

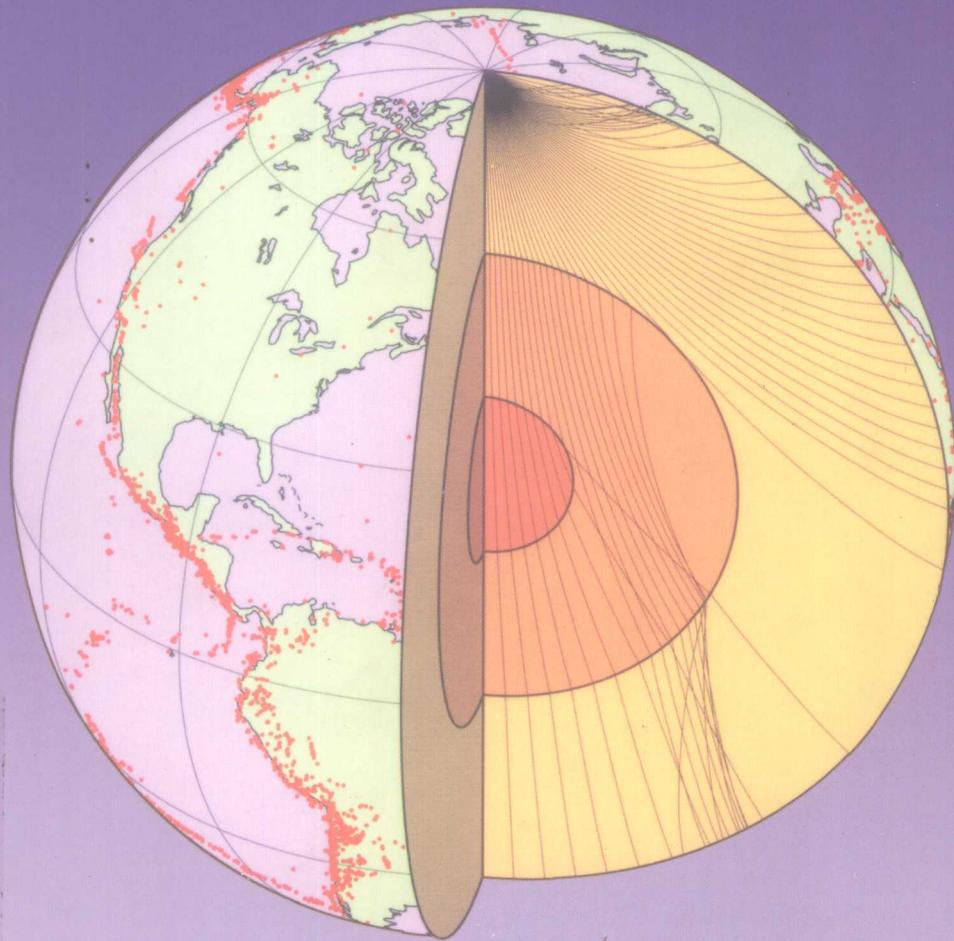
地震学引论

INTRODUCTION TO SEISMOLOGY

[美] Peter M. Shearer 著

陈章立 译

赵翠萍 王勤彩 华卫 校



地震出版社

ISBN 7-5601-0393-1

吉林大学研究生立项教材

吉林大学出版社 编
吉大研立项教材

5.800

6-8352-1052-1

148页

5.8189

中图分类号：P31.2

书名：地震波理论
作者：何樵登 编著
出版者：吉林大学出版社

地震波理论

主 编：何樵登

副主编：韩立国 朱建伟 王德利

责任编辑

责任校对

责任印制

开本

印张

字数

定价

吉林大学出版社

ISBN 7-5601-0393-1

图书在版编目 (CIP) 数据

地震波理论/何樵登编.一长春: 吉林大学出版社,
2005.8

ISBN 7-5601-3238-3
I. 地... II. 何... III. 地震波—理论
IV.P315.3

中国版本图书馆CIP数据核字 (2005) 第055423号

地震波理论

主编 何樵登

责任编辑、责任校对：唐万新

封面设计：孙群

吉林大学出版社出版
(长春市明德路421号)

吉林大学出版社发行
长春市永昌印业有限公司印刷

开本：787×1092毫米 1/16

2005年8月第1版

印张：13.25

2005年8月第1次印刷

字数：294 千字

印数：1—600册

ISBN7-5601-3238-3

定价：24.00元

前　　言

本书是在 1988 年原地质矿产部统编的应用地球物理专业研究生教材的基础上修编而成。原书至今已使用了十多年，近些年来，由于计算机运算能力的极大发展以及连续介质模型由简单化向复杂的实际介质逼近，再加上实际工作中积累了大量的数据和资料，要求用新的模型予以解释，而许多先进的算法的出现，也为新模型付诸实践提供了可能。鉴于原书中的各向异性弹性介质、黏弹性介质及两相介质中的地震波等三章的内容已显得落后。因此，本书对这三章做了重大修改，其他各章属于经典理论基本上保留了。

本教材的主要对象为地球探测与信息技术专业和固体地球物理专业的硕士生及高年级本科生。前导课程为弹性力学、数学场论和工程数学。本书首先在大学生已掌握初步的勘探地球物理或固体地球物理学基本知识的前提下，对波动方程的基本解法、各向同性均匀介质中各种体波的解、无限介质中几种典型震源产生的波、有分界面时平面弹性波的反射和透射、面波和横波的形成等知识加以系统化和深化。兰姆问题则是弹性力学中没有包括的内容，本书介绍几种主要方法对掌握解决地震波正演问题的思路会有帮助。至于各向异性介质、黏弹性介质、非均匀介质和双相介质中波的传播问题，这些大多是正在发展和研究中越来越接近实际的课题，我们在 1988 年版本的基础上做了较大的修改，但仍只限于介绍一些基本规律和基本的分析方法，更重要的是让读者自己去思索，自己去开辟未来的领域。

