考试名家指导

MBA联考同步复习指导系列

MBA 2009版

数学分册

袁进　编著

第7版

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

MBA 联考同步复习指导系列

数学分册

第 7 版

袁 进 编著

机械工业出版社

本书是根据最新 MBA 考试大纲的要求，按照新的体例结构重新编写而成。全书分为两部分：第一部分包含了 MBA 数学考试的必备基础知识、基本内容和基本题型，可以帮助考生尽快掌握《大纲》所要求的基本数学知识；第二部分在详细研究、系统整理历年 MBA 联考试题的基础上，对历年的数学试题及典型例题进行了归纳分类，给出了典型例题的解题方法和常用技巧。

通过本书的复习，考生可以了解到 MBA 数学所要考的基本知识点和题型，从而掌握 MBA 数学考试的广度和深度，做到复习时目标明确，心中有数，在较短的时间内快速提高自己的 MBA 数学应试能力。

本书适用于参加每年 1 月份 MBA 联考和 10 月份在职 MBA 联考的考生。

图书在版编目（CIP）数据

MBA 联考同步复习指导系列. 数学分册/袁进编著. —7 版.
—北京：机械工业出版社，（2008.4 重印）
ISBN 978-7-111-10749-1

Ⅰ. M… Ⅱ. 袁… Ⅲ. 高等数学—研究生—入学考试
—自学参考资料 Ⅳ. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 028946 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）
责任编辑：孟玉琴 责任印制：邓 博
北京双青印刷厂印刷
2008 年 4 月第 7 版 · 第 2 次印刷
184mm × 260mm · 15 印张 · 363 千字
6001 — 10000 册
标准书号：ISBN 978-7-111-10749-1
定价：38.00 元

· 凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：（010）68326294
购书热线电话：（010）88379639 88379641 88379643
编辑热线电话：（010）68354423
封面无防伪标均为盗版

丛 书 序

这是一套针对 MBA 联考选拔性应试的必备丛书。

本套丛书由北京大学、清华大学、中国人民大学、北京理工大学、西安交通大学、北京交通大学、上海交通大学、同济大学等几所高校的 MBA 辅导名师和资深命题专家联合编写，分为“MBA 联考英语专项训练系列”、“MBA 联考同步复习指导系列”、“MBA 联考模拟试卷系列”3 个系列，共 12 本。本套丛书具有以下特点：

一、一流的编者队伍

本套丛书的作者均是从全国 MBA 辅导名师中精心挑选的。他们多年来一直从事 MBA 考前辅导和命题研究工作，既能把握考生需求与应试精髓，又能洞悉 MBA 命题规律与趋势。

讲课↔著书↔研究，紧密结合，相互推动，在讲课中实践，在著书中提炼，在研究中升华，这是一流应试辅导丛书品质保证的基石。

二、紧扣 MBA 联考最新考试大纲

丛书紧扣最新考试大纲，精心研制的例题与习题在难度上等同或略高于真题，在题型设置上与大纲保持一致，其中数学分册中含有许多作者原创性的考试应对技巧和经验介绍。我们不鼓励“题海战术”，而是立足于帮助考生在深入研究最新考试大纲和历年试题的基础上，准确把握 MBA 联考的难点、重点和命题趋势。

三、体系明晰，精讲精练，为考生提供标准化解决方案

“MBA 联考英语专项训练系列”包括《英语词汇实战宝典》、《MBA 联考英语阅读理解 100 篇精粹》、《MBA 联考满分翻译与写作》、《MBA 联考英语历年试题精解（阅读理解、翻译、完形填空）》4 本书。该系列图书实用性强，可以使考生针对英语弱项，进行专项强化提高，快速突破英语难关。

“MBA 联考同步复习指导系列”包括《英语分册》、《数学分册》、《逻辑分册》、《逻辑应试教程》、《写作分册》、《面试分册》6 本书。其中逻辑类图书因老师的授课思路、写作风格不同而分为 2 本。该体系与最新考试大纲相配套，精讲精练，突出应考难点与重点，洞悉历年试题，强化训练提高，应试针对性极强。

