



高职高专“十一五”规划教材

GAOZHI GAOZHUAN SHIYIWU GUIHUA JIAOCAI

(数学立体化系列教材)

应用数学基础训练教程

(五年制) 上册

阎章杭 阎杰生 任树华 主编

YINGYONG SHUXUE JICHU XUNLIAN JIAOCHENG



化学工业出版社

高职高专“十一五”规划教材

(数学立体化系列教材)

应用数学基础训练教程

(五年制)

上册

阎章杭 阎杰生 任树华 主编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书是立体化教材《应用数学基础》(五年制)上册(第二版)的配套教材,同时该教材又有较强的独立性。该书的内容有集合与逻辑关系、函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、平面向量、复数、空间图形、直线与二次曲线、极坐标与参数方程、数列、排列与组合内容的解题方法总结、习题解答及解题训练等。

该书针对当前高职高专学生普遍存在的课程难学、规律难寻、习题难做等方面的问题,对主教材的内容进行全面、系统、科学的辅导。该书每一章的辅导内容均有四个模块,即:本章内容小结及学习建议、常见问题分类与解法、典型习题解答与提示、自我测验(备选习题),另外本书后面还精选了部分往届期终试卷以供学生学习参考。

编者还将该书与主教材的主体内容合并制作了该套教材的电子教案,并免费赠送师生授课及实训使用,另外还建有专门网站:数学规划教材网(www.shuxue999.net),提供如教材分析、教学建议、辅导答疑等相应网上服务。

本书可作为高职高专院校,成人高校、本科院校开办的二级院校五年制各专业的学生学习的配套教材,也可作为以初中为起点的中专、中职学校各专业的学生学习高中数学知识的配套教材。

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础训练教程. 五年制. 上册/阎章杭, 阎杰生, 任树华主编. —北京: 化学工业出版社, 2008. 3
高职高专“十一五”规划教材
ISBN 978-7-122-02285-1

I. 高… II. ①阎…②阎…③任… III. 应用数学-高等学校: 技术学院-习题 IV. O29-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 030403 号

责任编辑: 高 钰
责任校对: 凌亚男

装帧设计: 韩 飞

出版发行: 化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印 刷: 北京市振南印刷有限责任公司

装 订: 三河市宇新装订厂

787mm×1092mm 1/16 印张 12 字数 298 千字 2008 年 6 月北京第 1 版第 1 次印刷

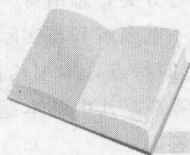
购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 19.00 元

版权所有 违者必究



前言

当前,我国高职高专教育成为社会关注的热点,面临大好的发展机遇。同时,国家的经济、科技和社会发展也对高职高专教育人才的培养提出了更高要求。而大学数学是高职高专院校各专业必修的一门重要的基础课,它对培养、提高学生的思维素质、创新能力、科学精神以及用数学解决实际问题的能力都有着非常重要的作用。为了进一步推动全国大学数学课程的改革及相应的教材建设,使其更加适应当前形势发展的需要,开封大学、河南大学、石家庄铁路职业技术学院、吉林交通职业技术学院、包头职业技术学院、黄河水利职业技术学院、北京工业职业技术学院、天津渤海职业技术学院、徐州建筑职业技术学院、漯河职业技术学院、南阳理工学院、三门峡职业技术学院、石家庄职业技术学院、商丘职业技术学院、无锡职业技术学院、漳州职业技术学院、雅安职业技术学院、邵阳职业技术学院等院校的优秀教师和专家,先后经过长达八年的通力合作,于近几年联合编写并成功出版了《高等数学与工程数学》(第二版)、《高等数学与经济数学》(第二版)、《应用数学基础》(五年制)(上、下册)、《高等数学》(少学时)、《高等应用数学》(少学时)等多套规划教材,为了使教材更上一个层次,教材编审委员会还于近两年投入相当大的人力、财力、物力使该系列教材完善成立体化教材,由于教材很有自身特色,多年来,所编教材深受全国几十所使用该教材院校的欢迎,其中教材《高等数学与工程数学》(第二版)已被教育部列为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