全书仍分为八章，其中绪论、第一章至第四章、第六章由何樵登教授编写，第五章由王德利博士编写，第七章由韩立国教授编写，第八章由朱建伟教授编写。

本书既可为地球探测与信息技术专业、固体地球物理专业的硕士生的专业基础的教材，也可供这两个专业的高年级本科生选择部分章节开设专题讲座。

编　者

2004 年 8 月

目 录

绪言	(1)
第一章 连续介质力学性质简介	(7)
§ 1 线性弹性动力学的基本公式	(7)
一、张量符号	(7)
二、应力张量	(8)
三、应变张量	(11)
四、线性的应力-应变关系	(13)
五、地震波动方程	(14)
§ 2 弹性动力学的基本边值、初值问题	(15)
§ 3 弹性动力学的互易定理	(17)
习 题	(18)
第二章 弹性动力学的基本波	(20)
§ 1 波动方程及其基本解	(20)
一、波动方程的一般解	(20)
二、分离变量法	(24)
三、球面波分解为平面波：索末菲 (Sommerfeld) 积分	(25)
四、达朗贝尔方程的积分解	(30)
§ 2 各向同性均匀介质中的体波	(33)
一、基本的体波和支配的波动方程	(33)
二、拉梅解的完备性	(35)
三、标量波动方程的解——P 波	(36)
四、矢量波动方程的解——S 波	(37)
五、独立的剪切波分量——SH 波和 SV 波	(37)
§ 3 无限介质中的源函数	(38)
一、点源——二维情况	(38)
二、球穴震源——三维情况	(46)
三、集中力震源产生的波	(48)
习 题	(51)
第三章 弹性波在分界面的反射和透射	(53)
§ 1 平面波入射于平自由界面	(53)
一、纵波 (P) 入射	(53)

二、SV 波入射	(56)
三、SH 波入射	(59)
§ 2 在中间平界面上体波的反射和透射	(60)
一、P 波和 SV 波的反射和折射	(60)
二、SH 波入射的反射和透射	(65)
三、首波	(66)
§ 3 面波	(70)
(1) 一、瑞雷面波	(70)
(2) 二、洛夫面波	(72)
(3) 三、斯通雷界面波	(75)
§ 4 波导	(77)
(4) 一、沿 z 轴入射时产生驻波	(77)
(5) 二、倾斜入射时产生槽波	(79)
(6) 三、在弹性地层之上液体层中的简正波	(83)
§ 5 频散曲线的应用	(84)
第四章 兰姆问题	(88)
§ 1 半无限介质二维问题的兰姆方法	(88)
(7) 一、用于半无限介质表面 $y = 0$ 的垂直力 (面积力)	(88)
(8) 二、沿着 $x = 0, y = 0$ 线作用于半无限介质表面的垂直力 (线源)	(90)
(9) 三、作用于半无限弹性固体表面的切向力	(90)
(10) 四、位移积分分解的计算	(91)
§ 2 Cagniard-deHoop 法	(92)
(11) 一、表面垂直力产生的振动	(92)
(12) 二、表面水平力产生的振动	(100)
第五章 各向异性弹性介质中的地震波	(105)
§ 1 具有垂直对称轴的横向各向同性介质 (VTI) 中的地震波	(105)
§ 2 方位各向异性介质中的地震波	(108)
(13) 一、HTI 介质	(108)
(14) 二、正交各向异性和单斜各向异性介质	(109)
§ 3 任意各向异性介质中的 Christofel 方程	(113)
第六章 黏弹性介质中的地震波	(116)
§ 1 线性黏弹性固体	(116)
(15) 一、非弹性：蠕变、恢复、弛豫和流动	(116)
(16) 二、机械黏弹性模拟	(117)
(17) 三、二维的广义线性固体	(123)
(18) 四、一维 Boltzmann 叠加原理	(128)
(19) 五、三维线性非弹性	(129)
§ 2 无限非弹性介质中的脉冲的传播	(132)

一、广义纳维尔方程和复传播函数.....	(132)
§ 3 低耗损介质中的一般矢量平面波	(135)
一、P 波	(136)
二、S 波	(138)
§ 4 特殊的耗散参数——介质品质因子 Q	(139)
一、阻尼线性振子	(139)
二、 Q 的物理意义	(141)
第七章 非均匀各向同性弹性介质中波的传播.....	(144)
§ 1 非均匀各向同性弹性介质中的波动方程	(144)
§ 2 波动地震学与几何地震学的关系	(146)
§ 3 射线级数解	(148)
一、级数解	(148)
二、相位函数	(149)
§ 4 振幅系数的求取	(150)
§ 5 边界条件	(152)
§ 6 动力学射线追踪	(157)
§ 7 关于 M 的边界条件	(162)
§ 8 射线追踪	(164)
§ 9 旁轴射线近似	(168)
一、旁轴射线追踪系统	(168)
二、位移矢量 U 的旁轴附近分量	(169)
三、位移矢量的旁轴射线近似	(169)
四、旁轴射线法制作合成地震记录	(171)
§ 10 高斯射线束法	(171)
一、抛物型方程	(172)
二、抛物型波动方程 高斯射线束	(173)
三、高斯射线束的性质	(175)
四、柱面波渐近展开为高斯射线束	(178)
五、数值计算步骤	(180)
§ 11 垂向不均匀介质中的波	(181)
§ 12 在随机不均匀介质中波的传播	(185)
第八章 含流体孔隙介质的地震波传播理论.....	(188)
§ 1 Biot 双相介质的地震波传播理论	(188)
一、基本假设	(189)
二、基本方程	(189)
三、含流体各向同性孔隙介质中的地震波波动方程	(190)
§ 2 含流体孔隙介质中喷射流流动理论	(191)
一、概述	(191)

二、基于微观渗流的流体压力	(192)
§ 3 含流体各向同性孔隙介质中基于 BISQ 机制的地震波波动方程	(194)
一、含流体孔隙介质中的动力学方程	(194)
二、含流体孔隙介质中的本构方程	(195)
三、流体孔隙介质中的流体压力	(195)
四、含流体各向同性孔隙介质基于 BISQ 机制的地震波波动方程	(195)
§ 4 含流体孔隙介质中基于 BISQ 机制的地震波传播特性	(196)
一、含流体各向同性孔隙介质相速度和逆品质因子随频率的变化规律	(196)
二、含流体横向各向异性孔隙介质的地震波传播特征	(196)
§ 5 含流体孔隙介质中基于 BISQ 机制的地震波波场正演模拟	(199)
一、应力-压力-位移方程	(199)
二、应力-速度方程	(199)
三、模型试算结果与分析	(200)
参考文献	(203)

