

砂岩铜矿地球化学和 成矿动力学

谭凯旋 著



地震出版社

砂岩铜矿地球化学和 成矿动力学

谭凯旋 著



地震出版社

1998

内 容 提 要

本书针对我国南方中生代盆地中广泛分布的砂岩铜矿床及四川乐山一带的二叠系页岩铜矿床,在地质地球化学研究的基础上应用非线性科学中有关理论和方法、计算机模拟技术、动力学实验等新的理论和方法,从成矿流体的热力学与动力学、铜矿物溶解动力学、铜矿物沉淀生长动力学、成矿流体汇聚与成矿作用动力学等方面探讨砂岩铜矿床形成的动力学条件与动力学机制,并进而分析砂岩铜矿的成矿规律与找矿方向。

砂岩铜矿地球化学和成矿动力学

谭凯旋 著

*

责任编辑:宋炳忠

责任校对:庞娅萍

地质出版社出版发行

北京民族学院南路9号

北京地大彩印厂印刷

全国各地新华书店经售

*

787×1092 1/16 10.75 印张 6 插页 276 千字

1998年6月第一版 1998年6月第一次印刷

印数 001—600

ISBN 7-5028-1538-4/P·944

(1992) 定价: 15.00 元

8001



谭凯旋，1963年3月出生，湖南湘潭人。1984年毕业于湘潭矿业学院地质系，获学士学位，1994年12月于中国科学院地球化学研究所（贵阳）获地球化学博士学位，1997年8月在中南工业大学资源环境与建筑工程学院完成博士后研究工作。现在中国科学院长沙大地构造研究所工作，任副研究员。目前主要从事非线性地球化学动力学和构造成矿动力学等方面的研究工作。已公开发表论文40多篇（其中核心期刊上30余篇），出版专著两本。

前言

现代科学的发展将一个新的接力棒交给了非线性科学。自然界存在的事物大量的的是非线性的，自然界的过程从本质上讲是非线性动力学过程（谷超豪，1991；郝柏林，1991；赵鹏大等 1992），因而非线性动力学已成为当前重大前沿科学之一，它引起了全世界包括数学、物理、化学、生物学、气象学、地理学和地球科学在内的各自然科学领域的关注和重视，在经济学、人口学、哲学等社会科学领域内也引起了强烈反响。随着各学科对非线性理论的深入研究，诸如分岔理论、分形分维理论、湍流、奇怪吸引子、混沌学、耗散结构、协同学等一系列重要的理论和概念被提出来；同时还发展了许多研究非线性方程的数学方法，如奇异摄动理论、求分岔点与分支解的延拓方法和打靶法等。这些具普适性的理论成果已开始被应用于研究自然界中的复杂问题。

地球化学系统是开放的和非平衡的非线性复杂系统。地球化学作用特别是成矿作用是各种转变过程（如相变、化学反应）和输运过程（如质量迁移、能量输运、动量传递）的耦合，它也是一个非线性动力学过程（Ortoleva et al., 1987；於崇文，1992）。因此，地球化学中的非平衡、非线性现象及其动力学的研究引起了人们的广泛关注。矿床是一个复杂的地质系统，成矿作用是一个复杂的动力学过程，一个矿床的形成受到多种环节（诸如成矿流体的形成，成矿元素活化、迁移、沉淀、流体运移、汇聚等）的制约，而且每一个环节又可能受到多种因素的影响。因此有必要开展成矿动力学的研究。

铜是我国的紧缺矿产，砂岩型铜矿床是一种重要的铜矿资源，具有规模大、品位富、伴生有益组分高、易开采选冶等特征，世界各地的地学工作者无论在找矿勘探工作方面还是在理论研究方面对砂岩型铜矿床都十分重视。砂岩型铜矿床在我国南方的中生代盆地中有广泛的分布，其中重要的有滇中、滇西盆地、四川会理盆地、湖南衡阳盆地和沅麻盆地等。这些砂岩铜矿床都具有相似的地质地球化学特征和成因，并且都含有较高的 Ag，有的以 Ag 为主，形成独立的银矿体。与国外的砂岩铜矿床相比较，我国砂岩铜矿床既有许多共同特征，又存在一些显著差异。目前我国所发现的砂岩铜矿床规模较小，以中小型为主，一直未能找到大型超大型砂岩铜矿床；成矿时代主要为中生代，而与世界上的砂岩铜矿成矿高峰期（晚元古代和晚古生代）不一致；成铜盆地主要为陆相盆地，盆地规模较小。虽然国内许多单位和专家对一些砂岩铜矿床的地质地球化学特征和成因作了许多研究，但主要是针对某一地区或某一个矿床，还缺乏对比性的综合研究；关于砂岩铜矿床的成因也还认识不一，砂岩铜矿的成矿动力学的研究更是空白。

本书针对我国南方中生代盆地中广泛分布的砂岩铜矿床及四川乐山一带的二叠系页岩铜矿床，通过对典型矿床的重点解剖和广泛的对比性综合研究，在地质地球化学研究的基础上应用非线性科学中有关理论和方法、计算机模拟技术、动力学实验等新的理论和方法，重点从成矿流体的热力学与动力学、铜矿物溶解动力学实验、铜矿物沉淀生长动力学、成矿流体汇聚与成矿作用动力学等方面探讨砂岩铜矿床形成的动力学条件与动力学机制，探讨各种动力学因素对砂岩铜矿床成矿作用的影响，并进而分析其成矿规律与找矿方向。

