江西省教师教育专业教材

SHUXUE

数学

第三册

主编 曾青 朱彦保

江西高校出版社

江西省教师教育专业教材

SHUXUE

数学

第三册

主编　曾　青　朱彦保

江西高校出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学 . 第3册/曾青,朱彦保主编 . —南昌:江西高校出版社, 2007.8

ISBN 978-7-81132-005-3

Ⅰ.数... Ⅱ.①曾... ②朱... Ⅲ.数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第116982号

《数学》编写委员会

(以姓氏笔画为序)

冯全民　刘一平　朱彦保　朱爱民

何雨明　黄宇晨　曾东升　曾　青

赖南燕　廖宇凡　蔡春祥

出版发行	江西高校出版社
社　　址	江西省南昌市洪都北大道96号
邮政编码	330046
电　　话	(0791)8529392,8504319
网　　址	www.juacp.com
印　　刷	江西省社会科学院印刷厂
照　　排	江西太元科技有限公司照排部
经　　销	各地新华书店
开　　本	787mm×1092mm　1/16
印　　张	10.5
字　　数	143千字
版　　次	2007年8月第1版第1次印刷
印　　数	1~3800册
书　　号	ISBN 978-7-81132-005-3
定　　价	18.00元

编写说明

根据原国家教育委员会1992年制定的《三年制中等师范学校数学教学大纲(试行)》编写的必修课教材，即中等师范学校数学教科书(试用本)已使用多年，知识老化，不能适应当前中小学推行的新课程标准的需要. 尤其是这几年国家相继调整了中等师范学校的办学规格，提高了对小学教师的学历要求，因此，专门培养小学教师的学校急需一套符合教师教育的数学教科书. 为了满足广大教师和学生的需要，我们组织长期从事师范教育的一线特级教师和高级讲师编写了这套教师教育专业《数学》教材.

教师教育专业《数学》教材的编写，旨在新的教育形式下提高师范学生的思想道德品质、文化科学知识、审美情趣和身体心理素质，培养师范生的创新精神、实践能力、终身学习的能力和适应学校教育的能力，促进学生的全面发展，为基础教育输送合格的小学教师.

这套教师教育专业《数学》教材共分四册，适用于招收初中毕业生的五年制高等专科学校学生使用，每学期一册，每周4课时.

全套书在体例上有下列特点：

1. 每章开头均有目录和引言，以便学生了解本章的学习内容.

2. 书中习题分为两类：习题和复习参考题.

每一小节后都配有习题，便于学生作业选用，少数标有*号的题目有一定难度，可供学有余力的学生选用.

每章最后有A、B两组复习参考题，A组题是基础题，供复习全章使用；B组题带有一定的灵活性，有一定难度，可供学有余力的学生使用.

3. 每章后面均安排了“本章小结”，包括内容提要、学习要求和需要注意的问题，供复习全章时使用.

4. 书中附有少量的阅读教材，力求体现师范性，使学生视野得到

扩大，从而激发学生的学习兴趣，提高教师教育的质量.

在编写过程中，我们阅读了大量的资料，参考了国内同行的研究成果，注意把握新课程标准，并结合师范专科学校的教学实际,力求达到教材既适用又有特色的目的。

由于时间仓促，加上我们水平有限，书中难免有错误和疏漏，欢迎广大师生和其他读者批评指正.

