^F$$

若 $f(x)$ 的图象是一条直线,即 x^2 项系数为零,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$.又 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是非零向量,所以 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

故选 A.

5.12 07 重庆

若直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P、Q 两点,且 $\angle POQ=120°$(其中 O 为原点),则 k 的值为________.

A. $-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$

【前思】

若直线 $y=kx+1$ 的倾斜角为 α,则直线的斜率 $k=\tan\alpha$.

【解析】

数形结合,画出草图,如图 12,当直线经过一、二、三象限时,因为

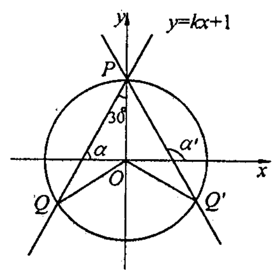


图 12

$$\angle POQ=120°,\quad PO=QO$$

$$\angle QPO=30°$$

所以

$$\angle\alpha=60°$$

$$k=\tan\alpha=\sqrt{3}$$

当直线经过一、二、四象限时,易求得 $\angle\alpha'=120°$,所以

$$k=\tan\alpha'=\tan120°=-\sqrt{3}$$

k 的值为 $-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$.

故选 A.

5.13　07 安徽

如果点 P 在平面区域 $\begin{cases}2x-y+2\geqslant 0\\ x-2y+1\leqslant 0\\ x+y-2\leqslant 0\end{cases}$ 上，点 Q 在曲线 $x^2+(y+2)^2=1$ 上，那么 $|PQ|$ 的最小值为________.

A. $\sqrt{5}-1$　　B. $\dfrac{4}{\sqrt{5}}-1$　　C. $2\sqrt{2}-1$　　D. $2\sqrt{2}-1$

【前思】

两点 (x_1,y_1)、(x_2,y_2) 间距离公式

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

【解析】

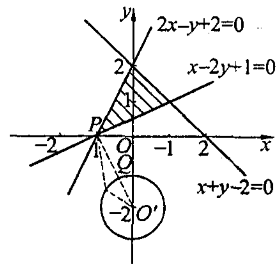


图 13

数形结合，根据不等式组画出平面区域和曲线 $x^2+(y+2)^2=1$ 的图象. 由图 13 显见，$|PQ|$ 的最小值为

$$|PQ|=|PO'|-|QO'|=\sqrt{(-1)^2+2^2}-1=\sqrt{5}-1$$

故选 A.

5.14　07 安徽

若圆 $x^2+y^2-2x-4y=0$ 的圆心到直线 $x-y+a=0$ 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 a 的值为________.

A. -2 或 2　　B. $\dfrac{1}{2}$ 或 $\dfrac{3}{2}$　　C. 2 或 0　　D. -2 或 0

【前思】

(1) 点 (x_0,y_0) 到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离公式

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

(2) 圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，圆心 (a,b).

【解析】

已知圆 $x^2+y^2-2x-4y=0$，即 $(x-1)^2+(y-2)^2=5$，圆心 $(1,2)$ 到直线 $x-y+a=0$ 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即

$$\frac{|1-2+a|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|a-1|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

解得 $a=2$ 或 0.

故选 C.

5.15　07 上海

圆 $x^2+y^2-2x-1=0$ 关于直线 $2x-y+3=0$ 对称的圆的方程是________.

A. $(x+3)^2+(y-2)^2=\dfrac{1}{2}$　　B. $(x-3)^2+(y+2)^2=\dfrac{1}{2}$

C. $(x+3)^2+(y-2)^2=2$　　D. $(x-3)^2+(y+2)^2=2$

【前思】

(1) 轴对称图形特点：

(a) 对称点连线垂直于对称轴.

(b) 对称点到对称轴距离相等.

