

高等院校数学教材配套辅导用书



高等数学辅导 及教材习题解析

同济五版

教材上下册合订本复习指导

北京大学数学科学学院 李文 主编

- ◆ 精解考点
- ◆ 归纳题型
- ◆ 考试技巧

- ◆ 内容网络图解
- ◆ 理解记忆方法
- ◆ 习题过程解析

013/5=4A12=2

2003

高等院校数学教材辅导配套用书

高等数学辅导 及教材习题解析

同济五版
教材上下册合订本复习指导

北京大学数学科学学院 李文 主编
张同信 赵修坤 李 欧 编著

海洋出版社

图书在版编目(CIP)数据

最新高等数学复习指导/李文主编. - 北京:海洋出版社,2000

ISBN 7-5027-5070-3

I.最… II.李… III.高等数学-研究生-入学考试-数学参考资料
IV.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 69812 号

海洋出版社 出版发行

(修订版)

(100081 北京市海淀区大慧寺路 8 号)

三河市瑞丰印刷有限公司印刷 新华书店经销

2003 年 9 月第 2 版 2003 年 9 月北京第 1 次印刷

开本:787×960 1/16 印张:37.125

字数:800 千字 印数:0001~3000 册

定价:28.80 元

海洋版图书印、装错误可随时退换

前 言

同济大学应用数学系主编的《高等数学》第五版教材与第四版教材相比,更加符合教材改革精神,内容更加丰富,层次更加清晰,逻辑更加缜密,更加有利于学生学习和掌握。

为了使学生学好这本教材,我们特别邀请各方面的专家,对教材进行全面系统的研究、分析。总结出一套特别适合学生学习、掌握、提高的好方法,好经验编纂成书。

本书编写具有几个特点:一、画龙点睛,指出了每一节教材的学习目的要求,使学生学习做到心中有数,有的放矢。二、知识、内容表格化、网络化、提纲挈领,使同学们一目了然,一清二楚,便于学习和掌握数学本身的规律。三、比较详尽地介绍了各种常用的解题方法和技巧。同学们掌握了这些方法和技巧,做题时就等于走了捷径,能收到事半功倍的效果。四、本书有大量例题,对各知识点、考点进行发深入浅出的论述和分析,旁征博引,同学们务必仔细阅读、品味,做到明其精髓举一反三。五、本书又一特点是将知识点的讲解、分析与习题的解析与答案合二为一,编成一本书,这样更便于同学们的学习和使用,经济上也更实惠一些。六、本书与教材完全同步,全真课堂感受,真正做到了一书在手,辅导老师时常伴随着你。

在本书编写过程中,张同信、赵修坤老师发挥了很大的作用,耗费了大量心血,张进荒、谭青恒也做了很大贡献。同时我们也参阅了许多学者的著作。在此我们表示衷心地感谢。

作者于北京

2003年8月

目 录

第一章 函数与极限	(1)
第一节 映射与函数	(1)
一、教材的目的要求及基本内容(1) 二、本节常用解题方法及技巧(6)	
三、本节常考题型解析(7) 教材本节习题 1-1 解析与答案(11)	
第二节 数列的极限	(15)
一、教材的目的要求及基本内容(15) 二、本节常用解题方法及技巧(15)	
三、本节常考题型解析(15) 教材本节习题 1-2 解析与答案(17)	
第三节 函数的极限	(18)
一、教材的目的要求及基本内容(18) 二、本节常用解题方法及技巧(19)	
三、本节常考题型解析(19) 教材本节习题 1-3 解析与答案(20)	
第四节 无穷小与无穷大	(22)
一、教材的目的要求及基本内容(22) 二、本节常用解题方法及技巧(23)	
三、本节常考题型解析(23) 教材本节习题 1-4 解析与答案(24)	
第五节 极限运算法则	(26)
一、教材的目的要求及基本内容(26) 二、本节常用解题方法及技巧(27)	
三、本节常考题型解析(27) 教材本节习题 1-5 解析与答案(29)	
第六节 极限存在准则 两个重要极限	(30)
一、教材的目的要求及基本内容(30) 二、本节常用解题方法及技巧(31)	
三、本节常考题型解析(31) 教材本节习题 1-6 解析与答案(34)	
第七节 无穷小的比较	(35)
一、教材的目的要求及基本内容(35) 二、本节常用解题方法及技巧(36)	
三、本节常考题型解析(37) 教材本节习题 1-7 解析与答案(37)	
第八节 函数的连续性和间断点	(39)
一、教材的目的要求及基本内容(39) 二、本节常用解题方法及技巧(40)	
三、本节常考题型解析(40) 教材本节习题 1-8 解析与答案(43)	
第九节 连续函数的运算与初等函数的连续性	(44)
一、教材的目的要求及基本内容(44) 二、本节常用解题方法及技巧(45)	
三、本节常考题型解析(45) 教材本节习题 1-9 解析与解答(46)	
第十节 闭区间上连续函数的性质	(48)
一、教材的目的要求及基本内容(48) 二、本节常用解题方法及技巧(49)	
三、本节常考题型解析(50) 教材本节习题 1-10 解析与解答(51)	
教材第一章总复习题解析与答案	(52)