本书是在作者的博士学位论文（中国科学院地球化学研究所，导师：王中刚研究员，张哲儒研究员）和博士后（中南工业大学，导师：戴塔根教授）研究成果的基础上撰写而成的。研究工作得到了中国科学院地球化学研究所王中刚研究员、张哲儒研究员和中南工业大学戴塔根教授的直接指导。此外，中国科学院地球化学研究所欧阳自远研究员（院士）、谢鸿森研究员、李朝阳研究员、裘愉卓研究员、樊文苓研究员、胡瑞忠研究员、傅平秋研究员、吴学益研究员、徐仲伦研究员和昆明工学院冉崇英教授、中国科学院长沙大地构造研究所陈国达教授（院士）、刘顺生研究员、林舸研究员、范慰茗研究员以及中南工业大学彭省临教授、吴延芝教授等许多专家均给了作者热情的指导、鼓励和帮助。研究工作还得到国家自然科学基金项目“开放体系流体-岩石相互作用的非线性动力学研究”、中国科学院地球化学研究所矿床地球化学开放研究实验室基金项目“热水沉积砂页岩铜矿的地球化学动力学研究”和国家博士后基金项目“地洼盆地构造-流体演化与成矿作用非线性动力学研究”等项目的经费资助。本书的出版得到中国科学院长沙大地构造研究所的支持。作者谨此表示衷心的感谢！

目 录

前言

第一章 绪论	(1)
第一节 非线性科学	(1)
第二节 地球化学动力学和成矿动力学	(9)
第三节 砂岩铜矿床	(15)
第二章 砂岩铜矿床的地质特征	(19)
第一节 概况	(19)
第二节 成矿地质构造背景	(21)
第三节 含铜岩系特征	(24)
第四节 矿体形态和赋存特征	(28)
第五节 矿物组成与结构构造	(32)
第六节 矿床分带	(35)
第七节 伴生组分	(39)
第三章 矿床地球化学	(43)
第一节 常量元素地球化学	(43)
第二节 微量元素地球化学	(47)
第三节 稀土元素地球化学	(54)
第四节 热释光特征	(59)
第五节 氢、氧、碳同位素地球化学	(61)
第六节 硫同位素地球化学	(65)
第七节 铅同位素地球化学	(67)
第四章 成矿流体和铜的迁移	(70)
第一节 成矿流体的化学组成和物理化学性质	(70)
第二节 成矿溶液中铜络合物的稳定性	(73)
第三节 铜溶解和迁移的热力学	(78)
第四节 成矿流体中的离子扩散作用	(83)
第五章 铜矿物溶解动力学	(92)
第一节 样品的特征和处理	(92)
第二节 实验方法	(93)
第三节 实验结果与数据处理	(94)
第四节 辉铜矿、黄铜矿和斑铜矿的溶解动力学	(98)
第五节 铜矿物溶解的非线性反应动力学	(103)
第六节 动力学实验结果的成矿意义	(113)
第六章 铜矿物生长动力学	(114)

