金融学前沿系列

QUANTITATIVE FINANCIAL ECONOMICS

Stocks, Bonds & Foreign Exchange

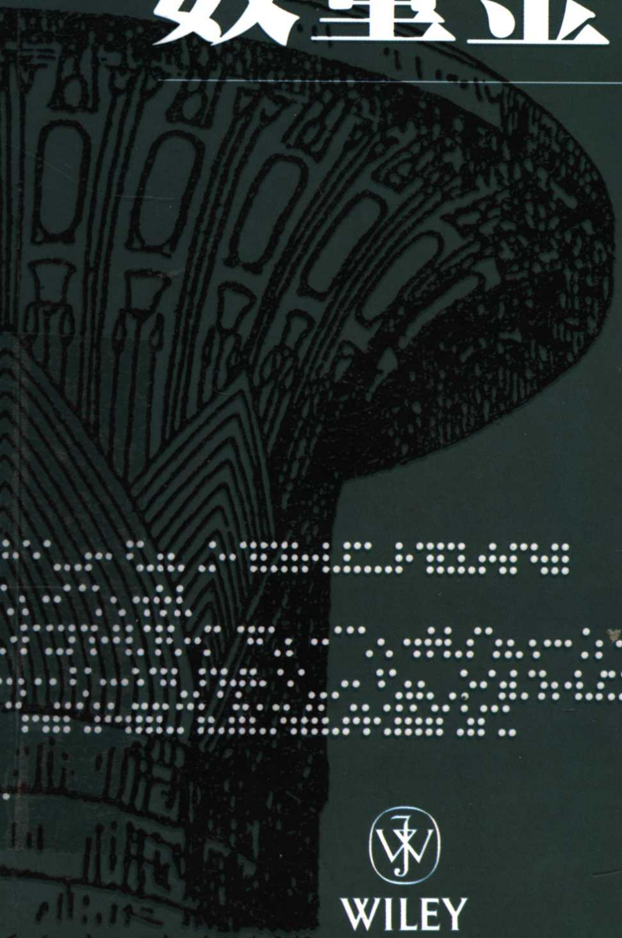
(Second Edition)

数量金融经济学

（第二版）

[英] Keith Cuthbertson
Dirk Nitzsche 著

朱 波 译



WILEY

西南财经大学出版社

F830/201
2008

金融学前沿系列

QUANTITATIVE FINANCIAL ECONOMICS

Stocks, Bonds & Foreign Exchange (Second Edition)

数量金融经济学

（第二版）

[英] Keith Cuthbertson
Dirk Nitzsche 著
朱 波 译

WILEY
西南财经大学出版社

Quantitative Financial Economics: Stocks, Bonds and Foreign Exchange. Second Edition /Keith Cuthbertson and Dirk Nitzsche.
All Rights Reserved. Authorised translation from the English language edition published by John Wiley & Sons, Ltd.

图书在版编目(CIP)数据

数量金融经济学/(英)Cuthbertson, K.;(英)Nitzsche, D. 著;朱波译.
—2版.—成都:西南财经大学出版社,2008.4
ISBN 978-7-81088-876-9

Ⅰ.数… Ⅱ.①C…②N…③朱… Ⅲ.金融学 Ⅳ.F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 172008 号

数量金融经济学(第二版)
[英]Keith Cuthberston Dirk Nitzsche 著
朱波 译

责任编辑:李霞湘
封面设计:杨红鹰
责任印制:封俊川

出版发行:	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街55号)
网　　址:	http://www.xcpress.net
电子邮件:	xcpress@mail.sc.cninfo.net
邮政编码:	610074
电　　话:	028-87353785 87352368
印　　刷:	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸:	185mm×260mm
印　　张:	32
字　　数:	680 千字
版　　次:	2008年4月第2版
印　　次:	2008年4月第1次印刷
印　　数:	1—2000册
书　　号:	ISBN 978-7-81088-876-9
定　　价:	69.80元