第二章 导数与微分	(56)
第一节 导数概念	(56)
一、教材的目的要求及基本内容(56)	
二、本节常用解题方法及技巧(57)	
三、本节常考题型解析(58) 教材本节习题 2-1 解析与答案	(61)
第二节 函数的求导法则	(63)
一、教材的目的要求及基本内容(63)	
二、本节常用解题方法及技巧(64)	
三、本节常考题型解析(64) 教材本节习题 2-2 解析与答案(66)	
第三节 高阶导数	(68)
一、教材的目的要求及基本内容(68)	
二、本节常用解题方法及技巧(69)	
三、本节常考题型解析(69) 教材本节习题 2-3 解析与答案(70)	
第四节 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数、相关变化率	(71)
一、教材的目的要求及基本内容(71)	
二、本节常用解题方法及技巧(72)	
三、本节常考题型解析(72) 教材本节习题 2-4 解析与答案(74)	
第五节 函数的微分	(77)
一、教材的目的要求及基本内容(77)	
二、本节常用解题方法及技巧(79)	
三、本节常考题型解析(79) 教材本节习题 2-5 解析与答案(81)	
教材第二章总复习题解析与答案	(83)
第三章 微分中值定理与导数的应用	(86)
第一节 微分中值定理	(86)
一、教材的目的要求及基本内容(86)	
二、本节常用解题方法及技巧(87)	
三、本节常考题型解析(88) 教材本节习题 3-1 解析与答案(91)	
第二节 洛必达法则	(93)
一、教材的目的要求及基本内容(93)	
二、本节常用解题方法及技巧(94)	
三、本节常考题型解析(95) 教材本节习题 3-2 解析与答案(98)	
第三节 泰勒公式	(100)
一、教材的目的要求及基本内容(100)	
二、本节常用解题方法及技巧(102)	
三、本节常考题型解析(103) 教材本节习题 3-3 解析与答案(106)	
第四节 函数的单调性与曲线的凹凸性	(108)
一、教材的目的要求及基本内容(108)	
二、本节常用解题方法及技巧(110)	
三、本节常考题型解析(110) 教材本节习题 3-4 解析与答案(113)	
第五节 函数的极值与最大值最小值	(119)
一、教材的目的要求及基本内容(119)	
二、本节常用解题方法及技巧(120)	
三、本节常考题型解析(121) 教材本节习题 3-5 解析与答案(123)	
第六节 函数图形的描绘	(127)
一、教材的目的要求及基本内容(127)	
二、本节常用解题方法及技巧(128)	
三、本节常考题型解析(128) 教材本节习题 3-6 解析与答案(129)	

