西安交通大學

专业学位研究生教育系列教材

高等工程流体力学

（少学时）

张鸣远 编著

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

西安交通大學

专业学位研究生教育系列教材

高等工程流体力学

（少学时）

张鸣远　编著

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书是一本简明的、篇幅相对较少的工科研究生基础流体力学教材。

全书共分7章，分别介绍流体力学的基本概念和流体力学的基本微分方程组、不可压缩流体的无旋流动、平面势流和空间轴对称势流、粘性不可压缩流体的层流流动、层流边界层流动、紊流和理想可压缩流体的流动。本书内容自成体系，文字叙述力求深入浅出，尽量避免过于抽象的数学推导，使具有高等数学知识的读者即可读懂本书。

本书可用作能源动力、机械、化工、环境工程、力学、水利等专业的工程硕士研究生教材，也可作为在校工科研究生的少学时流体力学课程教材，或供相关专业的教师和科学技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等工程流体力学：少学时/张鸣远编著. —西安：西安交通大学出版社，2008.3
ISBN 978-7-5605-2600-3

Ⅰ.高… Ⅱ.张… Ⅲ.工程力学：流体力学-研究生-教材 Ⅳ.TB126

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第169470号

书　　名　高等工程流体力学(少学时)
编　　著　张鸣远
责任编辑　邹　林

出版发行　西安交通大学出版社
(西安市兴庆南路10号　邮政编码710049)
网　　址　http://www.xjtupress.com
电　　话　(029)82668357　82667874(发行中心)
(029)82668315　82669096(总编办)
传　　真　(029)82668280
印　　刷　西安市新城区兴庆印刷厂

开　　本　727mm×960mm　1/16　印张 18.25　字数 336千字
版次印次　2008年3月第1版　2008年3月第1次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5605-2600-3/TB·42
定　　价　32.00元

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题，请与本社发行中心联系、调换。
订购热线：(029)82665248　(029)82665249
投稿热线：(029)82664954
读者信箱：jdlgy31@126.com

序

为适应专业学位研究生教育发展需求，改革教学内容和教学方法，促进专业学位研究生教育整体水平的进一步提高，西安交通大学研究生院决定加强专业学位研究生教育核心教材建设，编辑出版工商管理(MBA)、公共管理(MPA)、工程硕士等专业学位系列教材，这是专业学位建设中一件非常有意义的事情。

专业学位的设立丰富了我国学位类型，主动地适应了我国经济建设，社会进步和国家安全的需要，保证了研究生教育与社会人才市场需求协调发展，在构造学习型社会，实现我国“小康”的伟大目标中发挥了重要作用。

专业学位是与各行业任职资格相联系的学位规格，主要是为国民经济建设部门培养高层次实用型人才。它与学术型人才不同，重在实际应用。因此，对于专业学位必须从应用型人才的能力要求来设置学位课程，更新教学内容，改革教学方法，使专业学位的学生具有获取知识的能力，实践应用的能力，研究创新的能力和沟通组织的能力。既要重视专业知识培养，又要加强人文素质培养，真正地使专业学位研究生教育服务于我国创新型国家建设的战略目标。

不同的专业学位有着不同的人才规格要求，但是同一个专业学位有着相对统一的要求，因此每个专业学位应当有相对稳定的核心课程，对于这些核心课程要有明确的教学大纲，并由具有丰富专业学位研究生教学经验且学术造诣较高的老师编写的教材。教材要符合专业学位研究生的要求，体现专业学位研究生的特色，有利于教师实施探索型的教学方法，倡

导师生互动的教学形式。同时也要重视挖掘学生中实践经验并提升到基本原理，不断地丰富与完善专业学位教材。因此编写专业学位研究生教材不是简单重复的劳动，是一项需要创新的研究工作，也是一项教学改革的重要实践。

西安交通大学研究生院曾经于20世纪80年代在全国率先出版研究生系列教材，取得了好的效果，其中有不少教材评为全国优秀教材或推荐为研究生教学用书，至今仍一版再版。有些教材不断修正和完善，成为精品教材。我相信，这次推出的专业学位系列教材特色将更加鲜明，质量将更加优秀，将受到社会的更加关注，在应用型高层次人才培养中将发挥更重要的作用。