1. 如有印刷、装订等差错,可向本社营销部调换。
2. 版权所有,翻印必究。
3. 本书封底无本社数码防伪标志,不得销售。

译者序

Keith Cuthbertson 和 Dirk Nitzsche 撰写的《数量金融经济学》(第二版) 对金融经济学的新近发展和实证方法进行了系统全面的介绍。全书不仅对金融经济学概念和思想背后的直觉进行了阐述，还对用数学和统计学方法进行实证的思想进行了叙述，部分领域涉及金融经济学研究的前沿。阅读此书可以使读者很快达到学术前沿，也能为读者在金融衍生工具定价、金融工程和金融风险管理等领域的学习和研究奠定坚实的基础。本书是金融经济学、实证金融学和金融数量分析等课程的标准教科书。

本书内容覆盖了资产定价、投资决策和特殊策略分析的主要理论思想。主要内容包括金融中的基本概念、金融中的统计方法、有效市场假说及检验、资产收益的可预测性、线性因子模型及检验和应用、CCAPM 和 SDF、跨期资产配置理论与实证、期限结构理论与实证、金融异象与行为金融、外汇市场和市场微观结构理论等，内容丰富，难度适中。

本书可以用作金融学专业硕士研究生的数量分析教材，也是金融工程专业和数理金融专业硕士研究生的重要参考书，对金融数量分析感兴趣的高年级本科生和金融从业人员而言，本书也是非常有用的读物。本书也可以用作金融经济学课程的辅助读物。

在翻译过程中，西南财经大学金融学院的研究生李鸿良、陈聪慧、金晨、郭小平和雷海林为本书的文字输入做了大量的工作，在此表示感谢。感谢西南财经大学出版社的方英仁总编，正是在他的组织和协调下，本书才得以顺利出版。感谢本书的责任编辑李霞湘女士所给予的大力支持和帮助。

由于译者学术水平有限，加上时间仓促，本书中错误之处在所难免，敬请读者批评指正。

译者

2008 年 3 月于成都

序言

大量的来访邮件和本书第一版的售罄都表明这是一个 NPV 为正的投资项目，这种状况令人鼓舞。但是，如果不能持久，那么对作者来说仅有现金回报是远远不够的。近年来，我的妻子认为我每小时努力工作的报酬赶不上一个熟练的水管工人（她是对的）。但是，她也得考虑正的外部性和实物期权理论——不管怎样，这是我的反驳观点。尽管我属于风险厌恶型，尽管我的长期净债务具有时变性，我还是无意放弃我的日常工作。

有人邀请你参加晚宴，为你奉上美酒，然后要求你出版书稿的第二版，如果你在这个关键时刻毫不含糊地说"好"，那么你就上当了。原因很明显。这个领域在过去十年中出版的著作可以充满整个"阿尔伯特大厅"，当然电子版的不算。研究结果和第一稿是最棒的，接下来的稿子就要差一些，到最后就只剩下痛苦的煎熬了——简直就是"土拨鼠的日子"。对我而言，写一本书是十分困难的。然而，幸运的是，在本书第二版的写作过程中，我能很好地鼓励我的优秀合作者 Dirk Nitzsche。

对那些购买了本书第一版的读者而言，扫描一下扉页上的内容简介就能发现，第二版 65% 的内容是新增的，所保留的第一版的内容在这一版中也进行了修正。我们希望我们所选择的主题具有连贯性，有趣而又范围宽广。对于非法影印本书第一版的那些朋友而言，我很钦佩你们为海外援助所做的贡献，尽管你们的行为不是自觉行为。但是，对这个尽心修改的版本，我们"希望你们能够付费"。

为谁而作？

本书可以作为金融专业硕士和金融经济学专业硕士的数量分析教材，对博士生而言本书也是非常有用的读物。你所需要的基础知识是本科层次的一些基础金融理论（伴随一些数学基础知识）和现代时间序列计量经济学的相关知识。对金融从业人士而言，如果想知道学术研究是否具有实践价值（答案是"有时有价值"），那么也应该深入阅读一些细节。至少，你能分辨出一个糟糕领袖从象牙塔走向市场能否从容应对挑战。