“MBA 联考模拟试卷系列”包括《英语分册》、《综合能力分册》2 本书，严格按照 MBA 联考最新考试大纲和命题趋势精心设计，融会了众多作者多年教学、辅导、命题研究的心血和智慧，考点分布合理，试卷难度等同或略高于真题难度。

一套好的辅导教材，需要具备四个要素：一是看它是否严格遵循最新考试大纲；二是看它是否具有前瞻性，能否针对正式的考试；三是看它的作者是否真正透彻了解 MBA 联考的要求，内容的难度是否与联考试卷相符或略高；四是看该书能否满足考生的需求，是否凸显了为考生

备考服务的宗旨。

本套丛书很好地体现了这四方面的要求，每道试题都是众多辅导名师和专家教学经验的结晶。往届高分考生的经验说明，“三道题做一遍不如一道题做三遍”、“三本书各读一遍不如一本书读三遍”。考生通过对本套丛书的认真阅读和演练，相信必将会为顺利考入 MBA 名校打下坚实的基础。

希望通过我们不懈的努力和 20 多位 MBA 联考辅导专家的倾情奉献，能够为考生顺利突破 MBA 联考助一臂之力。

丛书编委会

第7版前言

在MBA联考中，作为最重要的一个考试科目，数学的重要地位使广大考生不敢忽视。但是，由于数学考试内容较多，时间紧，每年都有许多考生因为数学考试成绩不好而败走麦城。因此，一本好的复习参考书对久离书本的考生来说无疑是雪中送炭。然而，纵观MBA联考数学辅导教材，鱼龙混杂。既有结构严谨、内容详实的权威教材，也不乏毫无新意、东抄西凑的平庸之作。为了适应不同基础考生的需求，使广大考生尽快掌握考试内容，在短时间内提高应试能力，我们对本书进行了大量而精心的修订。根据新大纲的要求，新增了平面几何、平面解析几何、排列与组合等内容，并精选了典型例题，对考生迅速提高应试技巧会有很大帮助。

本书由基础篇和强化篇两部分组成，第一部分涉及的是大纲规定的基本考试内容和题型。这部分的特点是：

(1)遵从由浅入深，简单易懂，精讲精练，突出重点的原则，能帮助基础薄弱的考生尽快掌握《数学考试大纲》所要求的数学知识。

(2)淡化抽象和复杂的数学概念、定理，注重解题思路与方法的准确、快捷，以适应MBA数学考试的特点。本部分包含了编者从多年教学研究中所总结出来的一些简单快捷的解题方法，有助于考生提高解题效率。

这一部分可作为MBA考前辅导基础班的教材，也可作为自学者在自学时使用。

第二部分是在详细研究、系统整理历年MBA联考试题的基础上，对历年数学试题及典型例题进行了归纳分类，给出了典型例题的解题方法和常用技巧。第二部分的章节均按基本内容提要、典型例题及历年真题解析、练习、参考解答及解析的体例进行编排。第二部分的特点是：

(1)基本内容提要。简要概括本节学习及考查的内容，切中本节考试重点，使广大考生在备考复习过程中目标明确，有的放矢。

(2)典型例题及历年真题解析。对MBA历年数学真题进行了分类和归纳，试题是无限的，而题型是有限的，掌握好常考题型及解题思路、方法与技巧，就能以不变应万变，收到触类旁通的效果。

(3)练习、参考答案及解析。本部分所有的练习题都给出了相应的分析过程，便于考生进一步熟悉题型和解题方法。

本书与《MBA联考综合能力辅导教材》(MBA指导委员会编写，机械工业出版社出版)相配套。读透这两本书，考生就可以从纵向、横向上把握住整个知识体系。

由于时间仓促，本书在编写中难免有疏漏之处，欢迎批评指正。

袁　进

条件充分性判断题的解题说明

定义 由条件 A 成立,就可以推出结论 B 成立(即 $A \Rightarrow B$),则称 A 是 B 的充分条件.若由条件 A,不能推出结论 B 成立(即 $A \nRightarrow B$)则称 A 不是 B 的充分条件.