全国工程硕士教育指导委员会副主任委员

張文修

2007年10月15日

前 言

本书的编写目的是提供一本简明、篇幅相对较少的工科研究生基础流体力学教材。

全书共分7章，第1章和第2章介绍流体力学的基本概念和流体力学的基本微分方程组；第3章介绍不可压缩流体的无旋流动，包括平面势流和空间轴对称势流；第4章、第5章和第6章分别介绍粘性不可压缩流体的层流流动、层流边界层流动和紊流；第7章介绍理想可压缩流体的流动。主要讨论处理各类流体力学问题的方法和技巧，书中有较多的联系工程实际的例题和练习题供读者参考。

本书内容自成体系，文字叙述力求深入浅出，尽量避免过于抽象的数学推导，力求使具有高等数学知识的读者，即使未学过本科生的流体力学课程，也可读懂本书。

编写中引入了直角坐标张量，因为掌握张量的基本知识会给学习流体力学和阅读科技文献带来很大的便利。对张量生疏的读者可先阅读本书附录或其他参考书籍，以尽快熟悉张量下标表示法和掌握张量的基本运算法则。

本书可用作能源动力、机械、化工、环境工程、力学、水利等专业的工程硕士研究生教材，也可用作在校工科研究生的少学时流体力学课程教材，或供相关专业的教师和科学技术人员参考。对书中各章后的练习题解感兴趣的读者可参阅《高等工程流体力学练习题解》(张鸣远编著，西安交通大学出版社，2008年1月)。

囿于作者学识和经验，书中疏漏和错误之处在所难免，敬请读者指正。

张鸣远

2008年元月于西安交通大学

目　录

第1章　流体力学的基本概念

作为推导流体力学基本方程的理论准备，本章介绍一些重要的流体力学基本概念和定理。首先介绍流体力学采用的两种参考系，拉格朗日参考系和欧拉参考系；然后给出物质导数的表达式和雷诺输运定理，它们把拉格朗日参考系内的导数与欧拉参考系内的导数联系起来；在导出应变率张量和应力张量的基础上，推导牛顿流体的本构方程，并给出非牛顿流体——幂律流体和宾汉流体的本构方程。还介绍了涡量与有旋运动的概念。

1.1　拉格朗日参考系和欧拉参考系

研究流体的宏观运动有两种不同的途径，一是把流体看作由无限多的运动分子所组成，认为宏观现象起源于分子运动，利用力学定律和概率论预测流体的宏观性质，并建立宏观物理量满足的方程，这就是统计的方法。当研究对象的宏观尺寸远大于流体分子的平均自由程时，则可以把流体看作连续介质，而忽略分子的存在，认为流体由无穷多的流体质点连续无间隙地组成，流体质点的宏观物理量，如密度、速度、压强和温度等满足相关的物理定律，如动量、质量和能量守恒定律等；这就是连续介质方法。流体力学采用连续介质假说作为它的基础和出发点，此时所研究的最小物质实体是流体质点，流体质点的几何尺寸与各别流体分子间的距离相比充分大，流体质点中包含着大量的流体分子，因此流体的宏观物理量可以看作是对流体分子的相应微观量的统计平均，具有确定的数值；而与流场中研究对象的宏观尺寸相比，流体质点的几何尺寸又充分小，可以看作只占据空间的一个点。在流体力学中讨论的流体速度、压强、温度和密度等，实际上是指流体质点的速度、压强、温度和密度。

流体力学中采用两种不同的参考系描写流体质点的运动，即拉格朗日参考系和欧拉参考系。在拉格朗日参考系中，给出各个流体质点的空间位置随时间的变化，而把相应的物理量表示为流体质点和时间的函数。为了区分不同的流体质点，设在初始时刻 t_0 某一流体质点位于 $\boldsymbol{r}_0(x_0, y_0, z_0)$，约定用$(x_0, y_0, z_0)$作为该流体质点的标志，于是流体质点在 t 时刻的位置矢量可表示为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{r}_0, t) \tag{1.1a}$$