本书主要内容覆盖了资产定价、投资策略确定（使用离散时间分析）和特殊策略分析的主要理论思想。我们给出了具有说服力的实证结果，尽管这会有所遗漏（我们有时期望有所遗漏）。重点是金融和经济学概念背后的直觉，我们也用数学和统计学方法来对这些思想进行严谨分析。我们的感觉是，这些材料可以使读者进入这些领域的研究前沿。我们也希望本书能鼓励读者在金融衍生工具定价、金融工程和风险管理领域进行探索。

我们希望本书能为你带来愉悦，能使你的财富陡增——谁知道呢，也可能这是你拥有美妙友谊的开始。经过我们过去的努力，事实上我们已经尽了最大努力，到目前为止，我们的目的是为了理解一些东西，而不仅仅是为了出版。本书能否增加社会福利，这个问题只有时间和你才能给出答案。

Keith Cuthbertson
Dirk Nitzsche
2004 年 10 月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

致谢

我们特别感谢CASS商学院的同事们，他们为本书多个主题的实践见解提供了帮助。我们也要感谢帝国理工大学Tanaka商学院的同事们。这两所大学和法国波尔多第四大学、墨西哥国立自治大学、柏林自由大学的硕士和博士生是本书非常优秀的、富有批判性的、非常细心的“试验者”。

我们要特别感谢那些阅读过本书初稿的人士：Mike Artis，Don Bredin，Francis Breedon，Ian Buckley，Alec Chrystal，David Barr，Lara Cathcart，Ales Cerny，Lina El - Jahel，Luis Galindo，Stephen Hall，Richard Harris，Simon Hayes，Stuart Hyde，Turalay Kenc，David Miles，Michael Moore，Kerry Patterson，Mark Salmon，Lucio Sarno，Peter Smith，Mark Taylor，Dylan Thomas 和 Mike Wichens。

奥胡斯大学的Tom Engsted和埃克塞特大学的Richard Harris指出了本书第一版中一些错误，我们希望第二版能对这些错误进行更正。此外，Niall O'Sullivan允许我们在本书第9章共同基金绩效部分中使用他的部分PhD资料，Ales Cerny很早就同意我们使用《金融中的数学技巧》（普林斯顿大学出版社2004年版）一书的书稿。

我们要感谢帝国理工大学的Yvonne Doyle，这位正努力成为希腊专家的女士非常专业地录入了本书的大量书稿。

目录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第 1 章
金融中的基本概念

目的

* 考虑纯贴现债券、付息债券和股票收益的不同度量方法。
* 使用贴现现值（DPV）来对资产进行定价。
* 说明如何使用效用函数来刻画风险规避型偏好，如何根据单期效用最大化来导出资产的需求函数。
* 在两期问题中，导出实际投资和消费的最优水平。

本章的目的是快速地梳理金融文献中要用到的一些基本分析工具。我们没有完全覆盖所有的主题，只是在相当直观的层面来展开讨论。

1.1　股票、债券和实物资产的收益

在金融领域，许多理论研究考虑的是复利收益率或复利利率，尽管利率的市场报价使用的是"单利利率"。例如，就每 6 个月支付一次的 5% 的利率而言，市场报价的单利利率为每年 10%。然而，如果投资者对两个半年账户进行滚动投资且利率为常数，那么他实际获得的"复利"年利率或"真实"年利率或"有效"年利率为 $1.05^2 = 1.1025$ 或 10.25%。有效年收益率大于单利利率，因为在有效年收益情形中，投资者获得了"利息的利息（利滚利）"。

现在考察如下问题：在复利利率的计息频率改变后，我们应如何计算一笔投资的最终价值。显然，如果每月计算一次利息，那么每年 10% 的市场报价利率在年末的总利息（复利利息）比每年计算一次利息的年末总利息（单利利息）要多。

