五年制专科层次小学教师培养教科书

# 数学

## 第2册

SHUXUE

湖南省教育厅组织编写

（试用）

湖南科学技术出版社

五年制专科层次小学教师培养教科书

# 数学

## 第2册

SHUXUE

湖南省教育厅组织编写

（试用）

湖南科学技术出版社

**图书在版编目（CIP）数据**

数学. 第2册／詹小平主编．—长沙：湖南科学技术出版社，2008
五年制专科层次小学教师培养教科书
ISBN 978-7-5357-5180-5

Ⅰ. 数… Ⅱ. 詹… Ⅲ. 数学－小学教师－师资培养－教材 Ⅳ. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 015740 号

五年制专科层次小学教师培养教科书
**数 学**（试用）第 2 册

主　　编：詹小平
策划组稿：黄一九　刘堤地　贾平静
责任编辑：贾平静
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市湘雅路 276 号
http://www.hnstp.com
邮购联系：本社直销科　0731－4375808
印　　刷：长沙瑞和印务有限公司
（印装质量问题请直接与本厂联系）
厂　　址：长沙市井湾路 4 号
邮　　编：410004
出版日期：2008 年 2 月第 1 版第 1 次
开　　本：700mm×1000mm　1/16
印　　张：12.375
字　　数：216000
书　　号：ISBN 978－7－5357－5180－5
定　　价：19.00 元

※　※　※　※　※

本书主编　詹小平

副 主 编　卓志红

编写人员　卓志红　唐剑雄　吴雄健　李晓渊

郑　果

# 序
# PREFACE

进入新世纪，随着我国社会主义市场经济体制的确立和科学技术进步日新月异，整个社会对优质教育资源日益增长的需求以及教育自身的改革与发展不断深入，对教师队伍建设提出了更新、更高的要求。按照教育部“教师教育要有计划、有步骤、多渠道地纳入高等教育体系”的部署，各地积极推进三级师范向二级师范的过渡，有力地提升了小学教师培养的学历层次。但是，经过几年的实践，我们发现，虽然小学教师培养的层次提升了，形式过渡了，但由于培养内容和模式没有进行相应的调整和改革，因此，培养的质量和效益没有得到相应的提高，有的地方甚至在下降。同时，一个不能否认的事实是，目前小学教师队伍的年龄结构、学科结构、学历结构、知识结构、教育观念、教学方法、创新意识和创新能力还不能适应教育现代化的发展要求，小学教师队伍年龄老化现象比较严重，农村小学音乐、美术、综合课教师短缺，信息技术和英语教师严重不足，受过高等教育的小学教师的比例仍然很小，这些都严重地妨碍了基础教育持续、健康和均衡发展。

2005 年 3 月，根据湖南省委、湖南省人民政府关于加强农村中小学师资队伍建设的决定和部署，湖南省教育厅针对当前农村小学教师年龄老化和教师教育中生源质量下降，师范专业教育弱化，教育实习环节不落实等突出问题，成立专题调研组，深入师范院校和市（州）、县（市、区）教育部门及中小学校，就中小学教师培养情况开展调研，撰写了专题调研报告。当时，我在湖南省人民政府担任副省长，主持全省的教育工作时认真审读了这个调研报告，对此报告给予充分的肯定并就中小学教师培养工作提出了一系列建议与意见。在此基础上，湖南省人民政府办公厅批转了湖南省教育厅《关于进一步加强中小学教师培养工作的意见》（以下简称《意见》），决定采取有力措施进一步完善教师教育体系结构，规范教师教育办学秩序，加强教师教育宏观规划与管理，同时还决定在全省实施农村小学教师定向培养专项计划，以此为突破口吸引优秀初中毕业生报考教师教育专业，改革师范生培养模式，