(1)	书名页
(2)	目录
(3)	摘要
(4)	关键词
(5)	引言
(6)	模型建立
(7)	数值模拟结果与讨论
(8)	量纲分析与量纲一致性
(9)	模型参数敏感性分析
(10)	模型参数综合敏感性分析
(11)	模型试算结果与分析
(12)	结论
(13)	参考文献
(14)	致谢
(15)	附录 A
(16)	附录 B
(17)	附录 C
(18)	附录 D
(19)	附录 E
(20)	附录 F
(21)	附录 G
(22)	附录 H
(23)	附录 I
(24)	附录 J
(25)	附录 K
(26)	附录 L
(27)	附录 M
(28)	附录 N
(29)	附录 O
(30)	附录 P
(31)	附录 Q
(32)	附录 R
(33)	附录 S
(34)	附录 T
(35)	附录 U
(36)	附录 V
(37)	附录 W
(38)	附录 X
(39)	附录 Y
(40)	附录 Z
(41)	附录 AA
(42)	附录 BB
(43)	附录 CC
(44)	附录 DD
(45)	附录 EE
(46)	附录 FF
(47)	附录 GG
(48)	附录 HH
(49)	附录 II
(50)	附录 JJ
(51)	附录 KK
(52)	附录 LL
(53)	附录 MM
(54)	附录 NN
(55)	附录 OO
(56)	附录 PP
(57)	附录 QQ
(58)	附录 RR
(59)	附录 TT
(60)	附录 YY
(61)	附录 ZZ
(62)	附录 AA
(63)	附录 BB
(64)	附录 CC
(65)	附录 DD
(66)	附录 EE
(67)	附录 FF
(68)	附录 GG
(69)	附录 HH
(70)	附录 II
(71)	附录 JJ
(72)	附录 KK
(73)	附录 LL
(74)	附录 MM
(75)	附录 NN
(76)	附录 OO
(77)	附录 PP
(78)	附录 QQ
(79)	附录 RR
(80)	附录 TT
(81)	附录 YY
(82)	附录 ZZ
(83)	附录 AA
(84)	附录 BB
(85)	附录 CC
(86)	附录 DD
(87)	附录 EE
(88)	附录 FF
(89)	附录 GG
(90)	附录 HH
(91)	附录 II
(92)	附录 JJ
(93)	附录 KK
(94)	附录 LL
(95)	附录 MM
(96)	附录 NN
(97)	附录 OO
(98)	附录 PP
(99)	附录 QQ
(100)	附录 RR
(101)	附录 TT
(102)	附录 YY
(103)	附录 ZZ
(104)	附录 AA
(105)	附录 BB
(106)	附录 CC
(107)	附录 DD
(108)	附录 EE
(109)	附录 FF
(110)	附录 GG
(111)	附录 HH
(112)	附录 II
(113)	附录 JJ
(114)	附录 KK
(115)	附录 LL
(116)	附录 MM
(117)	附录 NN
(118)	附录 OO
(119)	附录 PP
(120)	附录 QQ
(121)	附录 RR
(122)	附录 TT
(123)	附录 YY
(124)	附录 ZZ
(125)	附录 AA
(126)	附录 BB
(127)	附录 CC
(128)	附录 DD
(129)	附录 EE
(130)	附录 FF
(131)	附录 GG
(132)	附录 HH
(133)	附录 II
(134)	附录 JJ
(135)	附录 KK
(136)	附录 LL
(137)	附录 MM
(138)	附录 NN
(139)	附录 OO
(140)	附录 PP
(141)	附录 QQ
(142)	附录 RR
(143)	附录 TT
(144)	附录 YY
(145)	附录 ZZ
(146)	附录 AA
(147)	附录 BB
(148)	附录 CC
(149)	附录 DD
(150)	附录 EE
(151)	附录 FF
(152)	附录 GG
(153)	附录 HH
(154)	附录 II
(155)	附录 JJ
(156)	附录 KK
(157)	附录 LL
(158)	附录 MM
(159)	附录 NN
(160)	附录 OO
(161)	附录 PP
(162)	附录 QQ
(163)	附录 RR
(164)	附录 TT
(165)	附录 YY
(166)	附录 ZZ
(167)	附录 AA
(168)	附录 BB
(169)	附录 CC
(170)	附录 DD
(171)	附录 EE
(172)	附录 FF
(173)	附录 GG
(174)	附录 HH
(175)	附录 II
(176)	附录 JJ
(177)	附录 KK
(178)	附录 LL
(179)	附录 MM
(180)	附录 NN
(181)	附录 OO
(182)	附录 PP
(183)	附录 QQ
(184)	附录 RR
(185)	附录 TT
(186)	附录 YY
(187)	附录 ZZ
(188)	附录 AA
(189)	附录 BB
(190)	附录 CC
(191)	附录 DD
(192)	附录 EE
(193)	附录 FF
(194)	附录 GG
(195)	附录 HH
(196)	附录 II
(197)	附录 JJ
(198)	附录 KK
(199)	附录 LL
(200)	附录 MM
(201)	附录 NN
(202)	附录 OO
(203)	附录 PP
(204)	附录 QQ
(205)	附录 RR
(206)	附录 TT
(207)	附录 YY
(208)	附录 ZZ
(209)	附录 AA
(210)	附录 BB
(211)	附录 CC
(212)	附录 DD
(213)	附录 EE
(214)	附录 FF
(215)	附录 GG
(216)	附录 HH
(217)	附录 II
(218)	附录 JJ
(219)	附录 KK
(220)	附录 LL
(221)	附录 MM
(222)	附录 NN
(223)	附录 OO
(224)	附录 PP
(225)	附录 QQ
(226)	附录 RR
(227)	附录 TT
(228)	附录 YY
(229)	附录 ZZ
(230)	附录 AA
(231)	附录 BB
(232)	附录 CC
(233)	附录 DD
(234)	附录 EE
(235)	附录 FF
(236)	附录 GG
(237)	附录 HH
(238)	附录 II
(239)	附录 JJ
(240)	附录 KK
(241)	附录 LL
(242)	附录 MM
(243)	附录 NN
(244)	附录 OO
(245)	附录 PP
(246)	附录 QQ
(247)	附录 RR
(248)	附录 TT
(249)	附录 YY
(250)	附录 ZZ
(251)	附录 AA
(252)	附录 BB
(253)	附录 CC
(254)	附录 DD
(255)	附录 EE
(256)	附录 FF
(257)	附录 GG
(258)	附录 HH
(259)	附录 II
(260)	附录 JJ
(261)	附录 KK
(262)	附录 LL
(263)	附录 MM
(264)	附录 NN
(265)	附录 OO
(266)	附录 PP
(267)	附录 QQ
(268)	附录 RR
(269)	附录 TT
(270)	附录 YY
(271)	附录 ZZ
(272)	附录 AA
(273)	附录 BB
(274)	附录 CC
(275)	附录 DD
(276)	附录 EE
(277)	附录 FF
(278)	附录 GG
(279)	附录 HH
(280)	附录 II
(281)	附录 JJ
(282)	附录 KK
(283)	附录 LL
(284)	附录 MM
(285)	附录 NN