解题说明:本题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中的结论,阅读每小题中的条件(1)和条件(2)后进行选择.

(A)条件(1)充分,但条件(2)不充分

(B)条件(2)充分,但条件(1)不充分

(C)条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和条件(2)联合起来充分

(D)条件(1)充分,条件(2)也充分

(E)条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和条件(2)联合起来也不充分

例 1 (条件充分性判断)方程 $x^2-3x-4=0$

(1)$x=-1$ (2)$x=2$

解 由条件(1) $x=-1$,可知 $x^2-3x-4=(-1)^2-3\times(-1)-4=0$

即由条件(1) $x=-1$ 推出 $x^2-3x-4=0$ 成立,所以条件(1)充分.

由条件(2) $x=2$,得 $x^2-3x-4=2^2-3\times2-4=-6\neq0$,因此条件(2)不充分.

故此题应选(A).

例 2 (条件充分性判断)要使 $\frac{1}{a}\geqslant1$

(1)$a\leqslant1$ (2)$a\geqslant1$

解 由 $a\leqslant1$,不能推出 $\frac{1}{a}\geqslant1$,例如取 $a=-1$,即条件(1)不充分.由 $a\geqslant1$,则知 $\frac{1}{a}\leqslant1$,也不能推出 $\frac{1}{a}\geqslant1$ 成立,即条件(2)也不充分.考虑将条件(1)与(2)联合,若 $a\leqslant1$ 且 $a\geqslant1$,则 $a=1$,则 $\frac{1}{1}=1$ 成立,即条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和(2)联合起来充分.

故此题应选(C).

目　　录

丛书序

第 7 版前言

条件充分性判断题的解题说明

第一部分　基础篇

第一章　整数、有理数、实数 …… 3

第一节　整数 …… 3

第二节　有理数 …… 6

第三节　实数 …… 9

第四节　练习 …… 12

第二章　整式、分式 …… 15

第一节　整式 …… 15

第二节　分式 …… 20

第三节　练习 …… 24

第三章　平均值、绝对值 …… 27

第一节　平均值 …… 27

第二节　绝对值 …… 28

第三节　练习 …… 32

第四章　方程与不等式 …… 35

第一节　一元二次方程 …… 35

第二节　一元二次不等式及其解法 …… 38

第三节　练习 …… 42

第五章　数列 …… 45

第一节　基本概念 …… 45

第二节　等差数列 …… 46

第三节　等比数列 …… 49

第四节　练习 …… 52

第六章　应用题 …… 55

第一节 比和比例 …… 55
第二节 行程问题 …… 56
第三节 工程问题 …… 58
第四节 练习 …… 60
第七章 平面几何 …… 63
第一节 三角形 …… 63
第二节 四边形 …… 66
第三节 圆 …… 68
第四节 练习 …… 70
第八章 平面解析几何 …… 72
第一节 基本公式 …… 72
第二节 直线方程 …… 73
第三节 圆的方程 …… 77
第四节 练习 …… 79
第九章 排列与组合 …… 81
第一节 基本原理 …… 81
第二节 排列 …… 82
第三节 组合 …… 83
第四节 练习 …… 84
第十章 概率初步 …… 86
第一节 事件的运算 …… 86
第二节 事件的概率及基本公式 …… 87
第三节 三类古典概型的概率计算 …… 88
第四节 事件的独立性及独立试验序列概型 …… 90
第五节 练习 …… 93

第二部分 强化篇

第十一章 整数、有理数、实数 …… 99
第一节 基本内容提要 …… 99
第二节 典型例题及历年真题解析 …… 99
第三节 练习 …… 103
第四节 参考答案及解析 …… 104
第十二章 整式及分式 …… 108
第一节 基本内容提要 …… 108
第二节 典型例题及历年真题解析 …… 108