编者

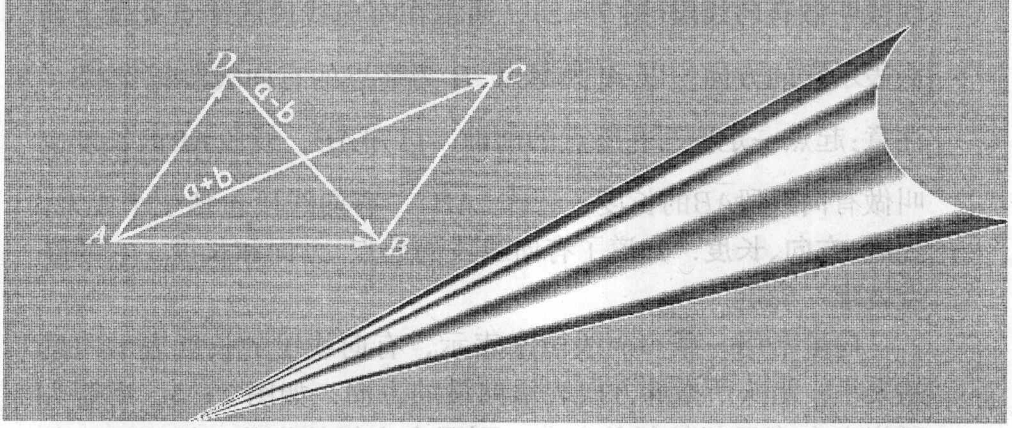
2007年6月

本书部分常用符号

$\boldsymbol{a}$	向量 $\boldsymbol{a}$
$\|\boldsymbol{a}\|$	向量 $\boldsymbol{a}$ 的模(或长度)
$\|\overrightarrow{AB}\|$	向量$\overrightarrow{AB}$的模(或长度)
$\mathbf{0}$	零向量
$\boldsymbol{e}$	单位向量
$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$	平面直角坐标系中 x,y 轴方向的单位向量
$\boldsymbol{a} // \boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 平行(共线)
$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 垂直
$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和
$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差
$\lambda\boldsymbol{a}$	实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的积
$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积
k_l,$k_{AB}{}'$	直线 l 的斜率 k,直线 AB 的斜率 k'
AB 或 $\|AB\|$	线段 AB 的长度
$C:f(x,\ y)=0$	曲线 C,其方程是 $f(x,\ y)=0$, 方程是 $f(x,\ y)=0$ 的曲线 C
$C:\begin{cases}x=f(t),\\y=g(t)\end{cases}$ (t 为参数) ①	曲线 C,其参数方程是①, 参数方程是①的曲线 C
$(\pm a,\ 0)$	$(a,\ 0)$、$(-a,\ 0)$两点
$(0,\ \pm b)$	$(0,\ b)$、$(0,\ -b)$两点

目录

第七章　平面向量



7.1 向量

我们知道，位移是既有大小又有方向的量. 事实上，现实世界中，这种量有很多，如力、速度、加速度等. 我们把既有大小又有方向的量叫做**向量**.

在数学中，我们通常用点表示位置，用射线表示方向. 在平面内，从任一点出发的所有射线，可以分别用来表示平面内的各个方向(图 7-1).

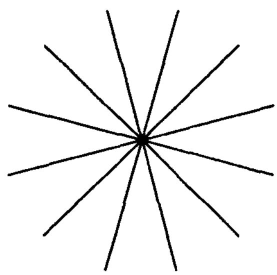


图 7-1

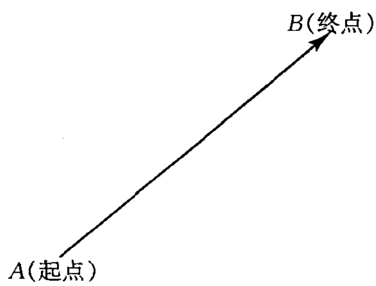


图 7-2

一般的，在线段 AB 的两个端点中，规定一个顺序，假设 A 为起点、B 为终点，我们就说线段 AB 具有方向，具有方向的线段叫做**有向线段**(图 7-2)，通常在有向线段的终点处画上箭头表示它的方向. 以 A 为起点、B 为终点的有向线段记作$\overrightarrow{AB}$. 注意:起点一定要写在终点的前面. 已知$\overrightarrow{AB}$，线段AB的长度也叫做有向线段$\overrightarrow{AB}$的长度，记作$|\overrightarrow{AB}|$. 有向线段包括三个要素：**起点、方向、长度**. 知道了有向线段的起点、方向和长度，它的终点就唯一确定.