(286)	附录 OO
(287)	附录 PP
(288)	附录 QQ
(289)	附录 RR
(290)	附录 TT
(291)	附录 YY
(292)	附录 ZZ
(293)	附录 AA
(294)	附录 BB
(295)	附录 CC
(296)	附录 DD
(297)	附录 EE
(298)	附录 FF
(299)	附录 GG
(300)	附录 HH
(301)	附录 II
(302)	附录 JJ
(303)	附录 KK
(304)	附录 LL
(305)	附录 MM
(306)	附录 NN
(307)	附录 OO
(308)	附录 PP
(309)	附录 QQ
(310)	附录 RR
(311)	附录 TT
(312)	附录 YY
(313)	附录 ZZ
(314)	附录 AA
(315)	附录 BB
(316)	附录 CC
(317)	附录 DD
(318)	附录 EE
(319)	附录 FF
(320)	附录 GG
(321)	附录 HH
(322)	附录 II
(323)	附录 JJ
(324)	附录 KK
(325)	附录 LL
(326)	附录 MM
(327)	附录 NN
(328)	附录 OO
(329)	附录 PP
(330)	附录 QQ
(331)	附录 RR
(332)	附录 TT
(333)	附录 YY
(334)	附录 ZZ
(335)	附录 AA
(336)	附录 BB
(337)	附录 CC
(338)	附录 DD
(339)	附录 EE
(340)	附录 FF
(341)	附录 GG
(342)	附录 HH
(343)	附录 II
(344)	附录 JJ
(345)	附录 KK
(346)	附录 LL
(347)	附录 MM
(348)	附录 NN
(349)	附录 OO
(350)	附录 PP
(351)	附录 QQ
(352)	附录 RR
(353)	附录 TT
(354)	附录 YY
(355)	附录 ZZ
(356)	附录 AA
(357)	附录 BB
(358)	附录 CC
(359)	附录 DD
(360)	附录 EE
(361)	附录 FF
(362)	附录 GG
(363)	附录 HH
(364)	附录 II
(365)	附录 JJ
(366)	附录 KK
(367)	附录 LL
(368)	附录 MM
(369)	附录 NN
(370)	附录 OO
(371)	附录 PP
(372)	附录 QQ
(373)	附录 RR
(374)	附录 TT
(375)	附录 YY
(376)	附录 ZZ
(377)	附录 AA
(378)	附录 BB
(379)	附录 CC
(380)	附录 DD
(381)	附录 EE
(382)	附录 FF
(383)	附录 GG
(384)	附录 HH
(385)	附录 II
(386)	附录 JJ
(387)	附录 KK
(388)	附录 LL
(389)	附录 MM
(390)	附录 NN
(391)	附录 OO
(392)	附录 PP
(393)	附录 QQ
(394)	附录 RR
(395)	附录 TT
(396)	附录 YY
(397)	附录 ZZ
(398)	附录 AA
(399)	附录 BB
(400)	附录 CC
(401)	附录 DD
(402)	附录 EE
(403)	附录 FF
(404)	附录 GG
(405)	附录 HH
(406)	附录 II
(407)	附录 JJ
(408)	附录 KK
(409)	附录 LL
(410)	附录 MM
(411)	附录 NN
(412)	附录 OO
(413)	附录 PP
(414)	附录 QQ
(415)	附录 RR
(416)	附录 TT
(417)	附录 YY
(418)	附录 ZZ
(419)	附录 AA
(420)	附录 BB
(421)	附录 CC
(422)	附录 DD
(423)	附录 EE
(424)	附录 FF
(425)	附录 GG
(426)	附录 HH
(427)	附录 II
(428)	附录 JJ
(429)	附录 KK
(430)	附录 LL
(431)	附录 MM
(432)	附录 NN
(433)	附录 OO
(434)	附录 PP
(435)	附录 QQ
(436)	附录 RR
(437)	附录 TT
(438)	附录 YY
(439)	附录 ZZ
(440)	附录 AA
(441)	附录 BB
(442)	附录 CC
(443)	附录 DD
(444)	附录 EE
(445)	附录 FF
(446)	附录 GG
(447)	附录 HH
(448)	附录 II
(449)	附录 JJ
(450)	附录 KK
(451)	附录 LL
(452)	附录 MM
(453)	附录 NN
(454)	附录 OO
(455)	附录 PP
(456)	附录 QQ
(457)	附录 RR
(458)	附录 TT
(459)	附录 YY
(460)	附录 ZZ
(461)	附录 AA
(462)	附录 BB
(463)	附录 CC
(464)	附录 DD
(465)	附录 EE
(466)	附录 FF
(467)	附录 GG
(468)	附录 HH
(469)	附录 II
(470)	附录 JJ
(471)	附录 KK
(472)	附录 LL
(473)	附录 MM
(474)	附录 NN
(475)	附录 OO
(476)	附录 PP
(477)	附录 QQ
(478)	附录 RR
(479)	附录 TT
(480)	附录 YY
(481)	附录 ZZ
(482)	附录 AA
(483)	附录 BB
(484)	附录 CC
(485)	附录 DD
(486)	附录 EE
(487)	附录 FF
(488)	附录 GG
(489)	附录 HH
(490)	附录 II
(491)	附录 JJ
(492)	附录 KK
(493)	附录 LL
(494)	附录 MM
(495)	附录 NN
(496)	附录 OO
(497)	附录 PP
(498)	附录 QQ
(499)	附录 RR
(500)	附录 TT
(501)	附录 YY
(502)	附录 ZZ
(503)	附录 AA
(504)	附录 BB
(505)	附录 CC
(506)	附录 DD
(507)	附录 EE
(508)	附录 FF
(509)	附录 GG
(510)	附录 HH
(511)	附录 II
(512)	附录 JJ
(513)	附录 KK
(514)	附录 LL
(515)	附录 MM
(516)	附录 NN
(517)	附录 OO
(518)	附录 PP
(519)	附录 QQ
(520)	附录 RR
(521)	附录 TT
(522)	附录 YY
(523)	附录 ZZ
(524)	附录 AA
(525)	附录 BB
(526)	附录 CC
(527)	附录 DD
(528)	附录 EE
(529)	附录 FF
(530)	附录 GG
(531)	附录 HH
(532)	附录 II
(533)	附录 JJ
(534)	附录 KK
(535)	附录 LL
(536)	附录 MM
(537)	附录 NN
(538)	附录 OO
(539)	附录 PP
(540)	附录 QQ
(541)	附录 RR
(542)	附录 TT
(543)	附录 YY
(544)	附录 ZZ
(545)	附录 AA
(546)	附录 BB
(547)	附录 CC
(548)	附录 DD
(549)	附录 EE
(550)	附录 FF
(551)	附录 GG
(552)	附录 HH
(553)	附录 II
(554)	附录 JJ
(555)	附录 KK
(556)	附录 LL
(557)	附录 MM
(558)	附录 NN
(559)	附录 OO