(2) 点(x_0,y_0)到直线$Ax+By+C=0$的距离

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

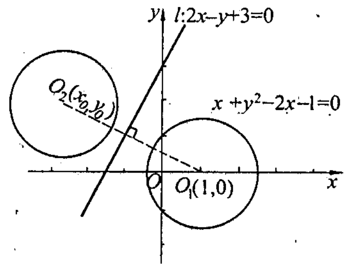


图 14

【解析】

由题意画出草图，如图14所示.由已知圆$x^2+y^2-2x-1=0$，即$(x-1)^2+y^2=2$知，圆心为$O_1(1,0)$，半径为$r_0=\sqrt{2}$.

设对称圆的圆心为$O_2(x_0,y_0)(x_0<0)$，圆心$O_1(1,0)$到直线l的距离为d.

因为$O_1O_2\perp l$，所以$k_{O_1O_2}\cdot k_l=-1$，即

$$\frac{y_0-0}{x_0-1}\cdot 2=-1\Rightarrow x_0+2y_0-1=0 \qquad ①$$

因为

$$O_1O_2=2d$$

即

$$\sqrt{(x_0-1)^2+(y_0-0)^2}=2\frac{|2\times1-0+3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$$

$$\sqrt{(x_0-1)^2+y_0^2}=2\sqrt{5}$$

$$(x_0-1)^2+y_0^2=20 \qquad ②$$

联立方程①、②解得$x_0=-3,y_0=2$，即$O_2(-3,2)$，且已知$r_{O_1}=r_{O_2}=\sqrt{2}$，所以圆O_2为

$$(x+3)^2+(y-2)^2=2$$

故选C.

5.16　06全国

从圆$x^2-2x+y^2-2y+1=0$外一点$P(3,2)$向这个圆作两条切线，则两条切线夹角的余弦值为________.

A. $\frac{1}{2}$　　　B. $\frac{3}{5}$　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　D. 0

【前思】

(1) 圆的标准方程为$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，点$C(a,b)$为圆心坐标，r为圆的半径.

(2) 直线的点斜式方程为$y-y_0=k(x-x_0)$.

(3) 直线与圆相切$\Leftrightarrow$圆心到直线距离等于圆的半径.

(4) 点(x_0,y_0)到直线$Ax+By+C=0$的距离为$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

(5) 两直线l_1和l_2夹角公式

$$\tan\alpha=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_2k_1}\right|$$

(6) $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\tan2\alpha}$，$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

(7) 画出草图,如图 15.

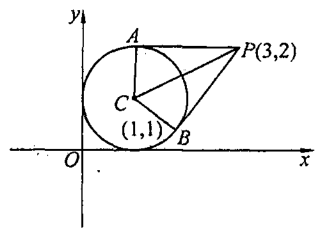


图 15

【解析】

方法 1:原方程可化为

$$(x-1)^2+(y-1)^2=1$$

设切线方程为　$y-2=k(x-3)$

圆心到直线距离　$d=\dfrac{|1-k+3k-2|}{\sqrt{1+k^2}}$

因为直线与圆相切,所以 $d=r=1$,即

$$\frac{|1-k+3k-2|}{\sqrt{1+k^2}}=1$$

解得

$$k_1=0,k_2=\frac{4}{3}$$

设 α 为两切线夹角,故

$$\tan\alpha=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_2k_1}\right|=\left|\frac{\frac{4}{3}-0}{1+\frac{4}{3}\times 0}\right|=\frac{4}{3}$$

所以

$$\cos^2\alpha=\frac{1}{\tan^2\alpha}=\frac{1}{1+(\frac{4}{3})^2}=\frac{9}{25}$$

$$\cos\alpha=\frac{3}{5},\quad \cos\alpha=-\frac{3}{5}(\text{舍去},\alpha\text{ 为锐角})$$

故选 B.

方法 2:数形结合法

已知圆标准方程为$(x-1)^2+(y-1)^2=1$,圆半径 $r=1$,圆心坐标$C(1,1)$. 如图所示,$\triangle APC$ 为直角三角形,且 $AC=r=1$,所以

$$CP=\sqrt{(3-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{5}$$

$$\sin\angle APC=\frac{AC}{CP}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos\angle APB=1-2\sin^2\angle APC=1-2(\frac{1}{\sqrt{5}})^2=\frac{3}{5}$$

故选 B.