第七节 曲 率	(133)
一、教材的目的要求及基本内容(133) 二、本节常用解题方法及技巧(略)(133)	
三、本节常考题型解析(133) 教材本节习题 3-7 解析与答案	(134)
第八节 方程的近似解	(136)
一、教材的目的要求及基本内容(136) 二、本节常用解题方法及技巧(137)	
三、本节常考题型解析(略)(137) 教材本节习题 3-8 解析与答案(138)	
教材第三章总复习题解析与答案	(138)
第四章 不定积分	(142)
第一节 不定积分的概念与性质	(142)
一、教材的目的要求及基本内容(142) 二、本节常用解题方法及技巧(143)	
三、本节常考题型解析(143) 教材本节习题 4-1 解析与答案(146)	
第二节 换元积分法	(148)
一、教材的目的要求及基本内容(148) 二、本节常用解题方法及技巧(149)	
三、本节常考题型解析(150) 教材本节习题 4-2 解析与答案(153)	
第三节 分部积分法	(155)
一、教材的目的要求及基本内容(155) 二、本节常用解题方法及技巧(156)	
三、本节常考题型解析(156) 教材本节习题 4-3 解析与答案(159)	
第四节 有理函数的积分	(161)
一、教材的目的要求及基本内容(161) 二、本节常用解题方法及技巧(163)	
三、本节常考题型解析(165) 教材本节习题 4-4 解析与答案(167)	
第五节 积分表的使用	(171)
一、教材的目的要求及基本内容(171) 二、本节常用解题方法及技巧(略)(171)	
三、本节常考题型解析(171) 教材本节习题 4-5 解析与答案(172)	
教材第四章总复习题解析与答案	(172)
第五章 定积分	(177)
第一节 定积分的概念与性质	(177)
一、教材的目的要求及基本内容(177) 二、本节常用解题方法及技巧(179)	
三、本节常考题型解析(179) 教材本节习题 5-1 解析与答案(184)	
第二节 微积分基本公式	(187)
一、教材的目的要求及基本内容(187) 二、本节解题方法及技巧(188)	
三、本节常考题型解析(189) 教材本节习题 5-2 解析与答案(192)	
第三节 定积分的换元法和分部积分法	(194)
一、教材的目的要求及基本内容(194) 二、本节常用解题方法及技巧(195)	
三、本节常考题型解析(196) 教材本节习题 5-3 解析与答案(200)	
第四节 反常积分	(205)

一、教材的目的要求及基本内容(205)	二、本节常用解题方法及技巧(207)
三、本节常考题型解析(208)	教材本节习题 5-4 解析与答案(211)
第五节 反常积分的审敛法 Γ 函数	(213)
一、教材的目的要求及基本内容(213)	二、本节常用解题方法及技巧(215)
三、本节常考题型解析(215)	教材本节习题 5-5 解析与答案(217)
教材第五章总复习题解析与答案	(218)
第六章 定积分的应用	(223)
第一节 定积分的元素法	(223)
一、教材的目的要求及基本内容(223)	二、本节常用解题方法及技巧(略)(223)
三、本节常考题型解析(223)	教材本节习题 6-1 解析与答案(略)(224)
第二节 定积分在几何学上的应用	(224)
一、教材的目的要求及基本内容(224)	二、本节常用解题方法及技巧(227)
三、本节常考题型解析(227)	教材本节习题 6-2 解析与答案(233)
第三节 定积分在物理学上的应用	(240)
一、教材的目的要求及基本内容(240)	二、本节常用解题方法及技巧(略)(240)
三、本节常考题型解析(240)	教材本节习题 6-3 解析与答案(242)
第六章总复习题解析与答案	(244)
第七章 空间解析几何与向量代数	(247)
第一节 向量及其线性运算	(247)
一、教材的目的要求及基本内容(247)	二、本节常用解题方法及技巧(略)(249)
三、本节常考题型解析(249)	教材本节习题 7-1 解析与答案(251)
第二节 数量积 向量积 混合积	(253)
一、教材的目的要求及基本内容(253)	二、本节常用解题方法及技巧(254)
三、本节常考题型解析(255)	教材本节习题 7-2 解析与答案(261)
第三节 曲面及其方程	(263)
一、教材的目的要求及基本内容(263)	二、本节常用解题方法及技巧(267)
三、本节常考题型解析(267)	教材本节习题 7-3 解析与答案(269)
第四节 空间曲线及其方程	(271)
一、教材的目的要求及基本内容(271)	二、本节常用解题方法及技巧(271)
三、本节常考题型解析(272)	教材本节习题 7-4 解析与答案(273)
第五节 平面及其方程	(275)
一、教材的目的要求及基本内容(275)	二、本节常用解题方法及技巧(276)
三、本节常考题型解析(276)	教材本节习题 7-5 解析与答案(280)
第六节 空间直线及其方程	(281)