地震波理论是研究地震波传播规律的科学。它是在 19 世纪末至 20 世纪初发展起来的。最初的研究工作是由意大利科学家卡斯蒂尼和法国物理学家皮埃尔·拉米在 1857 年完成的。他们通过实验发现，地震波在传播过程中会受到地层介质的影响，从而导致波速的变化。随后，许多科学家对地震波进行了深入的研究，包括俄国学者列夫·尼古拉耶维奇·维拉尼、美国学者爱德华·阿伦·史密斯等。

绪言

全世界每天发生局部可感觉到的地震约 50 次，而感觉不到但可用现代仪器检测到的地震就更多，并且能够危害建筑结构的地震则每几天就发生一次。每次地震都辐射出通过大地传播的地震波。地震学是研究这些波和它们能给出关于地球结构及地震的物理学的信息的科学。^[1]它是科学家了解不可能直接观测的地球深处信息的主要手段。除此之外，当代地震学还用于建筑工程抗震设计，而用于固体矿产勘探和石油天然气勘探更是广泛和有效，其他方面的应用还有检测核爆炸、帮助选择大型发电厂和水坝的地基以及准确预报地震等等。

地震学在地学的整个领域中处于一个极其重要的位置，这是因为：第一，它涉及地球的力学性质和地球的动力学；第二，它提供了研究地球内部能达到最大深度的手段，并且，它具有的准确度和分辨率比地球物理学的其他任何分支都高。高分辨率和高准确度的获得，是由于在经过地球内部结构的调制作用之后所有能够观测到的波当中，地震波有着最短的波长。地震波与其他地球物理的可观测量（例如热流、静位移、形变、重力或电磁现象等）比较，它遭受到的波形畸变量最少且振幅衰变最小。地震学独有的特性可给我们提供地球内部当前状态的惟一资料，正是因为重视现在的构造活动，地震学引起了普遍的重视。既然地震波是地震学的基础，所以，研究地震波则始终是地震学的核心问题，我们不妨先对地震波理论的发展史做简单的回顾。

声、光和应力等波动理论的发展是不可分割地交织在一起的^[2]，从 17 世纪末开始，波动理论以牛顿的运动定律为基础，从光的传播领域发展到用于声和弹性扰动。1637 年笛卡尔精确地应用斯奈尔定律使光的反射和折射理论研究有了重大进展。1660 年虎克建立了研究固体的应力和应变关系的定律。第一个讨论剪切作为弹性应变的是杨，他提出了 18 世纪的一个最普遍的数学理论并定义了称为杨氏模量的弹性常数。1750 年达郎贝尔第一个讨论了波动方程的偏微分方程，那是对振动的弦进行的，在这个时期光传播的波动性一直没有从数学上加以认识，仍然是粒子学说占主导。惠更斯把波动理论与弹性波的传播相比拟，从而有力地支持了波动理论，1690 年创立了惠更斯原理，他是第一个公开发表光的波动性的支持者。1802 年，杨证明了通过两个狭缝发出的光产生干涉。但他们二人都只假定波就像在空气中的声波一样是纵波。

1809 年 Malus 发现了反射的偏振，Fresnel 在 1816 年发现在彼此垂直的平面中偏振的两个光束并不互相干涉，他推断这只能用横波来说明，从而导致 1860 年麦克斯韦的光的电磁波理论的出现。至此，光的波动说才被普遍接受。这个推论给弹性力学的研究以有力的推动，特别是吸引了伟大的数学家柯西和泊松到这个课题中来，使弹性理论也有了类

似的突破。1822年末,柯西已经发现了经典弹性理论的基本部分^[3],包括应力和位移的运动方程(但据洛夫的资料,他认为是纳维尔在1821年首先导出弹性固体的平衡和振动的一般方程)。1828年泊松首先认识到弹性扰动一般由纵波和横波合成,它证明位移运动的方程的每一个充分正则解可以由两个分位移之和表示,一个是标量位函数的梯度,另外一个是涡旋场,它们分别满足有纵波速度和横波速度的波动方程。

泊松的通解没有包含涡旋场位移分量的矢量位,利用标量位和矢量位的解首先是兰姆在1852年给出的。物理学家斯托克斯1849年首先进行了体力引起的弹性波动的研究,推导出基本的奇异解。洛夫在1903年利用延迟位解决了类似的问题,他是著名的克希霍夫积分(1882年)的扩展。1885年纽曼证明了对于有限弹性介质而言,三个基本的边界初值问题的解的惟一性。

在半空间条件下,1887年瑞雷从理论上导出了面波的存在,这种波是由一对平面谐和波(P波和SV波)在弹性半空间表面平行入射时产生的。1904年兰姆首次研究了脉冲在弹性半空间中的传播(因而被称为兰姆问题),他采用傅氏积分法,证明了响应是由纵波、横波和瑞雷面波组成。前苏联在1930年初开始研究兰姆问题,斯米尔诺夫和索波列夫在1932年根据复变函数的理论发展了波动方程的泛函不变解法;1949年彼得拉欣推广了这个方法,使用傅氏积分和迴路积分,可使瑞雷波与纵波横波分离。

在两个相接触的半空间条件下,1899年诺特推出平面谐波在平界面的反射和折射方程。1911年洛夫在研究表层对瑞雷波传播的影响时,发现了相同类型的另一种波,这就是当覆盖层的横波速度小于下伏层的横波速度时,在这两种介质的分界面上可以形成SH型的面波(洛夫波)。1924年,斯通莱推导出分界面附近存在瑞雷型的面波(斯通莱波)方程。

1939年,出现了解决半空间和两个接触的半空间的瞬变波问题的精巧的卡格尼阿(Cagniard)法,这个方法利用时间的拉氏变换,把空间变量看做参数,对一个问题的拉氏变换的解是一个包含这些参数和拉氏变换参数的积分,通过某个被积函数的变换得到拉普拉斯积分算子,然后用目视进行拉氏反变换求解。卡格尼阿法是瞬变弹性动力学问题的许多现代研究的基础。

20世纪的头20年,弹性波传播问题的研究有所停顿,一方面是因为原子物理的新发展吸引了许多学者的注意力,另一方面是实验条件跟不上要求。但在第二次世界大战以后,这个领域的研究工作又以递增的速度发展了,最重要的原因是来自力学和工程方面,建筑业的迅速发展,对高荷载下建筑物状况的资料的需要不断增加。从地球物理学方面,则是对地震现象要求有更准确的资料和勘探技术需要改进。另外,还涉及检测核爆炸问题。声学和电磁波、应用数学等有关领域的进展也影响到弹性波的研究,最后,尤其是电子计算机的出现对地震学的发展起着显著的影响。

现代,在线性均匀各向同性弹性介质中对波的研究的进展大多是关于边界问题和波散问题的。通过积分变换,卡格尼阿反演技术,相似解和其他的解析方法及实验方法,已经导出和计算了兰姆问题的大多数情况(表面震源和埋藏震源)的解。与此同时,对半空间中埋藏的球腔震源的问题取得了进展,还研究了在楔形体中弹性波的传播问题。近30年来,地震波理论的研究集中在地震波的正、反演问题。包括理论波形图的有效计算方