向量常用一条有向线段来表示，有向线段的长度表示向量的大小，箭头所指的方向表示向量的方向. 如图 7-3，用箭头所指方向表示船航行的方向，则图中小船的位移，就可用一条有向线段$\overrightarrow{AB}$表示出来.

向量也可用字母 $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{b}$ 、 $\boldsymbol{c}$ 等表示.

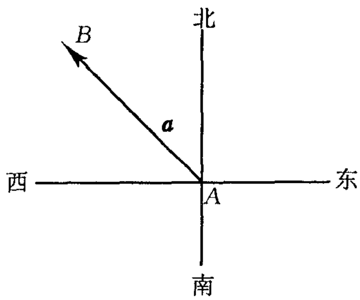


图 7－3

向量$\overrightarrow{AB}$的大小，也就是向量$\overrightarrow{AB}$的**长度**(或称**模**)，记作$|\overrightarrow{AB}|$. 长度为 0 的向量叫做**零向量**，记作$\mathbf{0}$，零向量的起点与终点重合，方向不确定，可以为任意. 长度等于 1 个单位长度的向量，叫做**单位向量**.

方向相同或相反的非零向量叫做**平行向量**，如图 7－4 中的$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$就是一组平行向量. 向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$平行，记作$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$. 我们规定$\mathbf{0}$与任一向量平行.

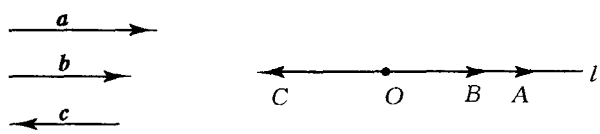


图 7－4

长度相等且方向相同的向量叫做**相等向量**. 向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$相等，记作$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

同一个向量$\boldsymbol{a}$可以由不同的有向线段$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{CD}$表示，只要$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{CD}$的方向相同，长度也相等，即使起点A、C不同，也有$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. 但从同一点出发表示同一个向量的有向线段是唯一的：$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OB}$，意味着点$A$与点$B$重合.

零向量与零向量相等. 任意两个相等的非零向量都可用同一条有向线段来表示，并且与有向线段的起点无关.

如图 7－4，任作一条与$\boldsymbol{a}$所在直线平行的直线l，在l上任取一点O，则可在l上分别作出$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$. 这就是说，任一组平行向量都可平移到同一直线上，因此，平

行向量也叫做**共线向量**.

例 如图 7－5，设 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心，分别写出图中与向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$相等的向量.

解:

$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DO}$,

$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EO}$,

$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{FO}$.

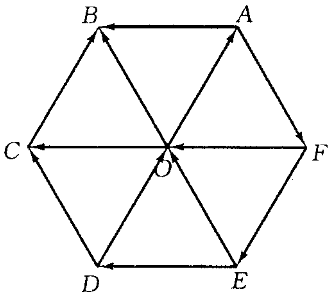


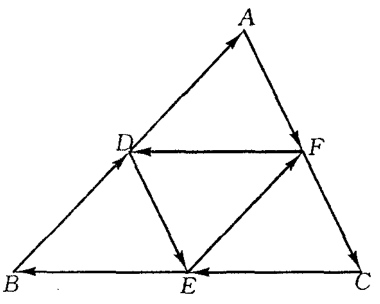
图 7－5

/想一想/

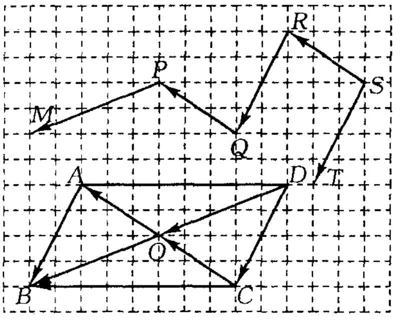
向量 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{FE}$ 相等吗？向量 $\overrightarrow{OB}$ 和 $\overrightarrow{AF}$ 相等吗？