或者

$$x = x(x_0, y_0, z_0, t), \quad y = y(x_0, y_0, z_0, t), \quad z = z(x_0, y_0, z_0, t) \tag{1.1b}$$

这里用(x_0, y_0, z_0)来区分不同的流体质点，而用 t 来确定流体质点的不同空间位置。与流体质点相关的物理量则表示为

$$p = p(\boldsymbol{r}_0, t), \quad \rho = \rho(\boldsymbol{r}_0, t), \quad T = T(\boldsymbol{r}_0, t)$$

等等。在以上表达式中，如果固定(x_0, y_0, z_0)，而让时间 t 改变，则得到某一确定流体质点的空间位置及其相关物理量随时间的变化规律；如果固定时间 t，而让(x_0, y_0, z_0)变化，则得到同一时刻不同流体质点的空间位置及其相关物理量。称(x_0, y_0, z_0)为拉格朗日坐标。

与拉格朗日参考系不同，在欧拉参考系中着眼点不是流体质点，而是空间点 $\boldsymbol{r}(x, y, z)$，把流体的运动表示为空间点和时间的函数。在欧拉参考系中采用速度矢量

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t) \tag{1.2a}$$

或者

$$u = u(x, y, z, t), \quad v = v(x, y, z, t), \quad w = w(x, y, z, t) \tag{1.2b}$$

来表示流体的运动，相关的物理量则表示为

$$p = p(\boldsymbol{r}, t) \quad \rho = \rho(\boldsymbol{r}, t), \quad T = T(\boldsymbol{r}, t)$$

等等。在以上表达式中如果固定 $\boldsymbol{r}(x, y, z)$，而让时间 t 改变，就得到某一空间点上的流体速度及相关物理量随时间的变化规律；如果固定时间 t，而让 $\boldsymbol{r}(z, y, z)$ 变化，则得到同一时刻流体速度及相关物理量在空间的分布规律。作为连续介质，流体所在区域的空间点在任一时刻总会被一个流体质点所占据，因此该时刻该空间点上的速度和物理量就是此时刻占据这一空间点的流体质点的速度和物理量；下一时刻，占据空间点的流体质点改变了，空间点的速度和物理量也就发生了变化。称 $\boldsymbol{r}(z, y, z)$ 为欧拉坐标。

在欧拉参考系中，空间坐标 x, y, z 和时间 t 是相互独立的变量。而在拉格朗日参考系中，x, y, z 和 t 不是相互独立的，此时 x, y, z 表示流体质点的空间位置，在流动过程中，流体质点的空间位置随时间而变化，因此 x, y, z 是时间 t 的函数。

下边讨论流体的运动学变量和相关物理量在两种参考系之间的相互转换。式(1.1a)和(1.1b)给出了拉格朗日参考系中流体质点的运动规律，即流体质点(x_0, y_0, z_0)在时刻 t 的空间位置，于是流体质点的运动速度为

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}_0, t) = \left(\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t}\right)_{\boldsymbol{r}_0}$$

上式右侧偏导数的下标“$\boldsymbol{r}_0$”表示求导时保持 $\boldsymbol{r}_0$ 不变，即求导是针对某一确定流体

质点的。求式(1.1a)的反函数，

$$\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{r}_0(\boldsymbol{r},t) \tag{1.3}$$

将上式代入以拉格朗日坐标表示的速度表达式，

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}[\boldsymbol{r}_0(\boldsymbol{r},t),t] = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)$$

即得到速度在欧拉参考系中的表达式。一般来讲，利用式(1.3)可以把拉格朗日参考系中的量转换为以欧拉坐标来表示。

已知式(1.2a)，即已知欧拉参考系中的速度矢量表示式，

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)$$

如将 $\boldsymbol{r}(x,y,z)$ 看作是某一运动流体质点的空间坐标，则上式又可表示为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = u(x,y,z,t), \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = v(x,y,z,t), \quad \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = w(x,y,z,t) \tag{1.4a}$$