《应用数学基础》(五年制)(第二版)教材是在第一版教材的基础上,对原教材进行认真整理和修订的,并将其完善成立体化教材,从而确保了新教材的质量和自身特色。

在该套教材的编写中,我们以教育部关于五年制高职教育数学教学大纲为重要的依据来组织教学内容,并广泛吸取同类教材的长处,力争使教材更具有科学性和实用性。

本套教材共设三篇,第一篇:初等数学;第二篇:一元函数微积分;第三篇:专业数学。

本书是《应用数学基础》(五年制)(上册)(第二版)的配套教材,同时本书又有较强独立性,该书每章的内容均有四个模块,即:本章内容小结及学习建议、常见问题分类与解法、典型习题解答与提示、自我测验(备选习题)。另外书后附有往届试卷精选。

本教材针对当前五年制高职学生普遍存在的数学基础差、课程难学、规律难寻、习题难做等问题,对主教材的每一章,从学习内容、学习方法到习题解答都进行了全面、系统的科学的辅导,特别注意培养学生自学能力和运用数学知识解决实际问题的能力。本书内容为主教材的习题课提供了充足的资料和素材,大大方便了教师的备课及学生的学习。

为了使教材更上一个层次,编者还将该套书完善成立体化教材,即将该书的主体内容与主教材合并制作了该套教材的电子教案,并免费赠送师生授课及实训使用。另外还建有专门的网站:数学规划教材网(www.shuxue999.net),提供如教材分析、教学建议、典型教案、辅导答疑等相应的网上服务。

为了便于阅读,本书在章节顺序和内容叙述、解题方法、符号标志等方面都与主教材保持一致,每一章编排结构如下。

(1) 本章内容小结: 首先对该章内容进行归纳提炼, 必要时列表给出, 帮助读者了解该章的概貌, 然后指出重点、难点, 使读者心中有数, 把握学习的主动权。另外, 针对初学者容易出现的问题, 提出学习的建议和注意事项, 提高学习效果。

(2) 常见问题分类与解法: 根据每一章常见问题进行分类, 总结每一类习题常用的解题方法和解题技巧, 并通过典型例题给出示范、分析、归纳。提倡一题多解和与实际应用相结合。

(3) 典型习题解答与提示: 考虑到五年制高职学生的特点, 本书给出了《应用数学基础》上册(第二版)各章节练习题、复习题的答案、提示或详细解答, 其中基本题(约占总练习的1/3)仅给出答案, 对难度较大的题或提高题则给出提示或详细解答。

(4) 自我测验(备选习题): 考虑到不同的学生类别、不同的专业对习题的要求不一样, 因而又附加了一部分习题, 以供选择。此部分习题仅给出答案, 而不做详细解答。

本书由阎章杭总策划、负责组织实施。副主编有白水周、辛自力、安岩。

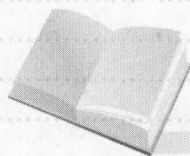
参加本书编审人员的编审情况是(按章节顺序排名)白水周、程传蕊(第一、二章); 路世英、任树华、张振山(第三、四章); 锁要红、李艳(第五、十章); 辛自立、阎杰生(第六、七章); 牛普选、刘永建(第八、九章); 阎章杭、张建平(第十一、十二章)。

郭海濂、李国风编写了本书的自我测验(备选习题)及自我测验(备选习题)参考答案, 并参加了对习题解答内容的审稿。王刚参与了往届试卷的编写。

在本书的编写过程中, 曾得到有关院校的院校级领导、系部领导和有关专家的大力支持和帮助, 杜跃鹏老师积极参与了利用 Mathematica 软件进行数学实验以及数学动画库的制作, 郭海濂、王刚、余平洋、张媛媛、王红飞、赵科等教师积极参与了该套书的电子教案的编写以及相应的网站建设等工作。河南大学的教授、专家阎育华、王国胜曾对本书的应用数学部分进行了认真地审核, 并提出了许多宝贵的意见, 在此一并表示衷心的感谢! 由于我们水平有限, 不足之处恳请广大读者批评指出。