习题 7.1

1. 非零向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BA}$的长度各怎样表示？这两个向量的长度相等吗？这两个向量相等吗？
2. (1) 用有向线段表示两个相等的向量，如果有相同的起点，那么它们的终点是否相同？
   (2) 用有向线段表示两个方向相同但长度不同的向量，如果有相同的起点，那么它们的终点是否相同？
3. 画有向线段，分别表示一个方向向上、大小为 18N 的力和一个方向向下、大小为 28N 的力(用 1cm 的长度表示 10N).
4. 如图，D、E、F 分别是$\triangle ABC$ 各边的中点，写出图中与$\overrightarrow{DE}$、$\overrightarrow{EF}$、$\overrightarrow{FD}$相等的向量.
5. 如图，在方格纸上的$\square ABCD$ 和折线 $MPQRST$ 中，点 O 是$\square ABCD$ 的对角线的交点，且$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$. 分别写出图中与 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 相等的向量.



（第 4 题）



（第 5 题）

7.2 向量的加法与减法

1. 向量的加法

我们知道，数是可以进行加减运算的. 同样，向量也可以进行加减运算，下面我们先学习向量的加法.

如图 7－6 所示，已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$. 在平面内任取一点 A，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的和，记和 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，即

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}.$$

求两个向量和的运算，叫做**向量的加法**.

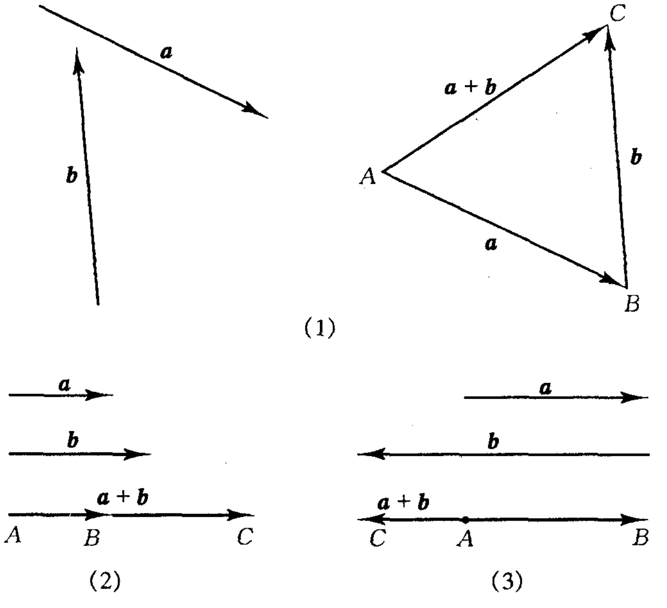


图 7－6

对于零向量与任一向量 $\boldsymbol{a}$，有 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$.

例 1 已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$(图 7－7(1))，求作向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

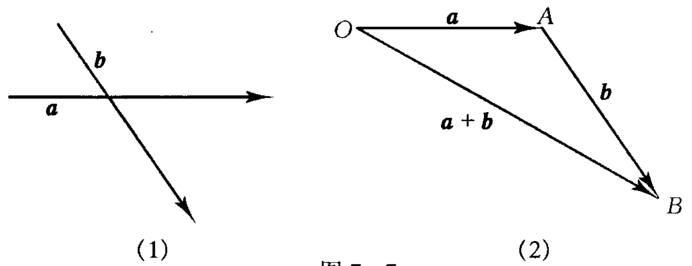


图 7－7

作法：在平面内任取一点 O(图 7－7(2))，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

向量的加法满足交换律与结合律，即

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};$$

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}).$$

事实上，如图 7－8，作▱$ABCD$，使 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，

则 $$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b},\ \overrightarrow{DC}=\boldsymbol{a},$$

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},$$

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a},$$

所以 $$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}.$$

由图 7－8 可知，以同一点 A 为起点的两个已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为邻边作▱$ABCD$，则以 A 为起点的对角线 $\overrightarrow{AC}$ 就是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，我们把这种作两个向量和的方法叫做**向量加法的平行四边形法则**. 而前面根据向量加法的定义得出的两个向量和的方法，称为**向量加法的三角形法则**.