或写为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t) \tag{1.4b}$$

积分上式得

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(c_1, c_2, c_3, t)$$

式中 c_1，c_2，c_3 是积分常数，可由 $t=t_0$ 时 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0$ 的初始条件来确定，

$$c_1 = c_1(\boldsymbol{r}_0), \quad c_2 = c_2(\boldsymbol{r}_0), \quad c_3 = c_3(\boldsymbol{r}_0)$$

于是最终得到

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}[c_1(\boldsymbol{r}_0), c_2(\boldsymbol{r}_0), c_3(\boldsymbol{r}_0), t] = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{r}_0,t)$$

上式即式(1.1a)，它是流体质点(x_0,y_0,z_0)的运动轨迹方程，当 $\boldsymbol{r}_0$ 确定而 t 变化时该方程描绘出空间的一条轨迹曲线；(x_0,y_0,z_0)取不同的值，则上式表示不同流体质点的轨迹。一般来讲，利用式(1.1a)可以把欧拉参考系中的量转换为以拉格朗日坐标来表示。

采用欧拉参考系常常比采用拉格朗日参考系优越，因为采用欧拉参考系时，速度、密度、压强和温度等均是空间位置和时间的函数，即速度场、密度场、压强场和温度场等，于是可以广泛利用已经研究得很多的场论和矢量、张量分析的知识，使理论研究具有强有力的数学工具。而采用拉格朗日参考系时，各相关物理量的定义区域不是场，因为它们不是空间坐标的函数，而是质点(x_0,y_0,z_0)的函数，于是就无上述便利。另外在解决工程实际问题时常常没有必要知道各个流体质点的运动历史，通常只要知道了空间点上的速度、压强和温度分布等就可使问题得到解决，因此欧拉参考系在流体力学中得到广泛应用。当然也不应忽视拉格朗日参考系，在某些情形下，应用拉格朗日参考系则更为方便，比如在气固两相流动的数值计算中，常常需要应用拉格朗日坐标分析固体颗粒的运动轨迹。

例 1 拉格朗日坐标(x_0,y_0,z_0)表示的流体运动规律为

$$x = x_0 e^{-2t}, \quad y = y_0(1+t)^2, \quad z = z_0 e^{2t}(1+t)^{-2}$$

(1) 求以欧拉坐标表示的速度场;(2) 试确定流动是否为定常流动;(3) 求加速度。

解:(1) 求速度场,

$$u=\frac{\partial x}{\partial t}=-2x_0 e^{-2t}$$

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=2y_0(1+t)$$

$$w=\frac{\partial z}{\partial t}=2z_0 e^{2t}[(1+t)^{-2}-(1+t)^{-3}]=\frac{2z_0 e^{2t}(1+t)^{-2}t}{1+t}$$

由已知条件 $x_0=xe^{2t}, y_0=y(1+t)^{-2}$, $z_0=ze^{-2t}(1+t)^2$,代入上述方程即得以欧拉坐标表示的速度场为

$$u=-2x, \quad v=2y(1+t)^{-1}, \ w=2zt(1+t)^{-1}$$

(2) 速度的欧拉表达式中包含时间变量 t,因此是非定常流动。

(3) 利用以拉格朗日坐标表示的速度求加速度,

$$a_x=\frac{\partial u}{\partial t}=4x_0 e^{-2t}=4x$$

$$a_y=\frac{\partial v}{\partial t}=2y_0=\frac{2y}{(1+t)^2}$$

$$a_z=\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{2z_0 e^{2t}}{(1+t)^3}+\frac{4z_0 e^{2t}t}{(1+t)^3}-\frac{6z_0 e^{2t}t}{(1+t)^4}=\frac{2z_0 e^{2t}(1+2t^2)}{(1+t)^4}=\frac{2z(1+2t^2)}{(1+t)^2}$$

□

1.2 迹线、流线和脉线

1. 迹线

迹线是流体质点在空间运动过程中描绘出来的曲线,即轨迹。当给定欧拉参考系中的速度时,迹线可通过式(1.4a)计算,

$$\frac{dx}{dt}=u(x,y,z,t), \quad \frac{dy}{dt}=v(x,y,z,t), \quad \frac{dz}{dt}=w(x,y,z,t)$$