数学立体化系列规划教材编审委员会

2008年1月



目 录

第一篇 初等数学

第一章 集合、不等式、简易逻辑	3
-----------------------	---

第一节 本章内容小结及学习建议	3
第二节 常见问题分类与解法	3
第三节 典型习题解答与提示	6
第四节 自我测验 (备选习题)	10

第二章 幂函数、指数函数、对数函数	12
-------------------------	----

第一节 本章内容小结及学习建议	12
第二节 常见问题分类与解法	12
第三节 典型习题解答与提示	16
第四节 自我测验 (备选习题)	22

第三章 任意角的三角函数	25
--------------------	----

第一节 本章内容小结及学习建议	25
第二节 常见问题分类与解法	27
第三节 典型习题解答与提示	32
第四节 自我测验 (备选习题)	38

第四章 加法定理及其推论	40
--------------------	----

第一节 本章内容小结及学习建议	40
第二节 常见问题分类与解法	41
第三节 典型习题解答与提示	48
第四节 自我测验 (备选习题)	55

第五章 反三角函数与简单的三角方程 58

第一节	本章内容小结及学习建议	58
第二节	常见问题分类与解法	59
第三节	典型习题解答与提示	68
第四节	自我测验 (备选习题)	73

第六章 平面向量和复数 75

第一节	本章内容小结及学习建议	75
第二节	常见问题分类与解法	76
第三节	典型习题解答与提示	83
第四节	自我测验 (备选习题)	90

第七章 空间图形 92

第一节	本章内容小结及学习建议	92
第二节	常见问题分类与解法	93
第三节	典型习题解答与提示	102
第四节	自我测验 (备选习题)	109

第八章 直线 111

第一节	本章内容小结及学习建议	111
第二节	常见问题分类与解法	112
第三节	典型习题解答与提示	113
第四节	自我测验 (备选习题)	118

第九章 二次曲线 120

第一节	本章内容小结及学习建议	120
第二节	常见问题分类与解法	120
第三节	典型习题解答与提示	123
第四节	自我测验 (备选习题)	127

第十章 极坐标和参数方程 129

第一节	本章内容小结及学习建议	129
第二节	常见问题分类与解法	130

第三节	典型习题解答与提示	137
第四节	自我测验 (备选习题)	143

第十一章 数列与数学归纳法 145

第一节	本章内容小结及学习建议	145
第二节	常见问题分类与解法	146
第三节	典型习题解答与提示	148
第四节	自我测验 (备选习题)	154

第十二章 排列、组合与二项式定理 156

第一节	本章内容小结及学习建议	156
第二节	常见问题分类与解法	157
第三节	典型习题解答与提示	159
第四节	自我测验 (备选习题)	164

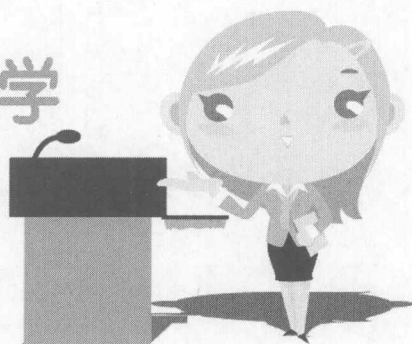
附录一 自我测验 (备选习题) 参考答案 167

附录二 往届学期期终考试试卷选 175

附录三 往届学期期终考试试卷参考解答 179

参考文献 182

第一篇 初等数学



第一章 集合、不等式、简易逻辑

第一节 本章内容小结及学习建议



一、本章主要内容

- (1) 集合的概念，集合之间的关系及其运算；区间的几种形式及其表示方法.
- (2) 不等式的性质，一元二次不等式、分式不等式、绝对值不等式的求解方法.
- (3) 命题及命题的联结词，命题的四种形式；充要条件的概念.

二、本章重点、难点

集合间的关系，不等式的性质，命题的相互关系是重点；集合间的运算，求解不等式是难点.

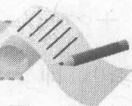
三、对学习的建议

- (1) 要注意元素与集合的关系是从属关系，集合与集合间的关系是包含被包含的关系；相等关系；子集与真子集意义不同； 0 、 $\{0\}$ 、 $\emptyset$ 三者的含意不同.
- (2) 要正确理解集合的并与交定义中“或”与“且”两个字的含义.
- (3) $x^2 > a^2$ ($a > 0$) 的解不是 $x > \pm a$ ，而是 $x > a$ 或 $x < -a$ ； $x^2 < a^2$ ($a > 0$) 的解不是 $x < \pm a$ ，而是 $-a < x < a$.
- (4) 要注意命题都是陈述句，正确理解命题的四种形式间的真值关系.
- (5) 要注意有些条件是充分条件但不是必要条件，而有些条件是必要条件但不是充分条件.

四、本章关键词

集合 不等式 命题

第二节 常见问题分类与解法



本章主要介绍了集合、不等式及简易逻辑三部分内容，其常见问题类型及解答方法如下.