强化实践教学环节，全面加强小学教师培养工作。教育部对湖南省这项工作给予高度评价，并于2005年12月专门发简报向全国推介。

根据《意见》的要求，湖南省教育厅开始实施农村小学教师定向培养专项计划，为全省农村乡镇以下小学定向培养五年制专科层次小学教师。2006年和2007年两年共招生录取优秀初中毕业生3102名。这批学生分别与其所在县政府签订了协议书，承诺毕业后回协议所在县（市、区）乡村小学服务5年以上，对此，社会各界反响非常好。2007年《中共湖南省委、湖南省人民政府关于建设教育强省的决定》计划"十一五"期间以这样的方式为农村培养1万名小学教师。

接下来，将这些学生培养成什么样的小学教师，以及如何来培养的问题摆到了我们的面前。基于以下几个方面的考虑，我们决定按"全科型"模式培养这批学生，即使他们成为"适应基础教育改革、发展和全面实施素质教育的需要，能够承担小学各门课程的教学任务，基本具备从事小学教育、教研和管理的能力，具有一定的专业发展潜力，德、智、体、美等全面发展的专科学历"的小学教师。这是因为：

第一，小学生具有整体认知世界和生性活泼的心理特点，要求教师具有良好的知识结构和综合能力，具有能歌善舞、能写会画的艺术素质，对儿童富有爱心、同情心、恒心和耐心。第二，传统的中等师范学校培养的小学教师知识面较宽，音乐、美术、体育、"三笔字"、普通话等基本功扎实，教学技能突出，动手能力较强，能很快胜任小学各学科教学，基本属于全科型小学教师类型。第三，实践证明，按学科专业教育与教师专业教育相分离的模式进行分科培养的小学教师，不能很好地适应小学教育。第四，西方发达国家普遍认为小学教师是一种综合性职业，应通过一体化的训练使师范生成为符合现行小学教育要求的合格教师，能够胜任小学阶段国家统一课程所有学科的教学。第五，目前我国农村地区地域辽阔，地形复杂，教学点量多面广且规模很小，有的地方甚至是一人一校，在现行的教师编制标准的前提下，客观上要求每个教师必须能够胜任各科教学，有时还要求能够"包班"。第六，由2～3个教师教授一个班的小班化教学是我国基础教育与国际接轨的必然趋势，这有利于增强教师的责任感，增加教师与学生交流、沟通的机会，从而全方位地了解学生，并给予学生更多的关心、关注和鼓励。

构建科学、合理的课程体系是实现"全科型"小学教师培养目标的关键。为此，我们成立了"湖南省小学教师教育教材建设委员会"，分三个步骤进行

课程开发：一是制订颁发《湖南省五年制专科层次小学教师培养课程方案(试行)》，将课程体系分为必修、选修两大块，其中必修部分分文化、教学技能、课程教学理论、教育实践四大模块。该课程体系的最大特点是降低了文化类课程所占比重（53.2%），提高了教育理论和实践类课程比重（24.7%），并根据农村小学教育的需要设置英语、音乐、美术、体育、计算机必选课，鼓励学生发展个性和特长。二是按严格程序研制学科教学大纲。先采取招标（邀标）的方式，从专业、职称、教师教育资历、科研成果等方面，确定参与编写教学大纲的人员，然后组织教师教育专家、教师教育第一线教师、学科专家、优秀小学教师等各方面人员组成评审组，对教学大纲进行初审、终审和最后鉴定，直到合格为止。三是在对培养目的、意义、步骤、内容选择及编排、使用等方面进行论证的基础上，组织编写五年制专科层次小学教师培养的整套教材。

教材是课程的重要载体，是实现课程目标的根本保障。由湖南省教育厅组织编写的这套教材是湖南省教师教育研究群体集体智慧的结晶，具有以下三个方面的显著特点。

一、科学性。每本教材都在研制教学大纲的基础上编写，由学科专家组最后审定，既注重学科知识内在体系的完整性，又吸收学科最新研究成果。整套教材反映了当今世界教师教育的发展趋势，力求加强学科之间的相互渗透和知识整合，形成功能互补、相互协调的知识体系。

二、针对性。充分考虑培养对象的初中学历起点、可塑性强及专业发展方向等因素，将文化基础课定位在与专科学历相适应的水准，开足英语、音乐、美术、体育、舞蹈等课程，增加教育类课程，强化教育实践，力求满足我国基础教育课程改革对小学教育发展和农村小学教师的新要求。