在以上方程中 t 是自变量,x、y 和 z 是流体质点的空间坐标,它们都是 t 的函数。积分上述方程,并利用初始条件 $t=t_0$ 时 $x=x_0, y=y_0$, $z=z_0$,可得到迹线方程

$$x = x(x_0,y_0,z_0,t), \quad y = y(x_0,y_0,z_0,t), \quad z = z(x_0,y_0,z_0,t)$$

或者

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{r}_0,t)$$

一个流体质点的速度矢量总是和该质点的迹线相切，因此迹线也可以定义为始终与同一流体质点的速度矢量相切的曲线。

2. 流线

流线是流场中的一条曲线，曲线上每一点的速度矢量方向和曲线在该点的切线方向相同。对于非定常流动，空间给定点的速度大小和方向都随时间连续变化，因此谈到流线总是指某一给定瞬时的流线。与迹线不同，流线在同一时刻和不同流体质点的速度矢量相切。设 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\mathrm{d}x\boldsymbol{i}+\mathrm{d}y\boldsymbol{j}+\mathrm{d}z\boldsymbol{k}$ 是沿流线的线元，而 $\boldsymbol{u}=u\boldsymbol{i}+v\boldsymbol{j}+w\boldsymbol{k}$ 是线元所在点的速度矢量，根据流线定义，$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{u}$ 相互平行，于是有

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{u}=0$$

即

$$\frac{\mathrm{d}x}{u(x,y,z,t)}=\frac{\mathrm{d}y}{v(x,y,z,t)}=\frac{\mathrm{d}z}{w(x,y,z,t)} \tag{1.5}$$

由于这里是讨论某一给定瞬时的流线，上式中的 t 在积分过程中可当作常数看待。式(1.5)包含两个常微分方程，分别积分后可得到两个空间曲面的方程，两个曲面的交线即为要求解的流线。

3. 脉线

流体力学实验中经常采用所谓流场显示技术来直观地显现流场结构，比如可从某一固定点连续地向液体流场中注入与液体密度相近的染色液，该染色液形成纤细的色线，称染色线；在气体情形下则可注入烟气，形成烟线。染色线、烟线也称脉线。脉线可定义为将相继经过流场中同一空间点的流体质点在某瞬时顺序连接起来而得到的一条曲线。

如流场中染色液或示踪烟气的注入点是 $\boldsymbol{r}_*(x_*,y_*,z_*)$，积分式(1.4a)，并利用初始条件 $t=\tau$ 时，$x=x_*$，$y=y_*$，$z=z_*$，得

$$x=x(x_*,\ y_*,\ z_*,\ t,\ \tau),\quad y=x(x_*,\ y_*,\ z_*,\ t,\ \tau),$$
$$z=z(x_*,\ y_*,\ z_*,\ t,\ \tau)$$

或者

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(\boldsymbol{r}_*,\ t,\ \tau) \tag{1.6}$$

上式的物理意义可用图 1.1 来说明：如果固定 τ，而让 t 在 $t\geqslant\tau$ 的范围内变化时，式子给出了 τ 时刻通过点 $\boldsymbol{r}_*(x_*,\ y_*,\ z_*)$ 的流体质点的迹线，如图中虚线所示，不同的虚线代表在不同的时刻 τ 经过 $\boldsymbol{r}_*(x_*,\ y_*,\ z_*)$ 点的流体质点的各别迹线；如果固定 t，而让 τ 取 $-\infty\leqslant\tau\leqslant t$ 范围内的所有值，式子就给出了 t 瞬时前经由 $\boldsymbol{r}_*(x_*,\ y_*,\ z_*)$ 点进入流场的流体质点在 t 时刻的不同空间位置，它们的顺序连线即脉线，如图中实线所示。可见式 (1.6) 就是欲求的脉线方程，式中 τ 的取值范