法,波动方程偏移(尤其是叠前深度偏移)、压制多次波、静校正、速度分析提取密度和弹性常数等。而在这些研究中发展了各种数值计算方法,尤其是有限差分法和有限单元法;横向均匀地球介质中各种类型波的研究;有横向变化的地球介质中的地震波传播问题;在黏弹性介质中地震波的传播理论;在各向异性介质、多相介质以至非线性弹性介质中的地震波传播问题。总之,所解决的问题越来越符合于实际,研究的程度越来越深入,手段和方法越来越完善和先进。

地震学所依据的物理基础虽然不比牛顿定律更先进,但实际的震源和结构带来的复杂性促使它广泛应用高级的数学和强有力的计算机,观测仪器和可利用数据的改善往往导致地震学理论和对地球结构认识的突破。

地震学提供的信息已经在很大程度上改变了关于地球结构资料的不确定性程度,例如,通过地幔传播的P波的平均走时等参数的不确定性只有百分之几,但对内核之内地震能量的阻尼参数还只是十分近似地了解;关于地球的平均径向速度,在50多年前就已经很清楚了,现在也已经能够对地震的位置和辐射模式常规地作图。但是,关于地震物理学本身许多重要情况依然是个秘密。

地震学仅仅被定量地研究了100年左右,是一门比较年轻的科学。关于地震的早期见解是带有迷信色彩和不够科学的,它被认为地震与火山趋向于同时发生。较普遍的是把地震解释为地下爆炸。在18世纪初期,理论研究走在地震观测之前,当时许多科学家预言的纵波、横波和面波,都是直到很晚之后才被证明。

下面对地震学的发展简史做补充描述。
1857年在那不勒斯附近发生一次大地震,对震动感兴趣的一位爱尔兰工程师 Mallet R去意大利研究由这个地震引起的破坏。他描述了离开震中辐射地震波然后把它们反向投到震源来圈定地震的想法。他假设地震是在原处的爆炸和只产生纵波,所以其分析有缺陷。然而他的总体概念是正确的,确定了监测地震和利用人工震源测量地震波速度的实验。

第一个有时间记录的地震仪是1875年由 Filippo 在意大利制成,之后不久,在日本由英国人伊文设计发明了高质量的仪器——水平摆,1889年第一次观测到从日本的远震,1897年在美国加洲的 Lich 观测站安装了第一台北美地震仪。这些早期的仪器是无阻尼的摆,只能提供对震动开始时的地动的精确估计。1898年 Wiechert 第一个引入有阻尼的地震仪,能获得地震整个期间的有用记录。19世纪初,伽利略发明了电磁地震仪,他建立了横跨俄罗斯的台站链,所有现代地震仪都是电磁的。

利用不同的地震范围的地震图导致确定地球震波速度结构的迅速进步,1900年 Richard Oldham 在地震图上识别出 S 波、P 波和面波,后来(1906年)他又根据 100° 以外源检距处缺失直达的 P 波和 SV 波,检测了地核的存在。1909年莫霍洛维奇观测到地壳和地幔之间存在速度的跃变;第一个广泛应用的走时表(波至时间是地震距离的函数)是 1907 年由佐普里兹得出的。1914 年古登堡发表了包含地核震相(穿透或从地核反射)的表,并第一个报告了液态地核的准确深度估计(2900 km, 非常接近现代的 2889 km)。1936 年, Lahmam 发现了固体内核;1940 年 Jeffreys 和 Bullen 发表了对大量地震相走时表的最后方案,今天仍在使用,与现代模型仅差几秒时间。

在 50 多年前就已用地震波的走时确定地球的平均速度与深度的结构。地壳从大洋底下大约为 6 km 厚度变化到大陆之下约 30~50 km, 更深的内部被划分为三个主要层: 地幔、外核和内核。地幔是构成地球体积的 84% 和质量的 68% 的固体岩石外壳, 其中的上地幔约在 300~700 km 深度之间以速度迅速的增大为特征, 这个区域称为过渡带并被认为发生了矿物学的几个相变(包括在 400~660 km 地震不连续面的相变), 大约从 200 km 到核-幔界面之间速度随深度则缓慢增大, 这个增大一般与压力和温度在均匀成分和结晶结构岩石上的变化一致。

在核-幔分界处, 纵波速度从 14 km/s 急剧地下降至大约 8 km/s, 横波速度则从大约 7 km/s 变到零。这个变化(大于地球表面的速度差)发生在固体地幔与液体外核的分界处。在外核之内, P 波速度再次以与混合良好的液体一致的速度缓慢增加, 但是, 在大约 1221 km 半径处, 地核变为固体, P 波速度略为增大, 并出现非零的横波速度。地核被认为主要由铁组成, 内核边界被认为是由铁到不同晶体结构的相变。

地球内部密度的分布比速度结构更难以确定, 因为 P 波和 S 波的走时没有直接对密度提供约束。但是, 利用可能的速度-密度标定关系及已知的地球质量和转动惯量, 布伦指出可能推测出密度剖面。根据简正模式地震学的现代成果提供对密度的更直接的约束(虽然垂直分辨率有限), 通常得到与早期的密度剖面一致。

利用爆炸和其他人工震源的地震勘探在 20 世纪 20 和 30 年代发展起来, 当时为了勘探墨西哥和美国的油气, 早期的工作包括测量 P 波的走时与距离的关系以确定地震波速度, 后来的研究集中在地下层位的反射, 当仪器分布较密时能达到高分辨率。1956 年反射地震数据的共中心点叠加法获得专利, 导致噪声水平降低和更高质量的剖面。20 世纪 50 年代发明了连续震动法, 对长延续时间震动源产生的数据应用了信号处理技术。

20 世纪初建立的地震台站数目的增加, 使圈定大的地震成为常规工作, 导致发现地震不是随机地分布而是趋向沿确定的地带分布。但是, 直到上世纪 60 年代才完全了解这些地带的意义, 作为地学中板块构造革命的一部分内容, 认识到地球表面的特征主要被少数相对刚性的板块的运动决定, 它们经过地质年代而缓慢漂移。相邻板块之间的相对运动引起沿板块边界的地震。各个板块沿洋中脊散开, 在洋中脊处新的海洋岩石圈正在形成, 这已引起欧洲和非洲从美洲的分离。围绕着太平洋边缘, 各个板块被折返回海沟和消减带的地幔中, 例如加利福尼亚洲的圣安第斯断裂等大的剪切断裂是板块之间横向运动的结果。跨过大洋的板块边界往往更分散和以地震活动性的分布为标志, 例如在向北运动的印度板块与欧亚板块之间的喜马拉雅地区。