一、教材的目的要求及基本内容(281)	二、本节常用解题方法及技巧(284)
三、本节常考题型解析(285)	教材本节习题 7-6 解析与答案(290)
教材第七章总复习题解析与答案 (293)	
第八章 多元函数微分法及其应用	(298)
第一节 多元函数的基本概念	(298)
一、教材的目的要求及基本内容(298)	二、本节常用解题方法及技巧(300)
三、本节常考题型解析(301)	教材本节习题 8-1 解析与答案(303)
第二节 偏 导 数	(305)
一、教材的目的要求及基本内容(305)	二、本节常用解题方法及技巧(306)
三、本节常考题型解析(306)	教材本节习题 8-2 解析与答案(308)
第三节 全微分	(310)
一、教材的目的要求及基本内容(310)	二、本节常用解题方法及技巧(311)
三、本节常考题型解析(311)	教材本节习题 8-3 解析与答案(313)
第四节 多元复合函数的求导法则	(315)
一、教材的目的要求及基本内容(315)	二、本节常用解题方法及技巧(316)
三、本节常考题型解析(316)	教材本节习题 8-4 解析与答案(318)
第五节 隐函数的求导公式	(321)
一、教材的目的要求及基本内容(321)	二、本节常用解题方法及技巧(322)
三、本节常考题型解析(322)	教材本节 8-5 习题解析与答案(324)
第六节 多元函数微分学的几何应用	(326)
一、教材的目的要求及基本内容(326)	二、本节常用解题方法及技巧(327)
三、本节常考题型解析(328)	教材本节习题 8-6 解析与答案(331)
第七节 方向导数与梯度	(333)
一、教材的目的要求及基本内容(333)	二、本节常用解题方法及技巧(334)
三、本节常考题型解析(334)	教材本节习题 8-7 解析与答案(335)
第八节 多元函数的极值及其求法	(338)
一、教材的目的要求及基本内容(338)	二、本节常用解题方法及技巧(339)
三、本节常考题型解析(339)	教材本节习题 8-8 解析与答案 (341)
第九节 二元函数的泰勒公式	(343)
一、教材的目的要求及基本内容(343)	二、本节常用解题方法及技巧(略)(343)
三、本节常考题型解析(344)	教材本节习题 8-9 解析与答案(344)
第十节 最小二乘法(略)	(346)
教材本节习题 8-10 解析与答案(346) 教材第八章总复习题解析与答案 (347)	
第九章 重积分	(351)

第一节 二重积分的概念与性质	(351)
一、教材的目的要求及基本内容(351)	
二、本节常用解题方法及技巧(352)	
三、本节常考题型解析(353) 教材本节习题 9-1 解析与答案(354)	
第二节 二重积分的计算法	(356)
一、教材的目的要求及基本内容(356)	
二、本节常用解题方法及技巧(357)	
三、本节常考题型解析(358) 教材本节习题 9-2 解析与答案(365)	
第三节 三重积分	(377)
一、教材的目的要求及基本内容(377)	
二、本节常用解题方法及技巧(379)	
三、本节常考题型解析(380) 教材本节习题 9-3 解析与答案(383)	
第四节 重积分的应用	(387)
一、教材的目的要求及基本内容(387)	
二、本节常用解题方法及技巧(388)	
三、本节常考题型解析(388) 教材本节习题 9-4 解析与答案(391)	
第五节 含参变量的积分(略)	(397)
教材本节习题 9-5 解析与答案(397) 教材第九章总复习题解析与答案	(399)
第十章 曲线积分与曲面积分	(403)
第一节 对弧长的曲线积分	(403)
一、教材的目的要求及基本内容(403)	
二、本节常用解题方法及技巧(404)	
三、本节常考题型解析(404) 教材本节习题 10-1 解析与答案(407)	
第二节 对坐标的曲线积分	(410)
一、教材的目的要求及基本内容(410)	
二、本节常用解题方法及技巧(411)	
三、本节常考题型解析(412) 教材本节习题 10-2 解析与答案(413)	
第三节 格林公式及其应用	(414)
一、教材的目的要求及基本内容(414)	
二、本节常用解题方法及技巧(415)	
三、本节常考题型解析(416) 教材本节习题 10-3 解析与答案	(421)
第四节 对面积的曲面积分	(424)
一、教材的目的要求及基本内容(424)	
二、本节常用解题方法及技巧(426)	
三、本节常考题型解析(426) 教材本节习题 10-4 解析与答案(428)	
第五节 对坐标的曲面积分	(429)
一、教材的目的要求及基本内容(429)	
二、本节常用解题方法技巧(431)	
三、本节常考题型解析(432) 教材本节习题 10-5 解析与答案(434)	
第六节 高斯公式 通量与散度	(436)
一、教材的目的要求及基本内容(436)	
二、本节常用解题方法及技巧(437)	
三、本节常考题型解析(437) 教材本节习题 10-6 解析与答案(441)	
第七节 斯托克斯公式 环流量与旋度	(442)