第一节	铜矿物中组分振荡分带和混沌吸引子·····	(114)
第二节	铜矿物生长的自反馈动力学机制·····	(124)
第三节	分形生长动力学和形态不稳定性·····	(128)
第四节	条带状构造和环带状结核构造形成的动力学·····	(130)
第七章	成矿作用的非线性动力学·····	(133)
第一节	砂岩铜矿床的非线性特征·····	(133)
第二节	成矿作用的动力学模型·····	(135)
第三节	流体输运-反应反馈与聚流成矿作用·····	(137)
第四节	力学-化学耦合与流体圈闭和构造成矿·····	(141)
第五节	矿体形态、规模、空间分布的动力学控制机理·····	(144)
第六节	矿床分带的动力学·····	(146)
第八章	成矿模式与找矿前景·····	(150)
第一节	成矿模式·····	(150)
第二节	成矿远景预测·····	(151)
第三节	成矿规律与找矿方向·····	(153)
参考文献	·····	(155)
图版	·····	
(01)	·····	图一
(02)	·····	图二
(03)	·····	图三
(04)	·····	图四
(05)	·····	图五
(06)	·····	图六
(07)	·····	图七
(08)	·····	图八
(09)	·····	图九
(10)	·····	图十
(11)	·····	图十一
(12)	·····	图十二
(13)	·····	图十三
(14)	·····	图十四
(15)	·····	图十五
(16)	·····	图十六
(17)	·····	图十七
(18)	·····	图十八
(19)	·····	图十九
(20)	·····	图二十
(21)	·····	图二十一
(22)	·····	图二十二
(23)	·····	图二十三
(24)	·····	图二十四
(25)	·····	图二十五
(26)	·····	图二十六
(27)	·····	图二十七
(28)	·····	图二十八
(29)	·····	图二十九
(30)	·····	图三十
(31)	·····	图三十一
(32)	·····	图三十二
(33)	·····	图三十三
(34)	·····	图三十四
(35)	·····	图三十五
(36)	·····	图三十六
(37)	·····	图三十七
(38)	·····	图三十八
(39)	·····	图三十九
(40)	·····	图四十
(41)	·····	图四十一
(42)	·····	图四十二
(43)	·····	图四十三
(44)	·····	图四十四
(45)	·····	图四十五
(46)	·····	图四十六
(47)	·····	图四十七
(48)	·····	图四十八
(49)	·····	图四十九
(50)	·····	图五十
(51)	·····	图五十一
(52)	·····	图五十二
(53)	·····	图五十三
(54)	·····	图五十四
(55)	·····	图五十五
(56)	·····	图五十六
(57)	·····	图五十七
(58)	·····	图五十八
(59)	·····	图五十九
(60)	·····	图六十
(61)	·····	图六十一
(62)	·····	图六十二
(63)	·····	图六十三
(64)	·····	图六十四
(65)	·····	图六十五
(66)	·····	图六十六
(67)	·····	图六十七
(68)	·····	图六十八
(69)	·····	图六十九
(70)	·····	图七十
(71)	·····	图七十一
(72)	·····	图七十二
(73)	·····	图七十三
(74)	·····	图七十四
(75)	·····	图七十五
(76)	·····	图七十六
(77)	·····	图七十七
(78)	·····	图七十八
(79)	·····	图七十九
(80)	·····	图八十
(81)	·····	图八十一
(82)	·····	图八十二
(83)	·····	图八十三
(84)	·····	图八十四
(85)	·····	图八十五
(86)	·····	图八十六
(87)	·····	图八十七
(88)	·····	图八十八
(89)	·····	图八十九
(90)	·····	图九十
(91)	·····	图九十一
(92)	·····	图九十二
(93)	·····	图九十三
(94)	·····	图九十四
(95)	·····	图九十五
(96)	·····	图九十六
(97)	·····	图九十七
(98)	·····	图九十八
(99)	·····	图九十九
(100)	·····	图一百

Contents

Preface

Chapter 1	Introduction	(1)
§ 1	Nonlinear science	(1)
§ 2	Geochemical dynamics and ore-forming dynamics	(9)
§ 3	Sandstone-type copper deposits	(15)
Chapter 2	Geological characteristics of sandstone-type copper deposits	(19)
§ 1	An outline	(19)
§ 2	Geological-structural setting of ore-forming	(21)
§ 3	Characteristics of Cu-bearing rock series	(24)
§ 4	Form and occurrence of orebodies	(28)
§ 5	Mineral composition and structure and texture of ore	(32)
§ 6	Ore zoning	(35)
§ 7	Associated elements	(39)
Chapter 3	Geochemistry of ore deposits	(43)
§ 1	Major elements geochemistry	(43)
§ 2	Trace elements geochemistry	(47)
§ 3	REE geochemistry	(54)
§ 4	Characteristics of thermoluminescence	(59)
§ 5	H, O, C isotopic geochemistry	(61)
§ 6	S isotopic geochemistry	(65)
§ 7	Pb isotopic geochemistry	(67)
Chapter 4	Ore-forming fluids and transport of Cu	(70)
§ 1	Chemical compositions and physico-chemical properties	(70)
§ 2	Stability of cuprous complexes in ore-forming solutions	(73)
§ 3	Thermodynamics of dissolution and transport of Cu	(78)
§ 4	Ionic diffusion in ore-forming fluids	(83)
Chapter 5	Kinetics of dissolution of copper minerals	(92)
§ 1	Characteristics and treatment of samples	(92)
§ 2	Experimental method	(93)
§ 3	Experimental results and data handling	(94)
§ 4	Dissolution kinetics of chalcocite, chalcopyrite and bornite	(98)
§ 5	Nonlinear dynamics of dissolution of copper minerals	(103)
§ 6	Significance of results of kinetic experiment in ore-forming	(113)
Chapter 6	Growth kinetics of copper minerals	(114)

§ 1	Oscillatory zoning and chaotic attractors of copper minerals	(114)
§ 2	Self-feedback dynamic mechanism of growth of copper minerals	(124)
§ 3	Fractal growth dynamics and morphological instabilities	(128)
§ 4	Dynamics of forming of banded structure and girdle concretionary structure	(130)
Chapter 7	Nonlinear dynamics of ore-forming processes	(133)
§ 1	Nonlinear characteristics of sandstone-type copper deposits	(133)
§ 2	The model of ore-forming dynamics	(135)
§ 3	Feedback of fluid flow and chemical reaction and flow-focusing ore-forming processes	(137)
§ 4	Coupled between mechanics and chemistry and fluid seal and tectonic ore-forming	(141)
§ 5	Dynamic mechanism controlling the form, size and space distribution of orebody	(144)
§ 6	Dynamics of ore zoning	(146)
Chapter 8	Metallogenetic model and ore-search prospect	(150)
§ 1	Metallogenetic model	(150)
§ 2	Prognosis of ore-forming prospect	(151)
§ 3	Regularities of ore-forming and directions of ore-finding	(153)
References		(155)