三、实用性。借鉴传统中等师范教材、现行师范专科教材及国外小学教师培养教材的成功经验，在内容选择上力求使学生“知识博、基础实、适应广”，具有宽泛、扎实的理科、文科、艺术、信息技术、教育学、心理学、教育法律和法规等方面的知识，在内容编排上，注重由浅入深、循序渐进，符合学生的身心特点和认知规律，力求使师生易教易学。比如英语、音乐、美术、体育、计算机等课程，除基础课外，还增加了选修课，内容更多，难度更大，要求更高，目的在于发展学生的个性和特长。

基础教育的基础在小学。一个人可能不接受高等教育，但不能不读小学，否则他（她）就是文盲，就无法生存和立足于当今社会。因此，小学教育的

重要性无论怎么强调都不过分。我分管教育多年，十分关注教师队伍尤其是小学教师队伍建设，深切感受到在经济发展水平和教育硬件相对薄弱的背景下，加强教师队伍建设是促进教育事业发展的根本依靠。由于目前专科层次小学教师培养教材的使用处于无序状态，编写这套培养“全科型”小学教师的教材，既是小学教师队伍建设的重要内容，也是一项开创性的工作，可以在小学教师培养史上浓墨重彩地写上一笔。坦率地说，这也是我经历过的最有意义的工作之一。

由于时间短、任务重，这套“全科型”小学教师培养教材可能还有不尽如人意之处。建议先试用，然后，组织力量对教材的使用情况进行广泛调研，在征求教师、学生意见和建议的基础上，对教材进行修订，努力使教材更完善，以不断适应基础教育改革与发展对小学教师培养的要求。

恰逢今天是我国第23个教师节，让我以激动的心情向广大教师与教育工作者致以节日的问候，并向教育界和全社会推荐湖南省教育厅组织编写的这套“全科型”小学教师培养教材。

是为序。

许云昭

2007年9月10日

# 目 录

# CONTENTS

**第四章　三角函数** ……………………………………………… (1)
引言 ……………………………………………………… (1)
4.1　角的概念的推广 …………………………………………… (1)
4.1.1　角的概念的推广 ………………………………………… (1)
4.1.2　终边相同的角 …………………………………………… (2)
4.2　弧度制 ……………………………………………………… (6)
4.2.1　弧度制的概念 …………………………………………… (6)
4.2.2　弧度制与角度制的换算 ………………………………… (7)
4.2.3　弧度制下的弧长公式 …………………………………… (10)
4.3　任意角的三角函数 ………………………………………… (12)
4.3.1　任意角三角函数的定义 ………………………………… (12)
4.3.2　终边与坐标轴重合的特殊角$(0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2})$的三角函数值 ……… (15)
4.3.3　三角函数值在各象限的符号 …………………………… (17)
4.3.4　终边相同的角的三角函数 ……………………………… (18)
4.4　同角三角函数的基本关系式 ……………………………… (20)
4.5　诱导公式 …………………………………………………… (25)
4.5.1　$-\alpha$与$\alpha$的三角函数间的关系 ……………………………… (25)
4.5.2　$360°-\alpha$与$\alpha$的三角函数间的关系 …………………………… (26)
4.5.3　$180°\pm\alpha$与$\alpha$的三角函数间的关系 ………………………… (27)
阅读材料　一个小数点与一场大悲剧 ………………………… (30)
4.6　两角和与差的三角函数 …………………………………… (31)
4.7　二倍角的正弦、余弦和正切 ……………………………… (40)
阅读材料　三角学发展史简介 ………………………………… (47)
4.8　正弦函数、余弦函数的图象和性质 ……………………… (48)
4.8.1　正弦函数的图象和性质 ………………………………… (48)