5.17　06 全国

如果函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=3-2x$ 的图象关于原点对称,则 $y=f(x)$ 的表达式为________.

A. $y=2x-3$　　B. $y=2x+3$　　C. $y=-2x+3$　　D. $y=-2x-3$

【前思】

直线 $Ax+By+C=0$ 关于原点 O 的对称直线为 $A(-x)+B(-y)+C=0$.

【解析】

用 $-x$, $-y$ 代替 $y=3-2x$ 中的 x,y 得 $-y=3-2(-x)$,即 $y=2x-3$.

故选 D.

5.18　06 天津

设变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leqslant x \\ x+y \geqslant 2 \\ y \geqslant 3x-6 \end{cases}$，则目标函数 $z=2x+y$ 的最小值为________.

A. 2　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 9

【前思】

线性规划问题，根据约束条件的数学表达式画出可行域，再由已知的目标函数结合图象分析，求出最优解，求得最小值.

【解析】

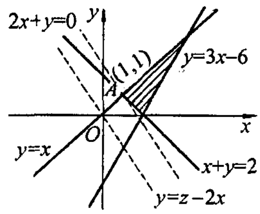


图 16

作出满足不等式组 $\begin{cases} y \leqslant x \\ x+y \geqslant 2 \\ y \geqslant 3x-6 \end{cases}$ 的可行域，如图 16.

由目标函数 $z=2x+y$，即 $y=z-2x$，作出直线 $l: y=z-2x$，在可行域内，当 l 经过点 $A(1,1)$ 时，z 取最小值，即 $z_{\min}=3$.

故选 B.

5.19　06 福建

已知两条直线 $y=ax-2$ 和 $y=(a+2)x+1$ 互相垂直，则 a 等于________.

A. 2　　　　B. 1　　　　C. 0　　　　D. -1

【前思】

两条直线垂直的充要条件 $k_1 \cdot k_2=-1$ 或者一条直线斜率不存在，另一条直线斜率为零.

【解析】

由已知两直线斜率都存在，即 $k_1=a, k_2=a+2$，所以

$$a(a+2)=-1 \Rightarrow a=-1$$

故选 D.

5.20　06 湖北

已知平面区域 D 由以 $A(1,3)$，$B(5,2)$，$C(3,1)$ 为顶点的三角形内部和边界组成，若在区域 D 上有无穷多个点 (x,y) 可使目标函数 $z=x+my$ 取得最小值，则 $m=$________.

A. -2　　　　B. -1　　　　C. 1　　　　D. 4

【前思】

线性规划问题，根据已知画出平面区域 D，再由已知目标函数结合图象分析，找出最优解，求得最小值.

【解析】

根据已知画出图形，如图 17 所示.

方法 1：目标函数可化为 $y=\frac{1}{m}x+\frac{z}{m}$，若 $m>0$，则 z 的最小值对应直线 $y=\frac{1}{m}x+\frac{z}{m}$ 在

y 轴上截距的最小值，可知 $m = 1$ 满足题意；若 $m < 0$，则 z 的最小值对应直线 $y = \frac{1}{m}x + \frac{z}{m}$ 在 y 轴上截距的最大值，$m = -1$ 及 $m = -2$ 均不合题意.

故选 C.

方法 2：分别作出选项中对应的图象，可知答案.

故选 C.

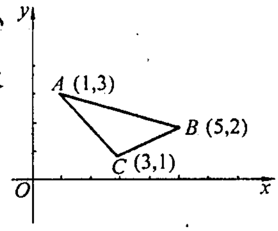


图 17

5.21　06 湖南

圆 $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 10 = 0$ 上的点到直线 $x + y - 14 = 0$ 的最大距离与最小距离的差是________.

A. 16　　　B. 18　　　C. $6\sqrt{2}$　　　D. $5\sqrt{2}$

【前思】

(1) 圆的标准方程 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$，圆心 $C(a, b)$，半径 r.