20 世纪 60 年代, 地震学家能证明大多数全球地震的震源机制与板块构造理论预料的一致。为什么不能更早地发现板块构造理论? 部分因为以前的地震定位的分辨率较低, 更重要的是地震学家那时并没认识到大陆漂移的思想有正确的物理基础, 他们不能正确评价地震位置的含义, 不是用统一的全球理论进行解释, 而趋于用局部和区域构造来解释。

1928 年 Wadati 报道了 100 km 深度之下深源地震的第一个令人信服的证据, 深源地震典型地沿着地震活动性的倾斜平面观测到, 它能延伸到几乎 200 km 深度。它们在太平洋周围发现, 标志着海洋岩石圈消减板的位置, 在西南太平洋的汤加消减带就有一个地震位

置的横截面,是世界上的深地震活动性最活跃的地区。深地震的存在是惊人的发现,因为在这个深度具有的高压和高温度会使大多数物质可塑地形变,没有引起地壳浅地震的突然易碎破裂。直到今天,深地震的物理机制尚未有明确的认识。

1946年第一次详细记录了在 Bikini Atoll 附近的水下核爆炸。1949年前苏联的核弹试验导致美国和西方各国政府为地震学研究提供资金的强烈兴趣,以便区分核爆炸与天然地震,结果帮助改善地震仪器和扩大了地震学的研究项目。1961年建成了世界范围的标准化地震台网。这些仪器记录的快速可利用性导致地震学的许多方面的迅速改进。1964年从智利大地震获得了地球自由震荡的第一个确定性观测记录。

1969年至1972年间,由阿波罗宇航员把地震仪放到月球上并首次记录到月震,它们包括100 km以上的表面冲击、浅震和大约800~1000 km深度处的深震。月震图与地球的地震图十分不同,有着高频散射的很长波列,使其解释很复杂,但已识别出一个月壳和月幔,月壳厚约60 km。1976年由Viking 2号探测器把一个地震仪放在火星上,但由于被风的噪声干扰,只识别出一次可能的火星震。

虽然不可能把地震仪放到太阳上,但通过测量谱线的多普勒漂移检测太阳表面的振荡是可能的。1960年Roler-Leighten首先观测到这样的振荡,他发现太阳表面大约以5 min的周期连续地振动,并且在小的空间波长内不相干,开始时这些震荡被解释为太阳表面附近的局部气体运动所致,但20世纪60年代后期,有几位研究人员提出震荡是由封闭在太阳之内的声波引起的,1975年证实了这个想法(由振动的模式与太阳的自由震荡观测模式一致而证明),并诞生了日震学。但分析是复杂的,要用到简正模式地震学的许多分析技术。

现在,太阳的径向速度结构已被很好约束了,随着仪器的不断改进和专门试验的开展,有进一步突破的希望,包括太阳速度结构中空间和时间变化的分辨率,只在几十年间,日震学已成为研究太阳结构的最重要的工具之一。

20世纪60年代计算机的进步,能够分析大的数组和更复杂的问题,导致地震位置的计算常规化,开始计算复杂速度结构的完全理论地震图。由于人工震源的地震成像技术的迅速发展,石油工业已广泛将它应用于浅地壳结构作图。1976年开始,全球地震仪的数字形式数据投入使用,大大方便了定量波形的对比。近些年来许多全球地震站已升级为宽带高动态范围地震仪,新仪器已用于填补全球覆盖的空隙。大量轻便仪器可用于特定区域的专门实验。现在很容易以标准格式用集中的数据存储器提供在线数据存取而获得地震记录。1970年已很好地确定了地球的平均径向速度和密度结构,包括上地幔中410~660 km深度附近存在的小速度跳跃。然后转向注意分辨速度结构的横向差异,首先对不同区域产生不同的速度-深度剖面。最近,直接将地震数据反演为三维速度结构(层析成像法),近几年分辨率日增的层析成像法已开始提供引人注目的地壳和地幔结构图像,利用可控震源的反射地震已能使陆地和海洋之下地壳结构详细成像。三维结构成像的能力大大地扩大了地震学用以解决许多地学中突出问题的能力,包括在深大断裂带的结构、大陆的深根、消减板的最终结局、大洋扩展中心的结构、地幔内部对流的性质、核幔分界区的细节和内核的结构。

上述大多数问题涉及利用地震波的记录研究地球内部结构。研究地震本身的物理学

也取得了进步,例如关于地震震源的弹性回跳理论,提出在震源处剪切应力缓慢地积累,而通过沿断裂的运动突然释放应变;大的地震台网已可能做出大地震时在断裂上的滑移量分布的时-空史图。尽管如此,包括深震的来源,地壳断裂的触发、传播直至停止过程等有关地震性质的许多基本问题仍没有解决。

$$0 = \delta_{00} = \delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{33} = \delta_{44}$$

且得，即表示算出真值或非不干由，代入

$$\delta = \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} = \delta_{11} = \delta$$

第一章 连续介质力学性质简介

§ 1 线性弹性动力学的基本公式

地震波是通过地球传播的机械波,而波动在介质中的传播特点与介质的力学性质(即形变特性)有着密切的联系,人们企图用数学表达式来描述机械波通过介质的传播规律,自然要以应力和应变之间的关系为基础.在微小应变的条件下,介质中单个质点的微观力学性质可以用应力和应变之间的线性关系来表示,这种关系的本身又给出了描述质点运动情况和有关的物理参数.经典的弹性理论是弹性波的理论基础,也是进一步研究地震波在其他介质中传播的理论基础,因此,首先我们重温弹性力学中有关的基本公式.

一、张量符号^{[3][4]}

自 20 世纪 70 年代后期以来,许多书刊采用了张量符号,这些符号的引入,使我们可以用简洁的表达式表示描述自然规律的数学物理方程.尤其是笛卡儿张量在描述连续介质的力学理论方面很有价值.

I. 哑指标

在空间坐标系中,采用 x_i ($i = 1, 2, 3$) 表示直角坐标系,而矢量 \mathbf{F} 在该坐标系中的分量为 F_i .同理,具有两个下脚标时则表示 9 个分量的一组量,例如 a_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$).

对于求和的常用符号 \sum ,也可改用哑指标规则,这时,重复出现的下脚标意味着要对该下脚标能取得所有值求和,例如

$$a_i x_i = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 \quad (1-1-1)$$

$$a_{ij} x_j = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + a_{i3} x_3 \quad (1-1-2)$$

显然, $a_i x_i = a_{ik} x_k$, 其中 i 起自由下脚标的作用, j 和 k 起哑下脚标的作用.