4.8.2 余弦函数的图象和性质……(51)
4.9 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象……(59)
4.9.1 $y=A\sin x(A>0,A\neq 1)$ 的图象……(59)
4.9.2 $y=\sin\omega x(\omega>0,\omega\neq 1)$ 的图象……(60)
4.9.3 $y=\sin(x+\varphi)$ 的图象……(61)
4.9.4 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 的图象……(63)
4.10 正切函数、余切函数的图象和性质……(67)
4.11 已知三角函数值求角……(72)
小结与复习……(79)
复习题四……(82)
第五章 数列……(85)
引言……(85)
5.1 数列……(85)
5.1.1 数列的定义……(85)
5.1.2 数列的通项公式和递推公式……(87)
5.1.3 数列的分类……(89)
阅读材料 斐波那契数列……(91)
5.2 等差数列……(92)
5.2.1 等差数列的定义……(92)
5.2.2 等差数列的通项公式……(93)
5.2.3 等差中项……(94)
5.3 等差数列的前 $n$ 项和……(97)
5.4 等比数列……(101)
5.4.1 等比数列的定义……(101)
5.4.2 等比数列的通项公式……(102)
5.4.3 等比中项……(105)
5.5 等比数列的前 $n$ 项和……(107)
阅读材料 级数趣题……(111)
5.6 数学归纳法……(112)
5.6.1 数学归纳法的定义……(112)
5.6.2 数学归纳法的应用举例……(114)
阅读材料 不完全归纳法与完全归纳法……(118)
小结与复习……(120)

复习题五……(122)
**第六章 平面向量**……(125)
引言……(125)
6.1 平面向量及其加减运算……(125)
6.1.1 平面向量的概念……(125)
6.1.2 平面向量的加法与减法……(126)
阅读材料 向量简史……(130)
6.2 向量数乘运算……(131)
6.2.1 实数与向量的积……(131)
6.2.2 向量的共线……(131)
6.2.3 平面向量的基本定理……(133)
6.3 平面向量的坐标运算……(135)
6.3.1 平面向量的坐标表示……(135)
6.3.2 平面向量的坐标运算……(135)
6.3.3 向量平行的坐标表示……(136)
6.4 线段的定比分点……(138)
6.4.1 定比分点的概念……(138)
6.4.2 定比分点的坐标公式……(138)
6.5 平面向量的数量积……(141)
6.5.1 向量的夹角……(141)
6.5.2 向量的数量积……(141)
6.5.3 向量数量积的坐标表示……(142)
6.6 正弦定理和余弦定理……(143)
6.6.1 正弦定理……(143)
6.6.2 余弦定理……(145)
6.6.3 解三角形应用举例……(146)
阅读材料 $n$维向量……(148)
小结与复习……(149)
复习题六……(151)
**第七章 数集与复数**……(153)
引言……(153)
7.1 复数的概念……(153)
7.1.1 虚数单位……(153)

7.1.2 复数的概念 ……(154)
7.1.3 复数的几何和向量表示 ……(156)
7.2 复数的四则运算 ……(159)
7.2.1 复数的加法和减法 ……(159)
7.2.2 复数的加减法的几何意义 ……(160)
7.2.3 复数的乘法 ……(161)
7.2.4 复数的除法 ……(162)
7.2.5 解实系数一元二次方程 ……(164)
7.3 复数的三角形式及其运算 ……(166)
7.3.1 复数的三角形式 ……(166)
7.3.2 复数的三角形式的运算 ……(168)
7.4 数系的扩充 ……(172)
7.4.1 数的发展简史 ……(172)
7.4.2 自然数集 ……(173)
7.4.3 整数集 ……(174)
7.4.4 有理数集和无理数集 ……(175)
7.4.5 实数集 ……(177)
7.4.6 复数集 ……(177)
阅读材料 数学危机 ……(179)
小结与复习 ……(182)
复习题七 ……(184)
后记 ……(186)

# 第四章　三角函数

## 引　言

在运动着的物质世界里，存在着许多周期性的现象．例如，一年四季，春夏秋冬，周而复始；清晨时东边日出，黄昏时夕阳西下；还有我国杭州附近的钱塘江潮汐，等等，都是自然界发生的一种周期性现象．