考虑年利率为 R、投资期限为 n 年、金额为 A 美元的一笔投资（这里的 R 用小数来进行表示）。如果只是在每年的年末计息，那么这笔投资在 n 年后的未来价值为 FV_n，

$$FV_n = A\ (1+R)^n \text{美元} \tag{1}$$

然而，如果每年支付 m 次利息，那么 n 年后这笔投资的最终价值为

$$FV_n^m = A\ (1+R/m)^{mn} \text{美元} \tag{2}$$

经常称 R/m 为每期利率（period interest）。随着计息频率的增加，利率就演变为"连续复利"（continuous compounded）利率。可以证明，这笔投资的连续复利最终价值为

$$FV_n^c = Ae^{R_c n} \text{美元} \tag{3}$$

这里的 R_c 是每年连续复利利率。例如，如果市场报价（单利）利率为每年 10%，那么表 1 给出的是不同计息频率 m 下 100 美元现值在一年末（$n=1$）的最终价值。如果每天计息一次且 R 为每年 10%，那么根据（2）式，一年后的最终价值为 110.5155 美元。如果假设 $R_c =$

10%，那么 $FV_n^c = 100e^{0.10\times1} = 100.5171$ 美元。因此，每天计息一次所得到的最终价值几乎等于使用连续复利利率计算的最终价值（表 1 的最后两行）。

表 1　　计息频率

计息频率	100 美元现值在年末的最终价值（R 为每年 10%）
每年（$m=1$）	110.00
每季度（$m=4$）	110.38
每周（$m=52$）	110.51
每天（$m=365$）	110.5155
连续（$n=1$）	110.5171

现在考虑如何在单利利率、每期利率、有效年利率和连续复利利率之间进行转换。假设一笔投资的利率是每季度 2% 的每期利率，市场报价利率通常是每年 8% 的单利利率。$A=100$ 美元的现值在年末会增值到

$$A\ (1+R/m)^m = 100\ (1+0.08/4)^4 = 108.24 \text{美元} \tag{4}$$

有效年利率 R_e 为 8.24%，因为 $100\ (1+R_e)\ = 108.24$ 美元。因为利滚利，所以 R_e 大于单利利率。每年支付 m 次的单利利率 R 与有效年利率 R_e 之间的关系为

$$(1+R_e)\ =\ (1+R/m)^m \tag{5}$$

利用（5）式，可以将每期利率转化为有效利率，也可以将有效利率转化为每期利率。例如，如果有效利率为每年 12%，那么每季度进行一次支付的利率可由 $1.12 = \ (1+R/4)^4$ 来给出，于是

$$R = [(1.12)^{1/4} - 1] \times 4 = 0.0287 \times 4 = 11.48\% \tag{6}$$

因此，如果每季度计息一次，那么每年 11.48% 的单利利率等价于每年 12% 的有效利率。

使用类似程序，我们能在单利利率 R 与等价的连续复利利率 R_c 之间进行转换，单利利率的计息频率为每年 m 次。进行这些计算的一个原因是，债券（期货和期权）定价的许多复杂理论都要使用连续复利利率。