Plates

§ 1	Trace elements geochemistry	(54)
§ 2	RRE geochemistry	(54)
§ 3	Characteristics of thermoluminescence	(59)
§ 4	H, O, C isotopic geochemistry	(61)
§ 5	S isotopic geochemistry	(63)
§ 6	Pb isotopic geochemistry	(67)
Chapter 4	Ore-forming fluids and transport of Cu	(70)
§ 1	Chemical compositions and physico-chemical properties	(70)
§ 2	Stability of cuprous complexes in ore-forming solutions	(73)
§ 3	Thermodynamics of dissolution and transport of Cu	(78)
§ 4	Ionic diffusion in ore-forming fluids	(83)
Chapter 5	Kinetics of dissolution of copper minerals	(92)
§ 1	Characteristics and treatment of samples	(92)
§ 2	Experimental method	(93)
§ 3	Experimental results and data handling	(94)
§ 4	Dissolution kinetics of chalcocite, chalcophyllite and bornite	(98)
§ 5	Nonlinear dynamics of dissolution of copper minerals	(103)
§ 6	Significance of results of kinetic experiment in ore-forming	(113)
Chapter 6	Growth kinetics of copper minerals	(114)

第一章 绪 论

第一节 非线性科学

现代自然科学和技术的发展,正在改变着传统的学科划分和科学研究的方法。“数、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科,与日新月异的高新技术相结合,使用数值、解析和图形并举的计算方法,推出了横跨多种学科门类的新兴领域,这些新兴领域中最重要就是非线性科学。

什么是非线性科学呢?正如非线性不满足整体是部分之和这一原理一样,非线性科学也不是非线性数学、非线性物理、非线性力学等等分支学科的总和。非线性科学是研究自然科学的各个不同领域内的非线性系统所具有的超越不同学科领域局限性的共同性质,揭示各种非线性现象的共性,发展研究它们的普适性方法,从非线性范例的研究走向一个以探索复杂性为目标的新学科。

正因为非线性科学是对自然界复杂的非线性现象的普适性和整体性特征的研究方法,因此它是对所有学科都适用的方法。目前许多非线性科学方法已被应用于地学研究之中。下面就本书中引入和应用的非线性科学中的一些重要概念、理论和方法作一简要介绍。

1. 混沌

60年代,气象学家洛伦兹(E. N. Lorenz)在他的计算机上计算了一个重力场中热对流问题的简化模型,结果发现,初始条件的微小变化很快就导致了完全不同的运动状态,即在确定论系统中,相空间轨道有可能呈现高度不稳定性,随着时间的发展,相邻的相空间轨道之间的距离可能指数地增大,这种现象被称作为确定论系统中的内在随机性,通常称为混沌(chaos)。

关于混沌的定义,有多种方法,目前使用较广的是一种拓扑方法的定义(卢侃等,1990):设 V 为一集合, $f: V \rightarrow V$ 称为在 V 上是混沌的,如果

- ① f 有对初始条件的敏感依赖性;
- ② f 是拓扑传递的;
- ③ 周期点在 V 中稠密。

扼要地说,混沌的映射具有三个要素:不可预测性,不可分解性和潜在的规律性。

自然界中的现象都是在一定的时间和空间中出现的,对于复杂的时空动力系统,不仅在时间方向上具有混沌行为,而且在系统长时间发展以后,其空间方向上也具有混沌行为,这称为时空混沌(spatiotemporal chaos)。

一个复杂动力系统经过一段时间演化后,就会进入某种持久不变的状态集中,这在相空间中表现为相轨道族收敛于相空间的某个不随时间变化的子集中,该不变子集称为该动力系统的状态吸引子(郝柏林,1983)。吸引子的维数可以是整数,但总小于相空间的维数。当吸引子的维数为0时,系统的演化将不随时间变化而处于稳定;当吸引子的维数为1时,系统

的演化随时间作周期振荡；当吸引子的维数为 2 时，动力系统将随时间作具有两个不可约频率的拟周期振荡；如果吸引子的维数为分数或大于 2，动力系统将随时间作持续的非周期振荡即混沌振荡，这种具分数维的吸引子称为混沌吸引子或奇怪吸引子。

利用实验或分析中所得的时（空）系列数据，可以计算出该动力系统的状态吸引子的维数（Grassberger et al., 1983; Abarbanel et al., 1993），进而分析其动力学特征。

首先，对时间系列数据构造出适当的相空间。相空间由下述变量定义：

$$x(t), x(t+\tau), \dots, x[t+(n-1)\tau]$$

τ 是时间滞后量，它是取样时间间隔的倍数。对于时间系列数据 $x(t_1), x(t_2), x(t_3) \dots x(t_N)$ ，选择一适当的时间滞后量 τ ，按 τ 的整数倍逐步把时间系列数据 $x(t)$ 拓展，构造出由 $x(t), x(t+\tau), \dots, x[t+(n-1)\tau]$ 变量组所支撑的并包含下列 N 个点的 n 维辅助相空间：

$$x(t_1), \quad x(t_2), \dots, \quad x(t_N)$$

$$x(t_1+\tau), \quad x(t_2+\tau), \dots, x(t_N+\tau)$$

$$x[t_1+(n-1)\tau], \quad x[t_2+(n-1)\tau], \dots, x[t_N+(n-1)\tau]$$

其中 $x_i \{x(t_i), x(t_i+\tau), \dots, x[t_i+(n-1)\tau]\}$ 代表相空间中的一个点。

然后根据下式计算每一拓展的 n 维辅助相空间的吸引子关联函数：

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \theta(r - |x_i - x_j|) \quad (1.1)$$