第三节 练习 …… 113
第四节 参考答案及解析 …… 115
第十三章 绝对值、平均值 …… 119
第一节 基本内容提要 …… 119
第二节 典型例题及历年真题解析 …… 119
第三节 练习 …… 126
第四节 参考答案及解析 …… 127
第十四章 方程与不等式 …… 132
第一节 基本内容提要 …… 132
第二节 典型例题及历年真题解析 …… 132
第三节 练习 …… 140
第四节 参考答案及解析 …… 141
第十五章 数列 …… 145
第一节 基本内容提要 …… 145
第二节 典型例题及历年真题解析 …… 145
第三节 练习 …… 150
第四节 参考答案及解析 …… 152
第十六章 应用题 …… 157
第一节 基本内容提要 …… 157
第二节 典型例题及历年真题解析 …… 157
第三节 练习 …… 166
第四节 参考答案及解析 …… 169
第十七章 平面几何 …… 174
第一节 基本内容提要 …… 174
第二节 典型例题及历年真题解析 …… 175
第三节 练习 …… 182
第四节 参考答案及解析 …… 184
第十八章 平面解析几何 …… 189
第一节 基本内容提要 …… 189
第二节 典型例题解析 …… 190
第三节 练习 …… 199
第四节 参考答案及解析 …… 201
第十九章 排列与组合 …… 207
第一节 基本内容提要 …… 207
第二节 典型例题及历年真题解析 …… 207

第三节 练习…………………………………………………………………………… 212
第四节 参考答案及解析……………………………………………………………… 213
第二十章 概率初步…………………………………………………………………… 217
第一节 基本内容提要………………………………………………………………… 217
第二节 典型例题及历年真题解析…………………………………………………… 218
第三节 练习…………………………………………………………………………… 224
第四节 参考答案及解析……………………………………………………………… 226

第一部分　基础篇

第一章　整数、有理数、实数

第一节　整　　数

一、整除及代余除法

整数包括正整数、负整数和零. 两个整数的和、差、积仍然是整数,但是用一个不等于零的整数去除另一个整数所得的商不一定是整数,因此,我们有以下整除的概念:

定义 1.1　设 a,b 是任意两个整数,其中 $b\neq 0$,如果存在一个整数 q,使得等式

$$a=bq$$

成立,则称 b 整除 a 或 a 能被 b 整除,记作 $b\mid a$,此时我们把 b 叫做 a 的因数,把 a 叫做 b 的倍数. 如果这样的 q 不存在,则称 b 不整除 a,记做 $b\nmid a$.

整除具有如下性质:

(1)如果 $c\mid b,b\mid a$,则 $c\mid a$.

(2)如果 $c\mid b,c\mid a$,则对任意的整数 m,n 有 $c\mid ma+nb$.

定理 1.1(带余除法)　设 a,b 是两个整数,其中 $b>0$,则存在整数 q,r 使得

$$a=bq+r,0\leqslant r<b$$

成立,而且 q、r 都是唯一的. q 叫做 a 被 b 除所得的不完全商,r 叫做 a 被 b 除所得到的余数.

由整除的定义及带余除法可知,若 $b>0$,则 $b\mid a$ 的充分必要条件是带余除法中余数 $r=0$.

用带余除法,我们可将整数集合分类. 若取 $b=2$,则整数可分为 $2k$ 或 $2k+1$(即偶数和奇数两大类). 若取 $b=3$,则整数可分为 $3k,3k+1,3k+2$ 三大类.

二、质数、合数及算术基本定理

在正整数中,1 的正因数只有它本身,因此,在整数中 1 占有特殊的地位. 任何一个大于 1 的整数,都至少有两个正因数,即 1 和这个整数本身. 将大于 1 的整数,按照它们含有正因数的个数分类,就得到关于质数和合数的概念.

定义 1.2　一个大于 1 的整数,如果它的正因数只有 1 和它本身,则称这个整数是质数(或素数);一个大于 1 的整数,如果除了 1 和它本身,还有其他正因数,则称这个整数是合数(或复合数).