在科学技术和人们的日常生活生产中，也经常要研究周期性运动．例如，转动的轮子上某点的运动，弹簧的简谐振动，交流电的电压、电流随时间变化的规律，等等．这类周期性的运动，可以借助数学工具来描述．三角函数就是描述周期性运动的数学模型，因此被广泛应用．

在这一章里，我们将借助直角坐标系将角的概念进行推广，运用数形结合的思想方法，学习一些基本的三角关系式和三角式的变形，并在此基础上研究三角函数的图象和性质．

## 4.1　角的概念的推广

### 4.1.1　角的概念的推广

我们知道，角可以看作是一条射线绕着它的端点在平面内旋转而成的．如图 4－1，射线 $OA$ 绕着端点 $O$ 旋转到另一位置 $OB$，就形成角 $\alpha$．旋转开始时的射线 $OA$ 叫做角 $\alpha$ 的始边，旋转终止时的射线 $OB$ 叫做角 $\alpha$ 的终边，射线的端点 $O$ 叫做角 $\alpha$ 的顶点．

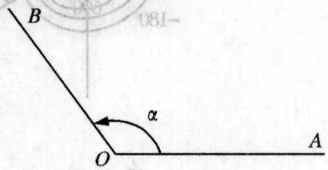


图 4－1

在初中阶段，我们研究过 0°到 360°的角．但是，在日常生活和生产实际中，还会经常遇到大于 360°的角或其他的角．例如，在体育竞技的体操中，就有“空中转体 1080°”（即旋转 3 周）、“李小鹏跳”（踺子后手翻转体 180°接直体前空翻转体 900°）等这样的动作名称，转体方向还可以“向前”，也可以“向后”．

射线绕端点旋转可以有两种不同的方向，为了区别按不同方向旋转所成的角，我们规定，射线按逆时针方向旋转形成的角叫做**正角**，按顺时针方向旋转形成的角叫做**负角**，没有任何旋转仍留在开始的位置，我们称它形成了一个**零角**. 零角的始边与终边重合，若 $\alpha$ 是零角，记作 $\alpha=0^\circ$.

如图 4－2，以 $OA$ 为始边的正角 $\alpha=210^\circ$，负角 $\beta=-150^\circ$，$\gamma=-690^\circ$.

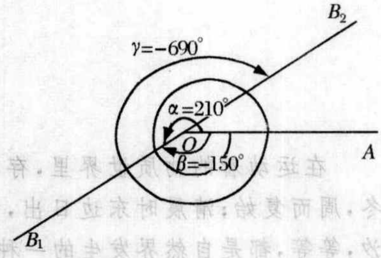

图 4－2

这样，我们把角的概念推广到了任意大小的角，包括正角、负角和零角.

为了研究方便，我们常常在直角坐标系中讨论角，为此，选择角的顶点为坐标原点，角的始边与 $x$ 轴的非负半轴重合. 角的终边(端点除外)落在第几象限，就把这个角叫做**第几象限的角**. 当角的终边落在坐标轴上时，这个角不属于任何象限，把它叫做坐标轴上的角或轴线角.

例如，图 4－3 中的角 $135^\circ$ 和 $-225^\circ$ 是第二象限角，角 $690^\circ$ 和 $-30^\circ$ 是第四象限角，角 $-180^\circ$ 是轴线角，图 4－4 中的角 $220^\circ$、$580^\circ$、$-140^\circ$ 是第三象限角.

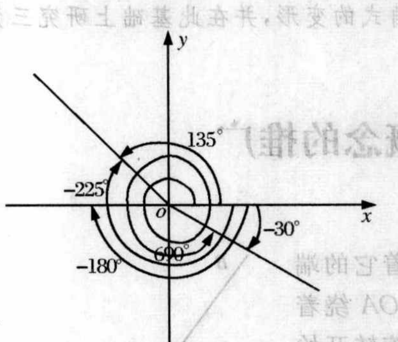

图 4－3

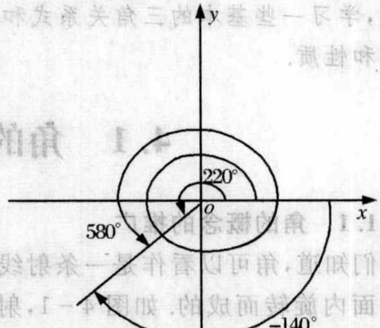

图 4－4

### 4.1.2 终边相同的角

从图 4－4 可以看出，角 $220^\circ$、$580^\circ$、$-140^\circ$ 的终边相同，它们都可以表示成角 $220^\circ$ 与 $k$ 个($k\in\mathbf{Z}$)周角的和，即