一、教材的目的要求及基本内容(442)	二、本节常用解题方法及技巧(444)
三、本节常考题型解析(444)	教材本节习题 10-7 解析与答案(447)
教材第十章总复习题解析与答案 (450)	
第十一章 无穷级数	(455)
第一节 常数项级数的概念和性质	(455)
一、教材的目的要求及基本内容(455)	二、本节常用解题方法及技巧(456)
三、本节常考题型解析(456)	教材本节习题 11-1 解析与答案(459)
第二节 常数项级数的审敛法	(460)
一、教材的目的要求及基本内容(460)	二、本节常用解题方法及技巧(462)
三、本节常考题型解析(463)	教材本节习题 11-2 解析与答案(468)
第三节 幂级数	(470)
一、教材的目的要求及基本内容(470)	二、本节常用解题方法及技巧(471)
三、本节常考题型解析(471)	教材本节习题 11-3 解析与答案(476)
第四节 函数展开成幂级数	(478)
一、教材的目的要求及基本内容(478)	二、本节常用解题方法及技巧(479)
三、本节常考题型解析(479)	教材本节习题 11-4 解析与答案(481)
第五节 函数的幂级数展开式的应用	(484)
一、教材的目的要求及基本内容(484)	二、本节常用解题方法及技巧(484)
三、本节常考题型解析(略)(484)	教材本节习题 11-5 解析与答案(484)
第六节 函数项级数的一致收敛性及一致收敛级数的基本性质	(486)
一、教材的目的要求及基本内容(486)	二、本节常用解题方法及技巧(略)(487)
三、本节常考题型解析(略)(487)	教材本节习题 11-6 解析与答案(487)
第七节 傅里叶级数	(489)
一、教材的目的要求及基本内容(489)	二、本节常用解题方法及技巧(491)
三、本节常考题型解析(491)	教材本节习题 11-7 解析与答案(496)
第八节 一般周期函数的傅里叶级数	(500)
一、教材的目的要求及基本内容(500)	二、本节常用解题方法及技巧(502)
三、本节常考题型解析(502)	教材本节习题 11-8 解析与答案(503)
教材第十一章总复习题解析与答案 (505)	
第十二章 微分方程	(511)
第一节 微分方程的基本概念	(511)
一、教材的目的要求及基本内容(511)	二、本节常用解题方法及技巧(512)
三、本节常考题型解析(512)	教材本节习题 12-1 解析与答案(513)
第二节 可分离变量的微分方程	(514)