围为$-\infty \leqslant \tau \leqslant t$,$t$ 是参变量,t 取不同的值就得到不同时刻的脉线。

在非定常流动中迹线、流线和脉线一般说来是不相重合的,在定常流动中三种曲线合而为一。

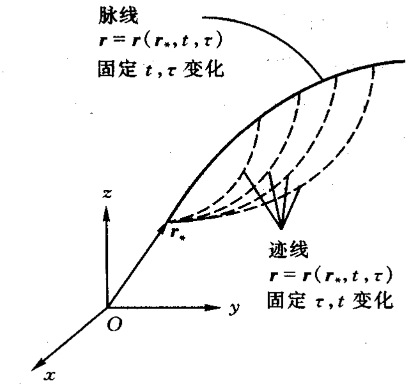
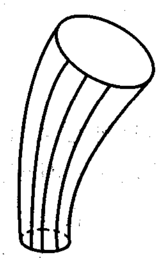


图 1.1 脉线和迹线

4. 流管

由流线出发可定义流管。如图 1.2 所示,在流场内作一非流线且不自相交的封闭曲线,在某一瞬时过该曲线上每一点的流线构成一个管状表面,称流管。若流管的横截面无限小,则称流管元。由于流管侧表面由流线组成,所以流体不能穿越流管侧表面流进流出,而只能从流管一端流入,而从另一端流出。



(a)

图 1.2 流管

例 2 已知平面流动速度场 $u=x(1+2t)$,$v=y$,$w=0$,(1) 求 $t=0$ 时刻通过(1,1)点的流体质点的迹线;(2) 求 $t=0$ 时刻通过(1,1)点的流线;(3) 求 $t=0$ 时刻通过(1,1)点的脉线。

解:(1)迹线微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=x(1+2t),\quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=y$$

积分上两式得

$$x=C_1\mathrm{e}^{t(1+t)},\quad y=C_2\mathrm{e}^{t}$$

由条件 $t=0$ 时 $x=y=1$,可解出 $C_1=C_2=1$,于是

$$x=\mathrm{e}^{t(1+t)},\quad y=\mathrm{e}^{t}$$

从上两式中消去 t 得

$$x=y^{1+\ln y}$$

上式即所求迹线在 $z=c$(常数)平面内的方程。

(2)流线微分方程为

$$\frac{dx}{x(1+2t)}=\frac{dy}{y}$$

视 t 为常数，积分上式

$$x=Cy^{1+2t}$$

由初始条件 $t=0$ 时，$x=y=1$，可解出 $C=1$，于是

$$x=y^{1+2t}$$

由上式可以看出通过(1,1)点的流线随时间 t 不同而不同，令 $t=0$ 则有

$$x=y \tag{b}$$

(3) 脉线的微分方程及其通解与迹线的微分方程及其通解相同，

$$x=C_3e^{t(1+t)},\quad y=C_4e^t$$

初始条件为 $t=\tau$ 时，$x=y=1$，可解出 $C_3=e^{-\tau(1+\tau)}$，$C_4=e^{-\tau}$，代入上两式，得

$$x=e^{t(1+t)-\tau(1+\tau)},\quad y=e^{t-\tau}$$

上两式即通过(1,1)点的脉线方程，式中 $-\infty\leqslant\tau\leqslant t$。显然在不同时刻 t，脉线形状也不同。令 $t=0$，则有

$$x=e^{-\tau(1+\tau)},\quad y=e^{-\tau}$$

消去 τ 得

$$x=y^{1-\ln y} \tag{c}$$

式(a)、(b)和(c)分别在图1.3中示出，由于运动是非定常的，三条曲线形状各异，不相重合。

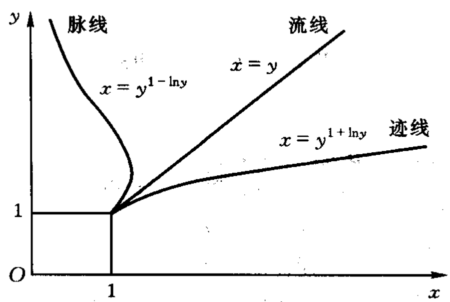


图1.3 非定常流动的迹线、流线和脉线

□

1.3 物质导数

在拉格朗日参考系中流体质点的位置矢量为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(\boldsymbol{r}_0,t)$，流体质点的速度和加速度可分别用上述矢量对时间的一阶和二阶偏导数来表示，即