一、集合与集合、元素与集合间的关系判断

这类问题解答的前提是：首先理解集合与集合，元素与集合间的各种关系的含义，即明确元素与集合间的关系是“属于”与“不属于”的从属关系，而集合与集合间的关系是“包含”与“相等”的关系；其次理解各种符号的含义，恰当地运用符号。

例1 用适当的符号($\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 、 $=$)表示下列各组中的关系。

(1) 2 _____ $\{x|2x-4=0\}$; (2) $\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{Z}$;

(3) $\{-1, 3\}$ _____ $\{x|x^2-2x-3=0\}$;

(4) $\{x|1\leq x\leq 3\}$ _____ $\{x|-1\leq x\leq 4\}$.

解 (1) 该组中“2”是元素， $\{x|2x-4=0\}$ 表示一集合，那么二者间只可能是“属于”与“不属于”的关系。显然， $2\times 2-4=0$ ，即2是属于集合 $\{x|2x-4=0\}$ 的，故填属于符号“ $\in$ ”；

(2) $\sqrt{2}$ 为一元素， $\mathbf{Z}$ 为整数集；又因为 $\sqrt{2}$ 不是整数，故 $\sqrt{2}\notin\mathbf{Z}$ ，即填不属于符号“ $\notin$ ”；

(3) 该组左、右两边皆为集合。左边集合中的元素有两个：-1, 3；右边集合 $\{x|x^2-2x-3=0\}$ 中的元素通过求解方程 $x^2-2x-3=0$ 可看出，也是-1, 3两个元素。故二者相等，填等号“ $=$ ”；

(4) 该组仍为两个集合间的关系。在数轴上，通过二者表示的数集范围可看出， $\{x|1\leq x\leq 3\}\subseteq\{x|-1\leq x\leq 4\}$ ，即填包含于符号“ $\subseteq$ ”。

二、集合间的运算

集合间的运算主要有“交”、“并”、“差”、“补”四种，要理解每种运算的规定，使用恰当的符号表示运算类型，同时注意集合的元素，列举时不要遗漏、不要重复、不分次序。

例2 设 $\Omega=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ， $A=\{1, 3, 5, 7\}$ ， $B=\{3, 4, 5\}$ 。试写出集合：
(1) $A\cup B$ ；(2) $A\cap B$ ；(3) $\complement_{\Omega}A\cap B$ ；(4) $\complement_{\Omega}(A\cup B)$ 。

解 (1) $A\cup B=\{1, 3, 5, 7\}\cup\{3, 4, 5\}=\{1, 3, 4, 5, 7\}$ ；

(2) $A\cap B=\{1, 3, 5, 7\}\cap\{3, 4, 5\}=\{3, 5\}$ ；

(3) $\complement_{\Omega}A\cap B=\complement_{\Omega}\{1, 3, 5, 7\}\cap\{3, 4, 5\}=\{2, 4, 6, 8, 9\}\cap\{3, 4, 5\}=\{4\}$ ；

(4) $\complement_{\Omega}(A\cup B)=\complement_{\Omega}\{1, 3, 4, 5, 7\}=\{2, 6, 8, 9\}$ 。

三、区间的表示

理解区间作为一种数集的表达形式，要用正确的符号表示所给区间。

例3 试将下列数集用区间表示。

(1) $\{x|2x-1>0\}$;

(2) $\{x|2-x\geq 0\}$;

(3) $\{x||x-2|<1\}$;

(4) $\{x|x-3\geq 0\}$ 。

解 (1) 该数集中的数 x 满足： $2x-1>0$ ，即 $x>\frac{1}{2}$ ，故原数集等价于 $\left\{x\left|x>\frac{1}{2}\right.\right\}$ ，用区间表示即为 $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ ；

(2) 由于 $2-x\geq 0$ ，即 $x\leq 2$ ，故原数集等价于 $\{x|x\leq 2\}$ ，用区间表示为： $(-\infty, 2]$ ；

(3) 由于 $|x-2|<1$ ，于是 $-1<x-2<1$ ，故 $1<x<3$ ，即原数集等价于数集 $\{x|1<x<3\}$ ，用区间表示为 $(1, 3)$ ；

(4) 由于 $x-3\geq 0$ ，即 $x\geq 3$ ，故原数集等价于 $\{x|x\geq 3\}$ ，用区间可表示为 $[3, +\infty)$ 。

四、一元二次不等式的求解

一元二次不等式的求解通常有两种方法.