一、教材的目的要求及基本内容(514)	二、本节常用解题方法及技巧(514)
三、本节常考题型解析(515)	教材本节习题 12-2 解析与答案(516)
第三节 齐次方程	(519)
一、教材的目的要求及基本内容(519)	二、本节常用解题方法及技巧(519)
三、本节常考题型解析(519)	教材本节习题 12-3 解析与答案(521)
第四节 一阶线性微分方程	(524)
一、教材的目的要求及基本内容(524)	二、本节常用解题方法及技巧(525)
三、本节常考题型解析(525)	教材本节习题 12-4 解析与答案(526)
第五节 全微分方程	(530)
一、教材的目的要求及基本内容(530)	二、本节常用解题方法及技巧(531)
三、本节常考题型解析(532)	教材本节习题 12-5 解析与答案(534)
第六节 可降阶的高阶微分方程	(536)
一、教材的目的要求及基本内容(536)	二、本节常用解题方法及技巧(537)
三、本节常考题型解析(537)	教材本节 12-6 习解析与答案(539)
第七节 高阶线性微分方程	(543)
一、教材的目的要求及基本内容(543)	二、本节常用解题方法及技巧(544)
三、本节常考题型解析(545)	教材本节习题 12-7 解析与答案(546)
第八节 常系数齐次线性微分方程	(549)
一、教材的目的要求及基本内容(549)	二、本节常用解题方法及技巧(550)
三、本节常考题型解析(550)	教材本节习题 12-8 解析与答案(551)
第九节 常系数非齐次线性微分方程	(554)
一、教材的目的要求及基本内容(554)	二、本节常用解题方法及技巧(555)
三、本节常考题型解析(555)	教材本节习题 12-9 解析与答案(558)
第十节 欧拉方程	(563)
一、教材的目的要求及基本内容(563)	二、本节常用解题方法及技巧(略)(563)
三、本节常考题型解析(563)	教材本节习题 12-10 解析与答案(564)
第十一节 微分方程的幂级数解法	(567)
一、教材的目的要求及基本内容(567)	二、本节常用解题方法及技巧(567)
三、本节常考题型解析(567)	教材本节习题 12-11 解析与答案(568)
第十二节 常系数线性微分方程组解法举例	(571)
一、教材的目的要求及基本内容(571)	二、本节常用解题方法及技巧(略)(571)
三、本节常考题型解析(571)	教材本节习题 12-12 解析与答案(572)
教材第十二章总复习题解析与答案	(576)

第一章 函数与极限

函数、极限和连续是高等数学的几个最基本的概念,求极限的运算是高等数学的基本运算之一。我们先复习函数和极限的定义、性质和常见初等函数,然后通过典型例题介绍求极限、讨论函数连续性的一般方法和常用技巧,以及如何利用函数的连续性的性质证明一些命题,为以后各章的学习打下坚实的基础。

第一节 映射与函数

一、教材的目的要求及基本内容

目 的 要 求

1. 理解函数的概念,掌握函数的两个基本要求,会求函数定义域。
2. 了解函数的单调性、有界性、周期性和奇偶性、并会讨论函数的这些性质。
3. 了解反函数和复合函数的概念,能熟练分析复合函数的复合过程。
4. 熟悉基本初等函数的性质和图形。
5. 了解分段函数的概念,并能画出简单分段函数的图形。
6. 会分析简单实际问题(如几何问题、物理问题)中的变量关系,建立函数关系。

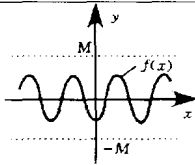
基 本 内 容

表 1-1-1 函数及相关的概念

名称	定 义	要点	补充说明
函数	设 x 和 y 是两个变量, D 是给定的数集,如果对于每个数 $x \in D$, 变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作 $y = f(x)$, D 称为定义域, x 称为自变量, y 称为因变量, 数集 $W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为值域	对应法则 定义域	高等数学中讨论的函数是单值函数, 遇到多值函数一般把其分为若干个单值函数

名称	定 义	要点	补充说明
函数的图形	平面上点集 $C = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $f(x)$ 的图形		并非所有的函数都有图形。 例如:狄利克雷函数 $D(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$ 没有图形
复合函数	设函数 $y = f(x)$ 的定义域包含 $u = \varphi(x)$ 的值域,则在函数 $\varphi(x)$ 的定义域 D 上可以确定一个函数 $y = f[\varphi(x)]$,称为 φ 与 f 的复合函数,记作 $y = f[\varphi(x)]$ 或 $y = f \circ \varphi$	对应法则 定义域 值域	结合律成立 $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ 但交换律不成立,即 $f \circ g \neq g \circ f$
一一对应	设 $f(x)$ 在 D 上定义, $\forall x_1, x_2 \in D$, 若由 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, 或由 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上是一一对应的		不同的 x 对应不同的 y
反函数	设 $y = f(x)$ 在 D 上是一一对应的,值域为 W , $\forall y \in W$, 用满足 $f(x) = y$ 的唯一确定的 $x \in D$ 与之对应,由这样的关系所确定的函数 $x = f^{-1}(y)$ 就称为原来函数 $y = f(x)$ 的反函数		$y = f(x)$ 为直接函数, $x = f^{-1}(y)$ 为反函数
初等函数	由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可用的一个式子表示的函数	两个有限次	