式中 $|x_i - x_j|$ 为上述相空间中任意不同的两个相点之间的距离； r 为任意正数； θ 为 Heavyside 函数：

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

当 r 较小时，吸引子的维数 D 与 $C(r)$ 有如下关系：

$$C(r) = r^D \quad (1.3)$$

或

$$\ln C(r) = D \ln r \quad (1.4)$$

即吸引子的维数 D 等于 $\ln C(r)$ 对 $\ln r$ 图中的直线斜率。

以 $\ln C(r)$ 对 $\ln r$ 作图，计算出每一维辅助相空间在标度区间的斜率。当增加辅助相空间的维数 n 达到某一值后，如果斜率达到饱和而不再随 n 变化，则该饱和的斜率值即为吸引子的维数；如果吸引子的维数为分数，则为混沌吸引子。首次出现斜率饱和值的辅助相空间维数即为描述该动力系统的相空间维数，也就是模拟该动力系统所需要的最少变量数。

根据上述原理，我们用 Fortran 语言编写了计算程序，只要输入一组时间系列数据，即能对该数据组进行 2~10 维辅助相空间的分析计算，给出每一维辅助相空间一系列的 $\ln C(r)$ 与 $\ln r$ 值和斜率值。

2. 分形几何学

分形几何学 (fractal geometry) 是非线性科学的重要内容之一，它是由法裔美籍数学家曼德尔布罗特 (B. B. Mandelbrot) 于 80 年代初创立的一门新的几何学，它为研究自然界的规则形状和复杂过程提供了新的定量方法。目前已被广泛应用于物理学、化学、生物学、生理学、地球科学、冶金学、材料学及社会科学等领域中。

分形几何学的主要内容是研究具有自相似性 (self-similarity) 的不规则曲线或位形、具有自反演性 (self-reverse) 的不规则图形、具有自平方性 (self-square) 的分形变换和具有自仿射 (self-affine) 的分形等。目前应用较多的主要限于具有自相似性的分形几何。

自然界中许多体系、现象和过程都具有自相似性的“层次”结构,即分形结构。目前的研究表明,地球科学中的许多现象和过程如海岸线的形状、岛屿分布、山形的起伏、地震、断裂活动、河流网系、矿物相变、矿物结构、矿产分布、油田分布等均具有自相似性的分形结构特征。

分形理论的基本观点是维数的变化是连续的,即维数可以是整数也可以是分数;分形的基本特征就是自相似性或标度不变性,它可以用分数维 (fractal dimension, 简称分维) 这一特征量来定量描述。

可以有許多方法来定义分形,最基本的就是发生频率与大小的幂定律关系。如果具有大于特征线性尺度 (r) 的客体数目 N 满足以下关系式:

$$N = \frac{C}{r^D} \quad (1.5)$$

则定义了一个分维值为 D 的统计分形分布。值得注意的是,自然界中的真实分形和数学上纯粹的分形有以下两点差异:①自然界中的分形带有随机因素,不像数学中的分形那样纯粹和“干净”,因而必需采用概率统计的方法来处理;②自然界中的分形现象只在一定尺度范围内,在一定的层次中才能表现出分形特征,其两端都受到某种特征尺度的限制,而在标度区间以外,分形现象就不存在了,其分维值也就失去了意义。而数学上的分形,则可以一直追溯到无穷。

关于分形分析与分维值的计算方法有许多种,下面介绍几种常用的也是本文后面所采用的计算方法:

(1) 特征尺度变换法 (或标度变换法)

根据上述分形的定义,以特征尺度 r 度量研究对象,其量度值为 N ,如 N 与 r 有如下关系:

$$N = Cr^{-D} \quad (1.6)$$

则指数 D 为其分维值,在实际分析中,取一系列不同数量级的 r 值,分别测出相应的不同值 N ,在双对数坐标图上绘出 $\ln N$ 对 $\ln r$ 的曲线,其拟合直线部分的斜率的绝对值就是分维值 D ,这一斜率可用最小二乘法求出。该分析主要用于一维分析。

(2) 数盒子法

对于二维平面,最常用的分形分析方法就是数盒子法 (box-counting method)。即将研究区域用不同的边长 r 离散化为小正方形,设 $N(r)$ 为有研究对象所分布的格子数目,若 $N(r)$ 与 r 满足如下幂律关系:

$$N(r) = Cr^{-D} \quad (1.7)$$

式中 C 为常数,则研究对象为分形; D 为分维值。利用式 (1.7) 求取的分维值称为容量维或盒维数。实际计算时,可在双对数坐标图上以 r 为横坐标,以 $N(r)$ 为纵坐标,拟合直线的斜率即为一 D 。根据上述原理,本文编写了计算机程序并利用 XQF-4 型图像分析仪进行分形分析。