法一: 化为一元一次不等式组求解.

对于不等式 $ax^2+bx+c>0$, ($a>0$), 因式分解可化为 $(a_1x+b_1)(a_2x+b_2)>0$, 它同解于下列不等式组:

$$\begin{cases} a_1x+b_1>0 \\ a_2x+b_2>0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} a_1x+b_1<0 \\ a_2x+b_2<0 \end{cases}$$

求上述两不等式组的并集得原不等式的解集. 不等式 $ax^2+bx+c<0$, ($a>0$) 的求解方法类同.

法二: 常采用数轴标根法.

下面讨论 $a>0$ 时, $ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0$ 的解法.

将不等式的左端分解为两个一次因式的乘积, 将每一个一次因式的根由小到大地标在数轴上, 根据 a 的符号, 画出一元二次不等式的二次曲线示意草图. 则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集就是曲线在 x 轴上方部分对应的区间, 不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集就是曲线在 x 轴下方部分对应的区间.

例 4 求不等式 $x^2-x-12>0$ 的解.

解 法一: 将不等式左边因式分解, 可得 $(x-4)(x+3)>0$, 因此原不等式同解于下列不等式组

$$\begin{cases} x-4>0 \\ x+3>0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x-4<0 \\ x+3<0 \end{cases}$$

前一个不等式组的解集为 $x>4$; 后一个不等式组的解集为 $x<-3$. 因此原不等式的解集应当是 $\{x|x>4\}$ 与 $\{x|x<-3\}$ 并集, 即是 $x>4$ 或 $x<-3$, 也即是 $\{x|x>4 \text{ 或 } x<-3\}$.

法二: 原不等式可化为 $(x-4)(x+3)>0$, 所以 $x=4$, $x=-3$ 为方程 $(x-4)(x+3)=0$ 的两个根, 将其依次标在坐标轴上, 如图 1-1 所示, x 轴上方区间为 $(-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$, 也即是原不等式 $x^2-x-12>0$ 的解集: $\{x|x>4, \text{ 或 } x<-3\}$.

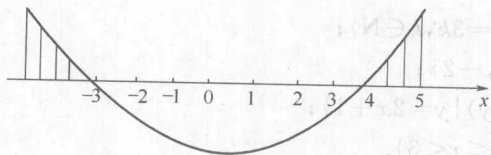


图 1-1 数轴标根法示意

五、分式不等式的求解

分式不等式的求解主要依据“同号相除商大于零, 异号相除商小于零”原则, 把分式不等式化为不等式组求解.

*** 例 5** 求解不等式 $\frac{x^2-1}{x^2-x-6}>0$.

解 由不等式得: (I) $\begin{cases} x^2-1>0 \\ x^2-x-6>0 \end{cases}$ 或 (II) $\begin{cases} x^2-1<0 \\ x^2-x-6<0 \end{cases}$

求解 (I), 得 $x<-2$ 或 $x>3$;

求解 (II), 得 $-1 < x < 1$.

于是原不等式的解集为: $\{x | x < -2, \text{ 或 } -1 < x < 1, \text{ 或 } x > 3\}$.

六、绝对值不等式的求解

绝对值不等式主要依据绝对值及不等式的性质求解, 需掌握如下性质:

$$(1) |x| < a (a > 0) \Leftrightarrow -a < x < a;$$

$$(2) |x| > a (a > 0) \Leftrightarrow x > a \text{ 或 } x < -a;$$

$$(3) |ab| = |a||b|; \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0).$$

例 6 求解不等式.

$$(1) |4-3x| < 5;$$

$$(2) |2x-5| \geq 3.$$

解 (1) 原不等式可化为: $-5 < 4-3x < 5$,

两边同减去 4, 得 $-9 < -3x < 1$,

两边同除以 -3 , 得 $-\frac{1}{3} < x < 3$;

(2) 原不等式可化为:

$$(I) 2x-5 \geq 3 \text{ 或 } (II) 2x-5 \leq -3.$$

解 (I) 得 $x \geq 4$; 解 (II) 得 $x \leq 1$.

所以, 原不等式的解集为: $\{x | x \leq 1, \text{ 或 } x \geq 4\}$.