由定义 1.2 可知,除了最小质数 2 是偶数外,其余质数都是奇数.

质数 P 具有以下性质:

(1)若 P 是一质数,a 是任一整数,则 a 能被 P 整除或 P 与 a 互质(P 与 a 的最大公因数是 1).

(2)设 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是 n 个整数,P 是质数,若 $P|a_1a_2\cdots a_n$,则 P 一定能整除其中一个 a_k.

定理 1.2(算术基本定理) 任一大于 1 的整数能表成质数的乘积,即对于任一整数 $a>1$,有

$$a=P_1P_2\cdots P_n,\qquad P_1\leqslant P_2\leqslant\cdots\leqslant P_n,$$

其中,$P_1,P_2,\cdots,P_n$ 是质数,且这样的分解式是唯一的.

三、最大公因数和最小公倍数

定义 1.3 设 a,b 是两个整数,若整数 d 满足 $d|a$ 且 $d|b$,则称 d 是 a,b 的一个公因数. 整数 a,b 的公因数中最大的一个被叫做 a,b 的最大公因数,记为 (a,b). 若 $(a,b)=1$,则称 a,b 互质.

定义 1.4 设 a,b 是两个整数,若 d 是整数,满足 $a|d$ 且 $b|d$,则称 d 是 a,b 的公倍数. a,b 的所有公倍数中最小的正整数叫做 a,b 的最小公倍数,记为 $[a,b]$.

定理 1.3 设 a,b 是任意两个正整数,则有

(1)a,b 的所有公倍数就是 $[a,b]$ 的所有倍数,即若 $a|d$ 且 $b|d$,则 $[a,b]|d$.

(2)$[a,b]=\dfrac{ab}{(a,b)}$. 特别当 $(a,b)=1$,则 $[a,b]=ab$.

例 1.1 从 1 到 120 的自然数中,能被 3 整除或被 5 整除的数的个数是(　　)个.

(A)64　　(B)48　　(C)56

(D)46　　(E)72

解 能被 3 整除的数可表为 $3k,k=1,2,\cdots,40$ 是 1 到 120 中能被 3 整除的数. 能被 5 整除的数可表为 $5k,k=1,2,\cdots,24$ 是 1 到 120 中能被 5 整除的数,3 和 5 的最小公倍数 $[3,5]=15$,既能被 3 整除,又能被 5 整除的数一定是 15 的倍数,可表为 $15k,k=1,2,\cdots,8$ 是从 1 到 120 中能被 15 整除的数,从而能被 3 整除或被 5 整除的个数为 $40+24-8=56$(个).

答案是(C).

例 1.2 当整数 n 被 6 除时,其余数为 3,则下列哪一项不是 6 的倍数? (　　)

(A)$n-3$　　(B)$n+3$　　(C)$2n$

(D)$3n$　　(E)$4n$

解 由已知 $n=6k+3$,这里 k 是整数,

从而 $n-3=6k+3-3=6k$, $n+3=6k+3+3=6(k+1)$

$2n=2(6k+3)=12k+6=6(2k+1)$,

$4n=4(6k+3)=6(4k+2)$

即 $n-3,n+3,2n,4n$ 都是 6 的倍数.

而 $3n=3(6k+3)=6(3k+1)+3$，其余数 $r=3$，即 $3n$ 不是 6 的倍数.

答案是(D).

例 1.3　n 为任意正整数，则 n^3-n 必有约数(因数)　(　　)

(A)4　(B)5　(C)6

(D)7　(E)8

解　$n^3-n=(n^2-1)n=(n-1)n(n+1)$，在三个连续的整数中必有一个是 3 的倍数，在两个连续的整数中必有一个是 2 的倍数(即偶数)，因此，$3|(n^3-n)$，$2|(n^3-n)$，从而 $[3,2]=6$ 可整除 n^3-n，即 6 是 n^3-n 的约数.

答案是(C).