表 1-1-2 函数的几种特性

性质	定 义	图例或说明
有界性	函数 $f(x)$ 在 D 上定义,若 $\exists M > 0, \forall x \in D$, 有 $ f(x) \leq M$, (或 $\exists m, M$, 使得 $m \leq f(x) \leq M$ 成立), 则称函数 $f(x)$ 在 D 上是有界函数	 函数 $f(x)$ 的图形位于 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间

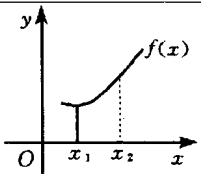
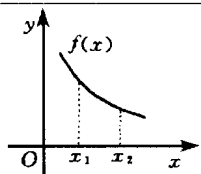
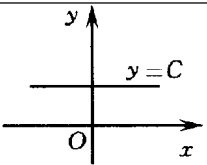
性质	定 义		图例或说明
无界性	函数 $f(x)$ 在 D 上定义, 若 $\forall M > 0, \exists x_1 \in D$, 使得 $ f(x_1) > M$, 则称 $f(x)$ 在 D 上无界		例如: $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 因为 $\forall M > 0$, 取 $x_1 = \frac{1}{3M}$, 则 $f(x_1) = 3M > M$
奇偶性	奇函数	函数 $f(x)$ 在 D 上定义, $x, -x \in D$, 且 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数	图形关于原点对称
	偶函数	函数 $f(x)$ 在 D 上定义, $x, -x \in D$, 且 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数	图形关于 y 轴对称
单调性	单调增加	函数 $f(x)$ 在 D 上定义, $\forall x_1, x_2 \in D$, 由 $x_1 < x_2, \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	
	单调减少	函数 $f(x)$ 在 D 上定义, $\forall x_1, x_2 \in D$ 由 $x_1 < x_2, \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$	
	若不等号严格成立, 则称严格单调增加(减少)		
周期性	函数 $f(x)$ 在 D 上定义, 若 $\exists T > 0, \forall x \in D$, 有 $f(x+T) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是周期为 T 的周期函数。若在无穷多个周期中, 有最小的正数 T , 则称 T 为周期函数 $f(x)$ 的最小周期, 简称周期。		

表 1-1-3 基本初等函数

名称	定义及性质	图 形
常数函数	$y = C (-\infty < C < +\infty)$ 平行于 x 轴, 过 $(0, C)$ 点的直线	

名称	定义及性质	图 形
幂函数	$y = x^u$ (u 为常数) $u > 0$ 时, 函数 x^u 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $u < 0$ 时, 函数 x^u 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = x^u$ 与 $y = x^{\frac{1}{u}}$ 互为反函数	
指数函数	$y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$), $x \in (-\infty, +\infty)$ $a > 1$ 时, 函数 a^x 是严格单调增加的 $0 < a < 1$ 时, 函数 a^x 是严格单调减少的	
对数函数	$y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1, 0 < x < +\infty$) $a > 1$ 时, $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格单调增加 $a < 1$ 时, $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格单调下降 若 $a = e$, 记 $y = \log_e x$ 为 $y = \ln x$	
三角函数	正弦函数: $y = \sin x, -\infty < x < +\infty$	
	余弦函数: $y = \cos x, -\infty < x < +\infty$	
	正切函数: $y = \tan x$ $(x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	
	余切函数: $y = \cot x (x \neq k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	

名称	定义及性质	图 形
反三角函数	反正弦函数 $y = \arcsin x$ $(-1 \leq x \leq 1, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2})$	
	反余弦函数 $y = \arccos x$ $(-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi)$	
	反正切函数 $y = \arctan x$, $(-\infty < x < +\infty, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2})$	
	反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x$, $(-\infty < x < +\infty, 0 < y < \pi)$	

表 1-1-4 双曲函数

双曲正弦	$y = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	
双曲余弦	$y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	
双曲正切	$y = \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$	
双曲余切	$y = \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}$	
反双曲正弦	$y = \operatorname{arsh} x$	