第三节 典型习题解答与提示

习题 1-1

$$1. (1) \text{ 列举法: } \{3, 5, 7, 9, 11, 13\};$$

$$(2) \text{ 描述法: } \{x | x = 3k, k \in \mathbf{N}\};$$

$$(3) \text{ 列举法: } \{-3, -2\};$$

$$(4) \text{ 描述法: } \{(x, y) | y = 2x + 1\};$$

$$(5) \text{ 描述法: } \{x | 1 < x < 3\}.$$

$$2. (1) -2 \notin \mathbf{N}, 2 \in \mathbf{N}, 0 \notin \mathbf{N}^*, \sqrt{3} \notin \mathbf{Q}, \sqrt{3} \in \mathbf{R}, -\frac{3}{2} \in \mathbf{Q};$$

$$(2) a \in \{a\}, \emptyset \subseteq \{0\}, \{a\} \subseteq \{a, b\}, \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}, a \notin \{b, c, d\};$$

$$(3) \{2, 3\} = \{3, 2\}, \{a\} = \{a\}, \{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}.$$

3. 略.

4. (1) 因任意元素 $a_1 \in B$, 必有 $a_1 \in A$; 又存在元素 $a_2 \in A$, 如 $a_2 = 10$, 但 $a_2 \notin B$, 所以 A 包含 B , 且 B 是 A 的真子集, 即 $A \supsetneq B$;

(2) 同上讨论, $A \supsetneq B$.

$$5. (1) A \cap B \subset A, A \cap B = B \cap A, A \cup B \supset A, A \cap B \subset A \cup B;$$

$$(2) \complement_A(A \cap B) = \complement_A A \cup \complement_A B = \complement_A A, \complement_A(A \cup B) = \complement_A A \cap \complement_A B = \complement_A B, A \cap \complement_A B = \emptyset;$$

$$(3) A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}, A \cap B = \{2, 4\}.$$

6. 如图 1-2 所示, 因 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 所以, $A \cap B = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, $A \cup B = \{x | -1 \leq x \leq 5\}$. 它们分别在数轴上表示如图 1-2 所示:

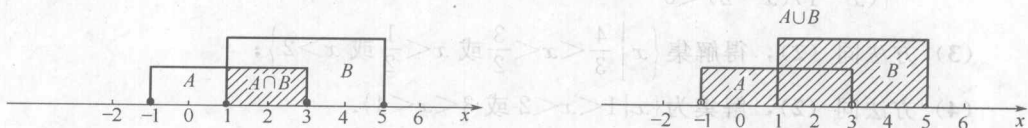


图 1-2 题 6 示意

7. (1) $A \cup B$ 表示该校全体师生的集合;

- (2) $A \cap C$ 表示该校全体男学生的集合;

- (3) $C \cup D$ 表示该校全体学生的集合.

8. 因 $\Omega = \{\text{小于 10 的正整数}\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$, 所以 $\complement_{\Omega} A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $\complement_{\Omega} B = \{1, 2, 3, 8, 9\}$, $A \cup \complement_{\Omega} B = \{1, 2, 3, 8, 9\}$, $\complement_{\Omega} A \cap B = \{4, 5, 6, 7\}$.

9. 令 A 表示订日报的住户集合, B 表示订晚报的住户集合, 则 $A \cap B$ 表示两报都订的住户集合, $A \cup B$ 表示至少订一种报的住户集合.

由已知, A 、 B 、 $A \cap B$ 的元素个数分别为 136、57、32, 故 $A \cup B$ 的元素个数为 $136 + 57 - 32 = 161$, 即该居民区中至少订一种报纸的住户数为 161 户.

10. (1) $[-1, 5)$; (2) $[0, +\infty)$; (3) $(-\infty, 1)$.

习题 1-2

1. (1) 错. 因为 $c < 0$ 时, 有 $ac < bc$;

- (2) 错. 当 $c = 0$ 时, $ac^2 = bc^2$;

- (3) 错. 如 $a = 1$, $b = -2$, $c = 2$, $d = -3$, 尽管 $a > b$, $c > d$, 但是 $ac < bd$;

- (4) 错. 如 $a = 3$, $b = 2$, $c = -2$, $d = 1$, 尽管 $a > b$, $c < d$, $c, d \neq 0$, 但是 $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$;

- (5) 对. 因为 $\left. \begin{array}{l} a > b \Rightarrow a - b > 0 \\ c < d \Rightarrow d - c > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow (a - b) + (d - c) > 0 \Rightarrow a + c > b + d$.