假设一年支付 m 次的利率 R 是已知的，我们希望计算出 R_c 的值。因为 A 美元投资在 n 年后的最终价值（无论用那种利率进行计算）都必须相等，所以我们有

$$Ae^{R_c n} = A\ (1+R/m)^{mn} \tag{7}$$

因此·

$$R_c = m\ln[1+R/m] \tag{8}$$

此外，如果连续复利利率 R_c 是已知的，那么使用上述方程就能计算出每年计息 m 次的年单利利率 R，

$$R = m(e^{R_c/m} - 1) \tag{9}$$

我们用一个具有说服力的例子来对各种利率之间的上述关系进行总结。假设每 6 个月计息一次的每期利率为 5%（$m=2$，$R/2=0.05$）。市场报价的“单利利率”为每年 10%。100 美元投资在一年后的价值变为 $100\ [1+\ (0.10/2)]^2 = 110.25$ 美元（使用方程(2)）。显然，有效年利率为每年 10.25%。假设我们希望将 $R=0.10$ 的单利利率转换为等价的连续复利利率。使用（8）式并取 $m=2$ 就可以看出 $R_c = 2\ln\ (1+0.10/2)\ = 0.09758$（即每年 9.758%）。当然，如果利率是每年 9.758% 的连续复利利率，那么今天 100 美元的投资在一年之后（$n=1$）会增值到 $100e^{R_c n} = 110.25$ 美元。

算术平均与几何平均

假设连续三期的价格分别为 $P_0=1$，$P_1=0.7$ 和 $P_2=1$，相应的（每期）收益率分别为

$R_1=-0.30$ (-30%)，$R_2=0.428\ 57$ (42.857%)。因此，算术平均收益为 $\bar{R}=(R_1+R_2)/2=6.4285\%$。然而，进行如下假设很有可能是错误的：如果你拥有的初始财富为 $W_0=100$ 美元，那么 2 期后最终财富就变成 $W_2=(1+\bar{R})^2W_0=113.270\ 26$ 美元。观察价格序列就可以明显看出，你的财富在 $t=0$ 和 $t=2$ 之间没有任何改变：

$$W_2=W_0[(1+R_1)(1+R_2)]=100(0.70)(1.428\ 57)=100 \text{ 美元}$$

将几何平均收益定义为

$$(1+\bar{R}_g)^2=(1+R_1)(1+R_2)=1$$

从而 $\bar{R}_g=0$，它正确反映了“财富组合”在 $t=0$ 到 $t=2$ 之间的收益，

$$R_w(0\rightarrow 2)=(W_2/W_0)-1=0$$

一般而言，几何平均收益可以定义为

$$(1+\bar{R}_g)^n=(1+R_1)(1+R_2)\cdots(1+R_n) \tag{10}$$

我们总可以将财富写成

$$W_n=W_0(1+\bar{R}_g)^n$$

除非（每期）收益 R_t 为常数，否则几何平均收益总是小于算术平均收益。例如，当使用年收益 R_t 时，美国在 1802—1997 年期间股票价值加权指数的几何平均收益为每年 7%，远远低于每年 8.5% 的算术平均收益（Siegel（1998））。

如果收益序列不相关，$R_t=\mu+\varepsilon_t$，$\varepsilon_t\sim iid(0,\sigma^2)$，那么算术平均收益是未来任意年份收益的最佳预测值。在很长的持有期中，最佳预测值也可以用算术平均复利收益来进行计算，即 $(1+\bar{R})^n$。不幸的是，在较长时期中，实践领域并不应用后面一个直观而又简单的结论，因为长期股票收益不是独立同分布序列。

在我们的简单例子中，如果两个收益率重复出现，那么收益序列负相关（即 -30% 和 $+42.8\%$ 在以后各期中交替出现）。在这种情形中，对长期收益进行预测要求使用几何平均复利收益，即 $(1+\bar{R}_g)^n$。有证据表明，长期股票收益具有“温和”的均值反转特征（即收益具有一定程度的序列负相关特征），从而算术平均收益会高估预期未来收益。因此，我们最好将几何平均收益作为未来平均收益的预测值。

长期

（每期）收益为 $(1+R_1)=P_1/P_0$。在跨期模型中，我们经常需要将最终财富表示为

$$W_n=W_0(1+R_1)(1+R_2)\cdots(1+R_n)$$

一种替代表示是

$$\begin{aligned}\ln(W_n/W_0)&=\ln(1+R_1)+\ln(1+R_2)+\cdots+\ln(1+R_n)\\&=R_{c1}+R_{c2}+\cdots+R_{cn}\\&=\ln(P_n/P_0)\end{aligned}$$