例 1.4　两个正整数的最大公约数是 6，最小公倍数是 90，满足条件的两个正整数组成的大数在前的数对共有　(　　)

(A)1 对　(B)2 对　(C)3 对

(D)4 对　(E)5 对

解　设所求两个整数为 a,b，由已知 $(a,b)=6$，$[a,b]=90$，从而

$$ab=[a,b](a,b)=90\cdot 6=540=2\times2\times3\times3\times3\times5.$$

即　$a=2\times3\times3\times5=90$，$b=2\times3=6$

　或 $a=2\times3\times5=30$，$b=2\times3\times3=18$

答案是(B).

例 1.5　三个质数之积恰好等于它们和的 5 倍，则这三个质数之和为　(　　)

(A)11　(B)12　(C)13

(D)14　(E)15

解　设三个质数分别为 P_1,P_2,P_3，由已知 $P_1P_2P_3=5(P_1+P_2+P_3)$，即 $5|P_1P_2P_3$，由于 5 是质数，从而 5 一定整除 P_1,P_2,P_3 中的一个.

不妨设 $5|P_1$，又由于 P_1 是质数，可知 $P_1=5$，因此，$5P_2P_3=5(5+P_2+P_3)$，得 $P_2P_3=5+P_2+P_3$，即 $P_2=2$，$P_3=7$.

答案是(D).

例 1.6(条件充分性判断)　$(a,b)=30$，$[a,b]=18900$

(1) $a=2100$，$b=270$　(2) $a=140$，$b=810$

解　由条件(1)，$a=2\times2\times3\times5\times5\times7$，$b=2\times3\times5\times9$，

从而知　$(a,b)=2\times3\times5=30$，$[a,b]=2\times2\times3\times5\times5\times7\times9=18900$

即条件(1)是充分的.

由条件(2)，$a=2\times2\times5\times7$，$b=2\times3\times3\times3\times3\times5$，

从而知　$(a,b)=2\times5=10$，$[a,b]=2\times2\times3\times3\times3\times3\times5\times7=11340$

即条件(2)不充分.

答案是(A).

例 1.7(条件充分性判断)　m 为偶数

(1)设 n 为整数,$m=n(n+1)$

(2)在 1,2,3,…,1988 这 1988 个自然数中的相邻两个数之间任意添加一个加号或减号,设这样组成的运算式的结果是 m.

解 由条件(1),$m=n(n+1)$,连续两个整数中,正好一个奇数一个偶数,从而 m 是偶数.条件(1)是充分的.

由条件(2),在 1,2,3,…,1988 中有 994 个偶数,994 个奇数,其运算式的结果一定是偶数,从而条件(2)也是充分的.

答案是(D).

例 1.8(条件充分性判断) 自然数 n 的各位数字之积为 6.

(1)n 是除以 5 余 3,且除以 7 余 2 的最小自然数.

(2)n 是形如 2^{4m}(m 是正整数)的最小自然数.

解 由条件(1),$n=5k_1+3$,$n=7k_2+2$,

因此,$5k_1+3=7k_2+2$,$7k_2=5k_1+1$ 满足 $7\mid 5k_1+1$ 的最小正整数 $k_1=4$,

从而 $n=5\times4+3=23$,$2\times3=6$,即条件(1)是充分的.

由条件(2),应取 $m=1$,$2^{4m}=2^4=16$,即 $n=16$,$1\times6=6$,条件(2)也是充分的.

答案是(D).

第二节 有 理 数

一、有理数的基本概念

整数和分数统称为有理数. 任何一个有理数都可以写成分数$\frac{m}{n}$的形式(m,n 均为整数,$n\neq0$). 因为分数与有限小数和无限循环小数可以互化,所以又称有理数为有限小数和无限循环小数. 若$(m,n)=1$,则称$\frac{m}{n}$为既约分数.

两个有理数的和、差、积、商(分母不等于零)仍然是一个有理数.

二、有理数的计算

例 2.1 $\dfrac{\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9}\right)}{0.1+0.2+0.3+\cdots+0.9}$的值是 ( )

(A)$\frac{2}{81}$ (B)$\frac{2}{9}$ (C)$\frac{9}{2}$