2. 函数 $y = 3x^2 - 5x - 2$ 的图像如图 1-3 所示:

- (1) 由函数 $y = 3x^2 - 5x - 2$ 的图像知, 方程 $3x^2 - 5x - 2 = 0$ 的解集为 $\left\{-\frac{1}{3}, 2\right\}$;

- (2) 不等式 $3x^2 - 5x - 2 > 0$ 的解集为 $\left\{x \mid x < -\frac{1}{3} \text{ 或 } x > 2\right\}$;

- (3) 不等式 $3x^2 - 5x - 2 < 0$ 的解集为 $\left\{x \mid -\frac{1}{3} < x < 2\right\}$.

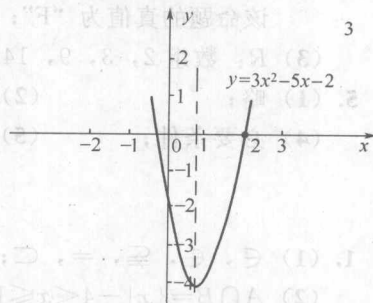
3. (1) $\{x | 2 < x < 6\}$;

- (2) $\{x | 1 < x < 2\}$;

- (3) $\{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 5\}$; (4) $\left\{x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 5\right\}$.

- * 4. (1) $\{x | 2 < x < 3 \text{ 或 } 4 < x < 6\}$;

- (2) 原不等式可化为 $\frac{2x-3}{(x-1)(x-2)} > 0$,

图 1-3 $y = 3x^2 - 5x - 2$ 图像

于是有 $\begin{cases} 2x-3>0 \\ (x-1)(x-2)>0 \end{cases}$

或 $\begin{cases} 2x-3<0 \\ (x-1)(x-2)<0 \end{cases}$, 求得得原不等式的解集为 $\{x \mid x>2 \text{ 或 } 1<x<\frac{3}{2}\}$;

(3) 方法同 (2), 得解集 $\{x \mid \frac{4}{3}<x<\frac{3}{2} \text{ 或 } x<\frac{1}{2} \text{ 或 } x>2\}$;

(4) 方法同 (2), 解集为 $\{x \mid 1<x<2 \text{ 或 } 3<x<4\}$.

* 第 4 题还可利用列表法求解.

5. (1) $\{x \mid -3<x<7\}$;

(2) $\{x \mid x\leq 1 \text{ 或 } x\geq 2\}$;

(3) 原不等式等价于: $x^2-3x-1>3$ 或 $x^2-3x-1<-3$, 求得得解集为 $\{x \mid x<-1 \text{ 或 } x>4 \text{ 或 } 1<x<2\}$;

(4) 原不等式同解于不等式组 $\begin{cases} |3x+4|>1, \text{ (I)} \\ |3x+4|\leq 6, \text{ (II)} \end{cases}$, 解 (I) 得其解集为

$\{x \mid x>-1 \text{ 或 } x<-\frac{5}{3}\}$, 解 (II) 得其解集为 $\{x \mid -\frac{10}{3}\leq x\leq \frac{2}{3}\}$, 所以原不等

式的解集为 $\{x \mid -\frac{10}{3}\leq x<-\frac{5}{3} \text{ 或 } -1<x\leq \frac{2}{3}\}$.

习题 1-3

1. (1) F, T, F, T;

(2) T, T, T, T.

2. (1) 略;

(2) 略;

(3) 逆命题: 可被 5 整除的整数, 末位是 0;

否命题: 末位不是 0 的整数, 就不能被 5 整除;

逆否命题: 不能被 5 整除的整数, 末位一定不是 0.

(4) 逆命题: 菱形的四条边相等;

否命题: 四条边不等的四边形不是菱形;

逆否命题: 不是菱形的四边形四条边不相等.

* 3. (1) 略;

(2) $P \wedge Q$: 等腰三角形的两边相等且两底角相等; 该命题的真值为“T”;

$P \vee Q$: 等腰三角形的两边相等或两底角相等; 该命题的真值为“T”.

4. (1) 略;

(2) Q: 找不到一个实数 x , 使 $x+5=0$; 或叙述为对任意一个实数 x , 都有 $x+5\neq 0$;

该命题的真值为“F”;

(3) R: 数组 2, 3, 9, 14 中没有能被 3 整除的数; 该命题的真值为“F”.