3. 重整化群方法

重整化群理论 (renormalization group theory) 是 K. G. Wilson 在 70 年代初研究相变时发展起来的一种理论方法。这个方法经常会产生分形统计结果, 而且清晰地利用了标度不变性。其基本思想是先在最小的标度上研究一个比较简单的系统, 然后将问题重整化 (重新标度), 以在进一步大的标度下利用这个同样的系统; 过程在越来越大的标度下不断重复。

Satuffer (1985) 通过对二维方阵和三维立方阵的重整化群分析, 研究了孔隙岩石中流体渗流的分形模式与临界概率值。Turcotte (1986, 1989) 应用重整化群方法建立了岩石碎裂作用的分形模式, Turcotte (1986, 1989)、谭凯旋等 (1994) 应用重整化群方法建立了矿石品位-吨位关系的分形模式及其在矿产资源远景预测中的应用 (详见第八章第二节)。

4. 自组织与耗散结构

自组织 (self-organization) 是指一个体系在没有外来模板 (template) 干扰时, 由非模式态向模式态的自发转化。导致自组织的原因是非平衡和非线性反馈。

自然界特别是地学领域中的自组织现象非常多, 如花岗岩的环状结构、矿物的条带构造和振荡分带、矿床分带等等。Merino (1984), 王江海等 (1993)、肖文丁等 (1996) 分别对地球化学、地质学和矿物学中的自组织现象进行了总结和初步分析。

自组织现象是体系与外界环境有物质和能量交换的条件下形成的, 在远离平衡的条件下, 均匀的非平衡定态在涨落作用下有可能失稳, 发生突变而形成某种有序结构。Prigogine 把这种在开放和远离平衡条件下, 体系通过与外界环境不断交换物质和能量的过程中通过能量耗散过程和内部的非线性动力学机制经过突变来形成和维持的宏观时空有序结构称为耗散结构 (dissipative structure)。

Bak 等 (1989)、Ito 等 (1990) 进一步提出了自组织临界性 (self-organized criticality) 理论, 认为有序性是一种大的相互作用系统处于自组织临界状态的结果。所谓自组织临界状态, 是指一个开放的耗散系统, 由于组成系统的各个组元之间的相互作用, 而自然地无需由外部加以调整地从随机状态演化到一种有组织的临界状态。在这个状态下, 由外部流入系统的能量, 按系统的组元的内在的规律相互作用 (即自组织) 的结果而被系统吸收和耗散掉, 系统的能量状态平均值在某一个临界值附近呈无规律 (非周期) 的变化。

Bak 等 (1989) 和 Ito 等 (1990) 分析了岩石破裂和地震孕育过程的自组织临界性特征。下面以一维沙堆模型来说明自组织临界性理论。

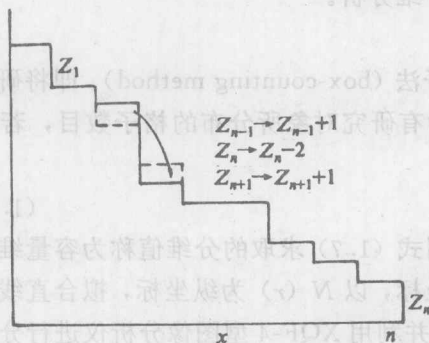


图 1.1 一维沙堆模型

所谓沙堆模型, 即考虑桌上一堆沙子, 将沙子随机地撒在沙堆上, 直到沙堆的斜率达到临界角度, 这一最大的临界角度使沙堆保持一定形状, 而没有沙粒滚下。在沙堆的平均斜率达到最大时, 继续撒沙粒, 从而将会触发沙堆发生各种尺度的滑坡, 甚至发生“雪崩”。这种处于自组织临界状态 of 的沙堆模型产生的滑坡是分形的。因此, 分形是临界状态的一种标志。

如图 1.1 所示, 一维沙堆模型是置沙子在一个格座上堆到一定整数高度, 并取局部高度作为动力学变量, 使系统按如下两条规则进行:

①加一粒沙子:

$$Z_n \rightarrow Z_n + 1$$

②当 $Z_n > Z^*$ (阈值) 时一粒沙子滑落:

$$Z_n \rightarrow Z_n - 2$$

$$Z_{n+1} \rightarrow Z_{n+1} + 1$$

$$Z_{n-1} \rightarrow Z_{n-1} + 1$$

假设边界条件 $Z_0 = 0, Z_N \rightarrow Z_N - 1, Z_{N-1} \rightarrow Z_{N-1} + 1$.