(2) 点到直线的距离公式 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

【解析】

已知圆的方程可化为 $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 18$，圆心 $C(2,2)$，半径为 $3\sqrt{2}$.

方法 1：解析法. 设圆心到直线的距离为 d

$$d = \frac{|2 + 2 - 14|}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}, r = 3\sqrt{2}$$

所以圆上点到直线的最大距离为 $d + r = 8\sqrt{2}$，最小距离为 $d - r = 2\sqrt{2}$. 所以最大距离与最小距离的差为

$$(d + r) - (d - r) = 8\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

故选 C.

方法 2：数形结合法. 画出草图. 在图 18 上可直接看出点 A、B 分别是圆上到直线 $x + y - 14 = 0$ 的距离最大和最小的点，如图知最大距离与最小距离差为 $|AB| = 2r = 6\sqrt{2}$.

故选 C.

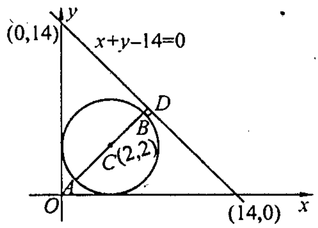


图 18

5.22　06 四川

已知两点 $A(-2,0)$，$B(1,0)$，如果动点 P 满足 $|PA| = 2|PB|$，则点 P 的轨迹所包围的图形面积等于________.

A. π　　　B. 4π　　　C. 8π　　　D. 9π

【前思】

点 (x_1, y_1) 与点 (x_2, y_2) 间距离为 $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

【解析】

设点 $P(x, y)$，由题意有

$$\sqrt{(x + 2)^2 + y^2} = 2\sqrt{(x - 1)^2 + y^2}$$

整理得

$$(x - 2)^2 + y^2 = 4$$

可知点 P 轨迹为圆，且圆的面积为 4π.

故选 B.

5.23　06 重庆

以点 $(2,-1)$ 为圆心且与直线 $3x-4y+5=0$ 相切的圆的方程为________.

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=3$　　B. $(x+2)^2+(y-1)^2=3$

C. $(x-2)^2+(y+1)^2=9$　　D. $(x+2)^2+(y-1)^2=9$

【前思】

已知直线 $Ax+By+C=0$ 和圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，圆心到直线距离

$$d=\frac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

$$d<r \Leftrightarrow \text{相交},\quad d=r \Leftrightarrow \text{相切},\quad d>r \Leftrightarrow \text{相离}$$

【解析】

根据圆心坐标 $(2,-1)$ 可排除选 B、D.

点 $(2,-1)$ 到直线 $3x-4y+5=0$ 的距离

$$d=\frac{|3\times 2-4\times(-1)+5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=3$$

相切时 $d=r$，由圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 可知所求圆的方程为

$$(x-2)^2+(y+1)^2=9$$

故选 C.

5.24　06 重庆

过坐标原点且与圆 $x^2+y^2-4x+2y+\frac{5}{2}=0$ 相切的直线的方程为________.

A. $y=-3x$ 或 $y=\frac{1}{3}x$　　B. $y=3x$ 或 $y=-\frac{1}{3}x$

C. $y=-3x$ 或 $y=-\frac{1}{3}x$　　D. $y=-3x$ 或 $y=\frac{1}{3}x$

【前思】

(1) 点 (x_0,y_0) 到直线 $y=kx$ 的距离 $d=\frac{|y_0-kx_0|}{\sqrt{1+k^2}}$.

(2) 直线与圆相切 $\Leftrightarrow$ 圆心到直线的距离等于圆的半径.

【解析】

已知圆方程 $x^2+y^2-4x+2y+\frac{5}{2}=0$，将其化为标准方程形式，即

$$(x-2)^2+(y+1)^2=\frac{5}{2}$$

圆心坐标 $(2,-1)$，半径 $r=\sqrt{\frac{5}{2}}$.

设所求直线方程方程为 $y=kx$，所以圆心到直线距离为

$$d=\frac{|-1-2k|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{\frac{5}{2}}$$