5. (1) 略;

(2) 略;

(3) 充分条件;

(4) 必要条件;

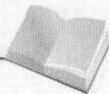
(5) 充要条件.

复习题一

1. (1) $\in, \notin, \varsubsetneq, =, \subset$;

(2) $A \cap B = \{x \mid -4 < x \leq 1 \text{ 或 } 3 \leq x < 4\}$, $A \cup B = \mathbf{R}$;

(3) ① $(0, 2]$; ② $[-1, 3)$; ③ $[-2, 1]$; ④ $(-3, +\infty)$; ⑤ $(-\infty, 6]$;



(4) ① $\left\{x \mid x \leq -\frac{1}{2} \text{ 或 } x \geq 3\right\}$; ② $\emptyset$; ③ $\{x \mid -1 < x < 3\}$; ④ $\{x \mid -2 < x < 2\}$;

(5) ① 存在无实数解的一元二次方程;

② 这批产品中至少有一个合格品.

2. (1) D; (2) A; (3) D; (4) C; (5); C.

3. $A \cap B = \{\text{等腰直角三角形}\}$.

4. (1) $l_1 \parallel l_2$; (2) l_1 与 l_2 相交; (3) l_1 与 l_2 重合.

5. (1) 不等式可化为: $2x^2 - 5x + 2 < 0$, 用因式分解法或图像法可求得其解集为 $\left\{x \mid \frac{1}{2} < x < 2\right\}$;

(2) 原不等式等价于 $-1 < \sqrt{x-2} - 3 < 1$, 于是有, $2 < \sqrt{x-2} < 4$, 解之得解集为 $\{x \mid 6 < x < 18\}$;

* (3) 原不等式可化为 $\begin{cases} 6x^2 - 17x + 12 > 0 \\ x^2 - 5x + 6 > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 6x^2 - 17x + 12 < 0 \\ x^2 - 5x + 6 < 0 \end{cases}$, 解之得解集为 $\left\{x \mid x < \frac{4}{3} \text{ 或 } x > 3 \text{ 或 } \frac{3}{2} < x < 2\right\}$;

* (4) 原不等式可化为 $\begin{cases} x(x-3) > 0 \\ (x+1)(x-2) < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x(x-3) < 0 \\ (x+1)(x-2) > 0 \end{cases}$ 解之得解集为 $\{x \mid -1 < x < 0 \text{ 或 } 2 < x < 3\}$.

6. (1) 逆命题: 到角两边距离相等的点都在角平分线上; 否命题: 角平分线上存在到角两边距离不相等的点; 逆否命题: 到角两边距离不相等的点都不在角平分线上;

(2) 逆命题: 在圆内, 过圆心且平分一条弦所对的弧的直线必是这弦的垂直平分线; 否命题: 在圆内, 弦的垂直平分线不一定过圆心且平分这弦所对的弧; 逆否命题: 在圆内, 过圆心不平分一条弦所对的弧的直线不是这弦的垂直平分线.

7. (1) 二者为“否命题”关系, 二者不等价;

(2) 二者为“逆否命题”关系, 二者等价, 真值相同;

(3) 二者为“逆命题”关系, 二者不等价.

* 8. 设集合 A 表示爱好文艺的学生集合, 元素个数为 20; B 表示爱好体育的学生集合, 元素个数为 25; Ω 表示全班学生的集合, 元素个数为 40.

则, $A \cap B$ 表示既爱好文艺又爱好体育的学生集合, 现设其元素个数为 x , 于是有 $(20+25)-x=40-5$, 故 $x=10$, 即, 既爱好文艺又爱好体育的学生共 10 人.

* 9. (1) 若不等式的解为 $-1 < x < 3$, 那么方程 $ax^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$ ($a > 0$) 有两个

根: $x_1 = -1, x_2 = 3$; 由韦达定理有 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{2a-3}{a} \end{cases}$ ($a > 0$);

于是, $\frac{2a-3}{a} = -3$, 得 $a = \frac{3}{5}$;

(2) 若不等式无解, 则方程 $ax^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$ ($a > 0$) 有惟一解或无解, 于是有 $\Delta = 4a^2 - 4a(2a-3) = 12a - 4a^2 \leq 0$, 因 $a > 0$, 故 $a > 3$.