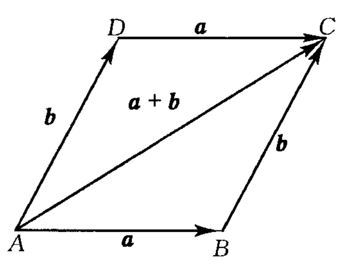


图 7－8

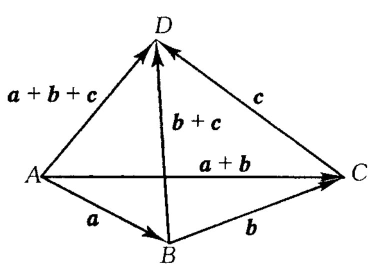


图 7－9

对于结合律，通过图 7－9 请同学们自己验证.

由于向量的加法满足交换律与结合律，因此，多个向量的加法运算就可按照任意的次序与任意的组合来进行了.

例如：$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d})=(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{d})+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})$,

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}=[\boldsymbol{d}+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})]+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{e})$.

例 2 如图 7－10，一艘船从 A 点出发以 $2\sqrt{3}$km/h的速度向垂直于对岸的方向行驶，同时河水的流速为 2km/h. 求船实际航行速度的大小与方向(用与流速间的夹角表示).

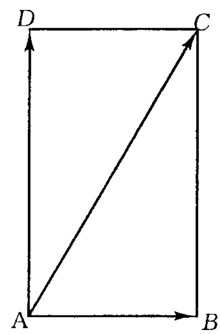


图 7－10

解：如图 7－10，设$\overrightarrow{AD}$表示船向垂直于对岸行驶的速度，$\overrightarrow{AB}$表示水流的速度，以 AD、AB 为邻边作▱$ABCD$，则$\overrightarrow{AC}$就是船实际航行的速度.

在 Rt△ABC 中，$|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{BC}|=2\sqrt{3}$，所以

$$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4.$$

因为 $\tan\angle CAB=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，所以 $\angle CAB=60°$.

答：船实际航行速度的大小为 4km/h,方向与流速间夹角为 60°.

2. 向量的减法

与 $\boldsymbol{a}$ 长度相等，方向相反的向量，叫做 $\boldsymbol{a}$ 的**相反向量**，记作 $-\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}$ 和 $-\boldsymbol{a}$ 互为相反向量. 并且规定，零向量的相反向量仍是零向量. 于是，

$$-(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}.$$

任一向量与它相反向量的和是零向量，即

$$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=(-\boldsymbol{a})+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0},$$

所以，如果 $\boldsymbol{a}$ 、$\boldsymbol{b}$ 是互为相反的向量，那么

$$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b},\ \boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}.$$

向量 $\boldsymbol{a}$ 加上 $\boldsymbol{b}$ 的相反向量，叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}).$$

求两个向量差的运算，叫做**向量的减法**.

我们看到，

$$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{a}.$$

于是求 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 就是求这样一个向量，它与 $\boldsymbol{b}$ 的和等于 $\boldsymbol{a}$. 因此，我们得到 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的作图法.

如图 7-11 所示，已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 即 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 可以表示为从向量 $\boldsymbol{b}$ 的终点指向向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点的向量.

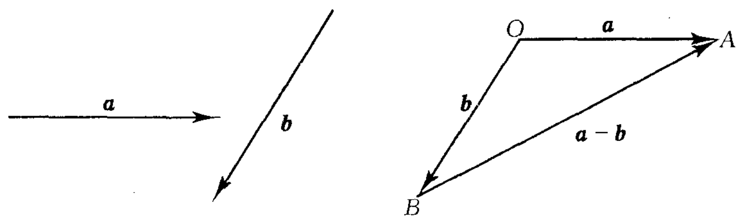


图 7-11

/想一想/

(1) 图 7-11 中，如果从 $\boldsymbol{a}$ 的终点到 $\boldsymbol{b}$ 的终点作向量，那么所得向量是什么?

(2) 如图 7-12，$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，怎样作出 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 呢?