$$220^\circ=220^\circ+0\times360^\circ \quad (k=0),$$

$$580^\circ=220^\circ+1\times360^\circ \quad (k=1),$$

$$-140^\circ=220^\circ+(-1)\times360^\circ \quad (k=-1).$$

除此之外，与 $220^\circ$ 角有相同终边的角还有许多，所有与 $220^\circ$ 角有相同终边的角，连同 $220^\circ$ 角在内，都可以表示为：

$$220^\circ+k\cdot 360^\circ \quad k\in\mathbf{Z}.$$

一般地，**所有与角 $\alpha$ 终边相同的角有无数多个，连同角 $\alpha$ 在内，构成一个集合**

$$\boxed{S=\{\beta\mid\beta=\alpha+k\cdot 360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}} \tag{4-1}$$

**即任一与角 $\alpha$ 终边相同的角，都可以表示成角 $\alpha$ 与整数个周角的和.**

**注意**：终边相同的角不一定相等，但相等的角，终边一定相同，终边相同的角有无数多个，它们相差 $360^\circ$ 的整数倍.

利用终边相同的角的一般形式可以求出符合某些条件的角，并可以判断它是第几象限的角.

**【例 1】** 在 $0^\circ\sim360^\circ$ 范围内，找出与下列各角终边相同的角，并判定它们是第几象限的角.

(1) $-265^\circ$；　(2) $1000^\circ$；　(3) $-645^\circ30'$；　(4) $-2070^\circ$.

**解**：(1)因为 $-265^\circ=95^\circ-360^\circ$，

所以与 $-265^\circ$ 角终边相同的角是 $95^\circ$，它是第二象限角；

(2)因为 $1000^\circ=280^\circ+2\times360^\circ$，

所以与 $1000^\circ$ 角终边相同的角是 $280^\circ$，它是第四象限角；

(3)因为 $-645^\circ30'=74^\circ30'-2\times360^\circ$，

所以与 $-645^\circ30'$ 角终边相同的角是 $74^\circ30'$，它是第一象限角.

(4)因为 $-2070^\circ=90^\circ-6\times360^\circ$，

所以与 $-2070^\circ$ 角终边相同的角是 $90^\circ$，它的终边与 $y$ 轴的非负半轴重合，不属于任何象限，是轴线角.

**【例 2】** 写出与下列各角终边相同的角的集合 $S$，并把 $S$ 中适合不等式 $-360^\circ\leqslant\beta<720^\circ$ 的元素写出来：

(1) $45^\circ$；　(2) $-60^\circ$；　(3) $-1190^\circ18'$.

**解**：(1) $S=\{\beta\mid\beta=45^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$，

$S$ 中适合 $-360^\circ\leqslant\beta<720^\circ$ 的元素是：

$$45^\circ-1\times360^\circ=-315^\circ,$$
$$45^\circ+0\times360^\circ=45^\circ,$$
$$45^\circ+1\times360^\circ=405^\circ;$$

(2) $S=\{\beta\mid\beta=-60^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$，

$S$ 中适合 $-360^\circ\leqslant\beta<720^\circ$ 的元素是：

$$-60°+0\times360°=-60°,$$
$$-60°+1\times360°=300°,$$
$$-60°+2\times360°=660°;$$

(3)$S=\{\beta|\beta=-1190°18'+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$,

$S$中适合$-360°\leqslant\beta<720°$的元素是:

$$-1190°18'+3\times360°=-110°18',$$
$$-1190°18'+4\times360°=249°42',$$
$$-1190°18'+5\times360°=609°42'.$$

**注意**:与任意角$\alpha$终边相同的角的集合,其表示方法不是唯一的.如例2(3)中的集合$S$,还可以写成

$$S=\{\beta|\beta=249°42'+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\},$$

等等.