当 $Z = Z^*$ 时, 沙堆的位形是最稳定的, 即达到了自组织的临界状态, 这一状态既敏感又鲁棒。它可以因为任何局域性的扰动而牵动全系统, 但又不会因为任何干扰而改变最小稳定状态。二维沙堆模型最小稳定位形就不会出现鲁棒特性, 一个局部的微扰就有可能触发一次贯穿整个系统的“雪崩”。值得注意的是, 每加一粒沙子, 从边缘流出的沙粒数目不固定。不过系统最后达到一种统计上的定态, 每加一粒沙子的平均后果是从边缘流出一粒沙子。这就是自组织临界状态。

5. 非线性力学

要分析某一具体体系中发生的过程, 必须建立动力学数学模型并进行动力学分析。在数学上, 体系的某种特定状态相当于描述体系的动力学行为的动力学方程 (常微分方程或偏微分方程) 的某个特解, 因此, 失稳现象相当于微分方程特解的失稳。能正确描述体系的动力学行为的动力学方程必须既具有不稳定的特解, 又允许稳定的特解, 具有这种特解的微分方程必须是非线性的。因此, 研究复杂动力系统演化和耗散结构形成过程和机制的理论可更一般地称为非线性动力学 (nonlinear dynamics)。

非线性动力学分析主要包括对动力学方程的稳定性分析和数值模拟。

(1) 稳态解

动力 (演化) 系统的形态通常用微分方程

$$\frac{dX}{dt} = F(X, A) \quad (1.8)$$

来描述, 其中 $X \in B$, B 是适当定义的 Banach 空间; A 是一个参数, 它也属于一个合适的空间。动力系统式 (1.8) 的稳定解 X 用方程

$$F(x, A) = 0 \quad (1.9)$$

来定义, 其中参数 A 的值为已知。

我们经常必须研究动力系统的稳态解与参数 A 值的依赖关系。假设 $A \in R^1$, 并设 $A = \alpha \in R^1$

$$A = \alpha \in R^1 \quad (1.10)$$

我们把一个连续的和唯一的依赖关系 $X(\alpha)$ 定义为解的一个分支。所谓唯一性就是指对于每一个固定的 $\alpha \in (\alpha_0, \alpha_1)$, 我们只能找到一个解 $X(\alpha)$, 或者说, 若方程式 (1.9) 还存在另一个解 $X_1(\alpha)$, 则我们能够找到 $\epsilon > 0$, 使得

$$\|X_1(\alpha) - X(\alpha)\| < \epsilon \quad (1.11)$$

成立。如果解的分支在参数 (α_0, α_1) 的两个方向上连续, 那么, 在这些参数的变化范围内, 唯一性不再成立。这样的临界点称为分支点。不同类型的分支点见图 1.2。

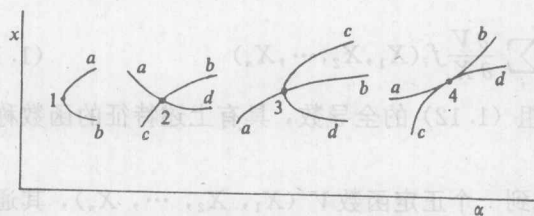


图 1.2 分支点类型

1. 极限点; 2. 分岔点; 3. 分岔极限点;
4. 尖点; a, b, c, d. 解的分支

(2) 解的稳定性

从动力学方程的稳定性分析,我们可以了解在什么情况下原来参考态可能失去稳定性,而且可以从原来参考态对什么样的扰动是不稳定的结论来粗略判断,在发生不稳定之后会出现什么样的新态。

①微分方程的解的稳定性的数学定义。

对于一个任意的高阶常微方程,如果把各阶导数当作未知数处理,总可以用一组一阶方程来代替。因此考虑如下一般的一阶微分方程组:

$$\frac{dX_i}{dt} = f_i(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.12)$$

设在初始条件 $X_i(t_0) = X_i^0$ 的情况下方程组 (1.12) 有解 $X_i(t)$, 如果当初始条件发生一个小的扰动而成为 $X_i = X_i^0 + \eta_i$ 时, 方程组有解 $X_i(t, \{\eta_i\})$, 则稳定性的定义称为: 如果对于任意给定的 $\epsilon > 0$, 总有 $\delta > 0$ (δ 一般与 ϵ 和 t_0 有关)。使得条件 $|\eta_i| \leq \delta$ 满足时, 对一切 $t \geq t_0$, 总有

$$|X_i(t, \{\eta_i\}) - X_i(t)| < \epsilon \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.13)$$

则方程组 (1.12) 的解 $X_i(t)$ 为稳定的, 否则为不稳定的。这样定义的稳定性的称为 Lyapounov 稳定性。

如果 $X_i(t)$ 是稳定的, 并且满足:

$$\lim |X_i(t, \{\eta_i\}) - X_i(t)| = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.14)$$

则称 $X_i(t)$ 是渐近稳定的。

②Lyapounov 稳定性理论。

定义: $V(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为在坐标原点 ($X_1 = X_2 = \dots = X_n = 0$) 某个邻域 Ω 内定义的连续的单值函数, $V(0, 0, \dots) = 0$, 如果 V 在域 Ω 内不变号, 则称 V 在域 Ω 内是定号的; 如果在域 Ω 内恒有 $V \geq 0$, 则称 V 在域 Ω 内为常正的; 如果在域 Ω 内除原点以外都有 $V > 0$, 则称函数 V 是正定的; 如果 $-V$ 是正定 (或常正) 的, 则称 V 是负定 (或常负) 的。

假定方程组 (1.12) (或通过坐标变换后的方程组) 有零解 ($X_1 = X_2 = \dots = X_n = 0$), 并设函数 $V(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 关于所有 X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 的偏导数存在且连续, 以方程组 (1.12) 的解代入, 然后对 t 求导数。

$$\frac{dV}{dt} = \sum_i \frac{\partial V}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dt} = \sum_i \frac{\partial V}{\partial X_i} f_i(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.15)$$