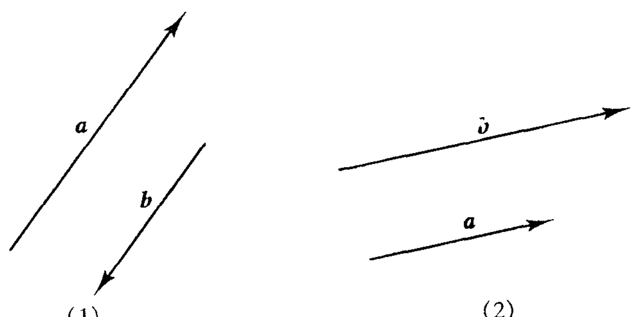


图 7-12

例 3 如图 7-13(1)，已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$、$\boldsymbol{d}$，求向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}$.

作法: 如图 7-13(2)，在平面内任取一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{OD}=\boldsymbol{d}$，作 $\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{DC}$，则

$$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\ \overrightarrow{DC}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}.$$

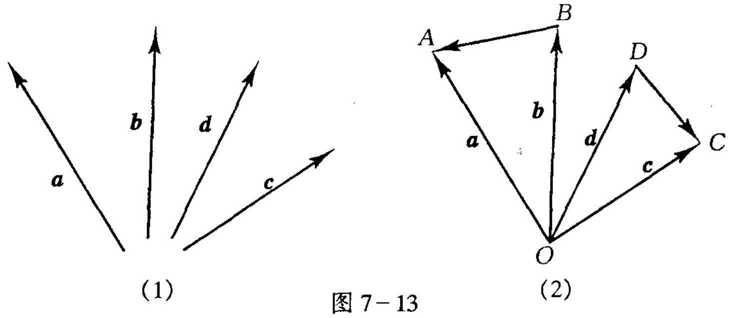


图 7-13

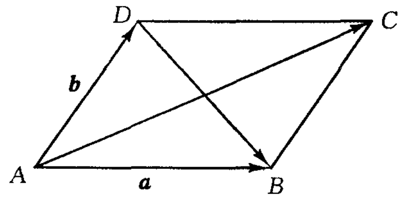


图 7-14

例 4 如图 7-14,平行四边形 $\square ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{DB}$.

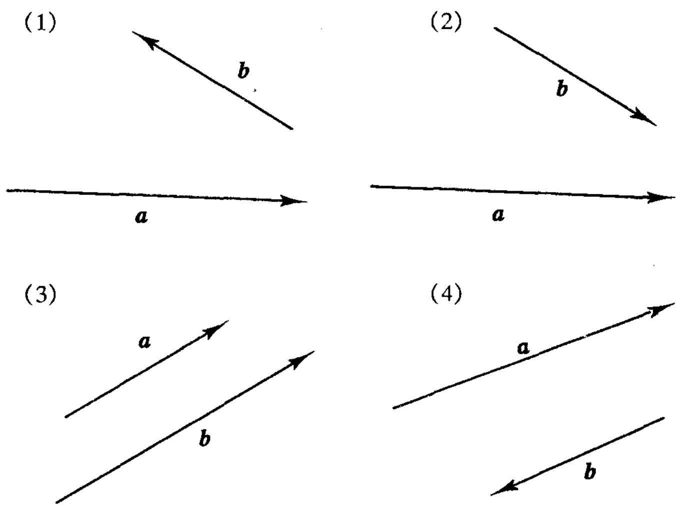
解:由作向量和的平行四边形法则，得 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

由作向量差的方法，知

$$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}.$$

习题 7.2

1. 如图，已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，用向量加法的三角形法则和平行四边形法则分别作出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.



2. $\boldsymbol{a}$ 表示“向东走 10km”，$\boldsymbol{b}$ 表示“向西走 5km”，$\boldsymbol{a}$ 表示“向北走 10km”，$\boldsymbol{d}$ 表示“向南走 5km”. 说明下列向量的意义.

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}$； (2) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$； (3) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$；

(4) $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{d}$； (5) $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}$； (6) $\boldsymbol{d}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{d}$.