**【例3】** 写出终边在$x$轴上的角的集合(用0°到360°的角表示).

**解**:在0°~360°间,终边在$x$轴上的角有两个,即0°和180°的角,所有与0°的角终边相同的角构成集合

$$S_1=\{\alpha|\alpha=0°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\alpha|\alpha=2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\};$$

而所有与180°的角终边相同的角构成集合

$$S_2=\{\alpha|\alpha=180°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\alpha|\alpha=(2k+1)\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\};$$

于是,终边在$x$轴上的角的集合

$$S=S_1\cup S_2=$$
$$\{\alpha\mid\alpha=2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha\mid\alpha=(2k+1)\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}=$$
$$\{\alpha\mid\alpha=180°\text{的偶数倍}\}\cup\{\alpha\mid\alpha=180°\text{的奇数倍}\}=$$
$$\{\alpha\mid\alpha=180°\text{的整数倍}\}=\{\alpha\mid\alpha=n\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}.$$

**思考**:终边在$y$轴上的角的集合怎样表示?

**【例4】** 已知$\alpha$是第二象限角,求$2\alpha,\dfrac{\alpha}{2}$所在的象限.

分析:要确定$2\alpha,\dfrac{\alpha}{2}$的终边所在的象限,首先需要确定这两个角的范围,故需从$\alpha$的范围确定$2\alpha,\dfrac{\alpha}{2}$的范围入手.

**解**:(1)因为$\alpha$在第二象限,

所以$90°+k\cdot360°<\alpha<180°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$,

则 $180°+k\cdot720°+<2\alpha<360°+k\cdot720°,k\in\mathbf{Z}$,

故当$\alpha$在第二象限时,$2\alpha$可能在第三、四象限或$y$轴非正半轴上;

(2)因为 $45^\circ+k\cdot180^\circ<\frac{\alpha}{2}<90^\circ+k\cdot180^\circ, k\in\mathbf{Z}$,

所以当 $k=2n$ 时,$45^\circ+n\cdot360^\circ<\frac{\alpha}{2}<90^\circ+n\cdot360^\circ$,$\frac{\alpha}{2}$是第一象限角;

当 $k=2n+1$ 时,$225^\circ+n\cdot360^\circ<\frac{\alpha}{2}<270^\circ+n\cdot360^\circ$,$\frac{\alpha}{2}$是第三象限角;

故当 $\alpha$ 在第二象限时,$\frac{\alpha}{2}$可能在第一象限,也可能在第三象限.

**思考:**在例 4 中,如果 $\alpha$ 是第一、三、四象限角时,那么 $2\alpha$,$\frac{\alpha}{2}$是哪些象限的角?

**练　习**

1. 判断下列命题的真假:

(1)小于 $90^\circ$ 的角是锐角;　(2)第二象限角一定是钝角;

(3)锐角一定是第一象限角;　(4)负角也可能是第一象限角;

(5)终边相同的角一定相等.

2. 填空:

(1)时钟自 12 点整开始,经过 1 小时后,时针与分针所成的最小正角是______,经过 1 小时 30 分钟后,时针与分针所成的最小正角是______;

(2)在 $0^\circ\sim360^\circ$ 之间,与 $1500^\circ$ 角终边相同的角是______,它是第____象限的角;

(3)与 $-600^\circ$ 的角终边相同的角的集合是______,它们中最小的正角是______,最大的负角是______.

**习　题　4.1**

1. 选择题:

(1)已知 $\alpha$ 是锐角,那么 $2\alpha$ 是　(　　)

(A)第一象限角;　(B)第二象限角;

(C)小于 $180^\circ$ 的正角;　(D)不大于直角的正角.

(2)已知 $\alpha$ 是钝角,那么$\frac{\alpha}{2}$是　(　　)

(A)第一象限角;　(B)第二象限角;