这样求得的导数 dV/dt 称为函数 V 通过方程组 (1.12) 的全导数, 具有上述特征的函数称为 Lyapounov 函数。

定理: 如果对微分方程组 (1.12) 可以找到一个正定函数 $V(X_1, X_2, \dots, X_n)$, 其通过式 (1.12) 的全导数 dV/dt 为常负的或恒等于零, 则方程组 (1.12) 的零解 $X_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$ 为稳定的; 如果 dV/dt 为负的, 则零解是渐近稳定的; 如果在除原点以外的某个邻域内恒有 $V(dV/dt) > 0$, 则零解是不稳定的。

③线性稳定性分析。

对于大多数实际遇到的非线性动力学方程来说, 寻找一个 Lyapounov 函数并不容易, 因而在定性分析时常采用线性稳定性分析。

定理: 设以非线性方程组

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = f_i(\{X_j\}, \lambda) + D_i \nabla^2 X_i \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (1.16)$$

的某组特解 $\{X_{i,0}\}$ 为参考态的线性方程组为：

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = \sum_j \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_j} \right)_0 U_j + D_i \nabla^2 U_i \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (1.17)$$

如果式 (1.17) 的零解是渐近稳定的，那么参考态 $\{X_{i,0}\}$ 是非线性方程组 (1.16) 的一个 (组) 渐近稳定解；如果式 (1.17) 的零解是不稳定的，则 $\{X_{i,0}\}$ 也是不稳定的。

上述定理称为非线性稳定性原理，应用该理论我们可以从线性化方程组的零解稳定性来确定非线性方程组的特解的稳定性。

(3) 奇异点和极限环

在由组分变量 $\{X_i\}$ 组成的相平面上 (或相空间中)，轨线可以在定态点相交，这种定态点常称为奇异点，只要把相平面中奇异点附近轨线的发展行为弄清楚，就可以定性了解体系在发生不稳定性之后的行为。按照奇异点的不同稳定特性，可以把二维相平面上的奇异点分成四类：

① 稳定结点和不稳定结点：前者 X_1 和 X_2 非谐振地趋于奇异点 0 (图 1.3a, b)；后者 X_1 和 X_2 非谐振地离开奇异点 0 (图 1.3c, d)。

② 稳定焦点和不稳定焦点： X_1 和 X_2 以振荡的形式趋于奇异点 (稳定焦点，图 1.4a) 或离开奇异点 (不稳定焦点，图 1.4b)。

③ 鞍点：这是一种发生不稳定的情况，在奇异点周围的某一区域， X_1 和 X_2 趋于奇异点 (图 1.5)。(a)、(b) 为两种不稳定的情况。

④ 中心：体系既不无限地离开也不无限地趋于奇异点，即只是简单地围绕奇异点振荡地运动 (图 1.6)。此时，奇异点是 Lyapounov 稳定的，但不是渐近稳定的。

当奇异点并非唯一时，有可能形成一条封闭轨线，并且从这封闭轨线周围的点出发的轨线总是趋于或离开这条封闭轨线。这种封闭轨线叫极限环 (图 1.7)。极限环型振荡的出现在参考态变得不稳定之后，体系发展到一种新的时间有序态，极限环可用来模拟某些稳定的持久振荡现象，因而在解释自组织现象和地球化学动力学研究中具有重要意义。

(4) 分支现象分析

在研究了非线性动力学方程发生不稳定性的条件后，还必须应用分支理论来研究在不稳定

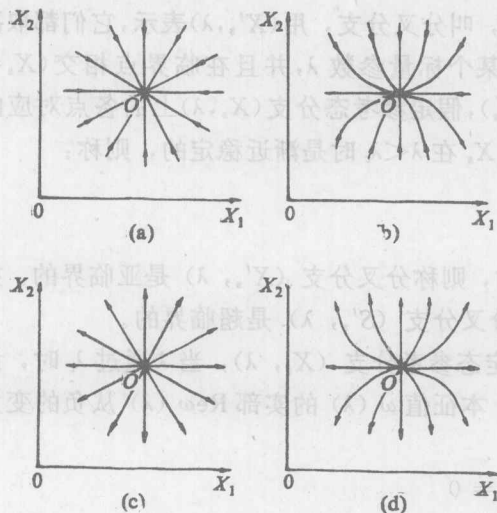


图 1.3 奇异点为结点的情况

(a) 和 (b) 稳定结点；(c) 和 (d) 不稳定结点

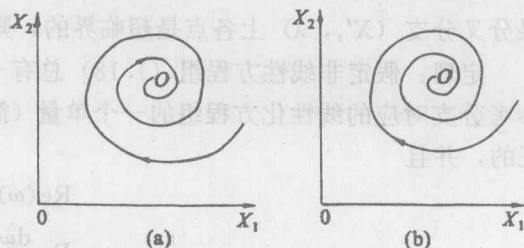


图 1.4 奇异点为焦点的情况

(a) 稳定焦点；(b) 不稳定焦点