II. 克罗内克符号或单位张量

克罗内克(Kronecker)符号定义为

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{对于 } i = j \\ 0 & \text{对于 } i \neq j \end{cases} \quad (1-1-3)$$

因此,只有两个下脚标相同时 δ_{ij} 才为 1, 即

$$\delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{33} = 1$$

而下脚标不相同时 δ_{ij} 为零, 即

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{31} = \delta_{13} = \delta_{32} = \delta_{23} = 0$$

此外,由于下脚标重复出现表示求和,所以

$$\delta_{ii} = \delta_{jj} = \delta_{kk} = \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} = 3$$

III. 置换(循环)符号

置换符号或循环符号定义为

$$D_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{如果 } i, j, k \text{ 是 } 1, 2, 3 \text{ 的偶置换时} \\ -1 & \text{如果 } i, j, k \text{ 是 } 1, 2, 3 \text{ 的奇置换时} \\ 0 & \text{如果 } i, j, k \text{ 中任何两个都相同时} \end{cases} \quad (1-1-4)$$

所谓置换就是两个下脚标交换位置,但规定下脚标是按 $1, 2, 3$ 的组合循环;当下脚标不是全部出现 $1, 2, 3$ 这三个不同的数时,则 D_{ijk} 为零.例如 $D_{111}, D_{112}, D_{323}$ 等都为零,例如 D_{123} 经过两次置换得到 D_{231} 或 D_{312} ,它们符合循环规律,依次它们都等于 $+1$,而 D_{123} 经过一次置换,得到 D_{213} 或 D_{321}, D_{132} 等,它们不符合循环规律,因此它们都等于 -1 .

利用置换符号可使矢量的乘积表示得到简化.例如,令 X 和 Y 表示两个矢量.则这两个矢量的标量积为

$$X \cdot Y = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + X_3 Y_3 = X_i Y_i \quad (1-1-5)$$

而这两个矢量的矢量积则是:

$$Z_i = (X \times Y)_i = D_{ijk} X_j Y_k \quad (1-1-6)$$

例如, $i = 1$ 时,(1-1-6)式变为

$$\begin{aligned} Z_1 &= D_{ijk} X_j Y_k \\ &= D_{111} X_1 Y_1 + D_{112} X_1 Y_2 + D_{113} X_1 Y_3 + D_{121} X_2 Y_1 + D_{122} X_2 Y_2 + D_{123} X_2 Y_3 \\ &\quad + D_{131} X_3 Y_1 + D_{132} X_3 Y_2 + D_{133} X_3 Y_3 \\ &= X_2 Y_3 - X_3 Y_2 \end{aligned}$$

同理,可有 $i = 2$ 时, $Z_2 = X_3 Y_1 - X_1 Y_3$; $i = 3$ 时,得 $Z_3 = X_1 Y_2 - X_2 Y_1$.

IV. 微分符号

采用“ i ”的下脚标符号表示对 x_i 的导数,那么,微分的运算就可写成简单的形式.例如:位函数 φ 的梯度分量 G_i 可写成:

$$(1-1-7) \quad G_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = \varphi'_i$$

位移矢量 U 的散度可写成:

$$(1-1-8) \quad \operatorname{div} U = U_{i'i}$$

位移矢量 U 的旋度可写为:

$$(1-1-9) \quad \operatorname{rot} U = D_{ijk} U_{k'i}$$

拉普拉斯算符可写成下脚标:

$$(1-1-10) \quad \nabla^2 = 'ii$$

二、应力张量

连续介质力学中把作用于物体上的力分为两类:体力和面力.由物体以外的源产生的

力称为体力,它们作用于包围所研究的点 P 在内的体积元上,例如重力就是体力的一种;面力是作用于物体中(包括其边界)的任意面上的力,这些力是由于相邻质点之间的反作用,即包含点 P 的面元 ΔS 前侧的质点对后侧质点施加的力,是单位面积的力,属于物体中的内力,而介质的不同部分之间的内力称为应力.

现在考虑一均匀弹性介质内部处于静态平衡中一个任意方向的无限小平面,其方向是由它的单位法向矢量 \hat{n} 规定,通过这个平面在 \hat{n} 方向上于侧面施加的每单位面积的力称为牵引力(拉应力),用矢量 $t(\hat{n}) = (t_x, t_y, t_z)$ 表示,一般其方向与 \hat{n} 不同.有一个与 \hat{n} 相反一侧施加的大小相等方向相反的力 $t(-\hat{n}) = -t(\hat{n})$. 垂直于平面的 t 的部分称为法向应力,平行于平面的部分称为剪切应力.在流体的情况下,没有剪切应力, $t = -p \hat{n}$,其中 p 是压力.

在笛卡儿直角坐标系中,应力张量 σ 可用通过 xy , xz , 和 yz 各平面的牵引力定义为:

$$\sigma = \begin{bmatrix} t_x(\hat{X}) & t_x(\hat{Y}) & t_x(\hat{Z}) \\ t_y(\hat{X}) & t_y(\hat{Y}) & t_y(\hat{Z}) \\ t_z(\hat{X}) & t_z(\hat{Y}) & t_z(\hat{Z}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-1-11)$$

因为固体处于静态平衡,能够没有来自剪切应力的纯转动.例如考察在 xz 平面上的剪切应力,为了平衡,转动力矩 $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$, 类似地, $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$, $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$, 应力张量 σ 是对称的,即:

$$\sigma = \sigma^T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-1-12)$$

应力张量 σ 只包含六个独立元. 它们足以完全描述介质内一给定点的应力状态.

通过由 \hat{n} 定义的方向的任意平面的牵引力可由 \hat{n} 乘以应力张量获得,即

$$t(\hat{n}) = \sigma \hat{n} = \begin{bmatrix} t_x(\hat{n}) \\ t_y(\hat{n}) \\ t_z(\hat{n}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_x \\ \hat{n}_y \\ \hat{n}_z \end{bmatrix} \quad (1-1-13)$$

将与 \hat{n} 垂直的平面和 xy , xz 和 yz 各平面所包围的四面体(柯西四面体)上各面的力相加就能证明这个关系.

应力张量只是从法向向量 \hat{n} 获得牵引力向量 t 的线性算子. 在这个意义上应力张量独立于任何特定坐标系而存在. 在地震学中我们几乎总是把应力张量写成直角坐标系中的 3×3 矩阵. 注意到对称性要求使在二阶张量最普遍形式中存在的九个独立参数减小到应力张量中的六个独立参数(标量被认为是零阶张量,矢量是一阶张量等等).

在物体中应力张量通常随位置而变化. 它是作用于固体中一点处无限小平面上的力的度量. 应力只提供通过这些平面施加的力的度量. 对于任何应力张量, 总是可能找到通过垂直于 \hat{n} 的平面没有剪切应力的方向 \hat{n} , 即 $t(\hat{n})$ 是在 \hat{n} 方向. 在这种情况下