这里的 $R_{ct}\equiv\ln(1+R_t)$ 是连续复利利率。注意，括号中的项等于 $\ln(P_n/P_0)$。于是，

$$W_n=W_0\exp(R_{c1}+R_{c2}+\cdots+R_{cn})=W_0(P_n/P_0)$$

因为连续复利利率具有可加性，所以我们能在 $t=0$ 到 $t=n$ 的整个时期上将（总的连续复利）收益定义为

$$R_c(0\rightarrow n)\equiv(R_{c1}+R_{c2}+\cdots+R_{cn})$$

$$W_n=W_0\exp[R_c(0\rightarrow n)]$$

现在，我们将连续复利收益与几何平均收益“联系”起来。由 (10) 可以得到

$$\ln(1+\bar{R}_g)^n=R_{c1}+R_{c2}+\cdots+R_{cn}\equiv R_c(0\rightarrow n)$$

因此

$$W_n=W_0\exp[\ln(1+\bar{R}_g)^n]=W_0(1+\bar{R}_g)^n$$

这与前面所得到的结论一致。

名义收益和实际收益

许多资产定价模型关注的是实际收益而不是名义收益。实际收益是相对于商品和服务购买力而言的投资（百分比）收益率。实际收益（比方说每年 3%）意味着你的初始投资允许你在年末多购买 3% 固定篮子（basket）的国内物品（例如，对英国居民而言的哈罗德 Hamper）。

如果你在 $t=0$ 时拥有名义财富 W_0，那么你的实际财富就为 $W_0^r = W_0/P_0^g$，这里的 P^g 是商品和服务价格指数。如果 R 是你财富的名义（比例）收益，那么你在 1 年末的名义财富为 $W_0(1+R)$，相应的实际财富为

$$W_1^r \equiv \frac{W_1}{P_1^g} = \frac{(W_0^r P_0^g)(1+R)}{P_1^g}$$

因此，你实际财富的增加速度（等价地说，你的（比例）实际收益）为

$$(1+R^r) \equiv W_1^r / W_0^r = (1+R)/(1+\pi) \tag{11}$$

$$R^r \equiv \frac{\Delta W_1^r}{W_0^r} = \frac{R-\pi}{1+\pi} \approx R-\pi \tag{12}$$

其中，$1+\pi \equiv (P_1^g/P_0^g)$。实际财富的比例变化就是你的实际收益 R^r，它近似等于名义收益 R 减去通货膨胀率 π。就连续复利收益而言，

$$\ln(W_1^r/W_0^r) \equiv R_c^r = \ln(1+R) - \ln(P_1^g/P_0^g) = R_c - \pi_c \tag{13}$$

这里的 R_c 等于（连续复利）名义收益，π_c 为连续复利通货膨胀率。使用连续复利收益的好处在于，在 $t=0$ 到 $t=n$ 的时期中，实际收益的对数具有可加性：

$$\begin{aligned} R_c^r(0\to n) &= (R_{c1}-\pi_{c1}) + (R_{c2}-\pi_{c2}) + \cdots + (R_{cn}-\pi_{cn}) \\ &= R_{c1}^r + R_{c2}^r + \cdots + R_{cn}^r \end{aligned} \tag{14}$$

由上式可知，如果初始财富为 W_0^r，那么在 $t=n$ 时的实际财富水平为

$$W_n^r = W_0^r e^{R_c^r(0\to n)} = W_0^r e^{(R_{c1}^r + R_{c2}^r + \cdots + R_{cn}^r)}$$

一种替代表述是，如果使用比例变化收益，那么

$$W_n^r = W_0^r (1+R_1^r)(1+R_2^r)\cdots(1+R_n^r) \tag{15}$$

从 $t=0$ 到 $t=n$ 的年几何平均实际收益 $\bar{R}_{r,g}$ 为

$$(1+\bar{R}_{r,g}) = \sqrt[n]{(1+R_1^r)(1+R_2^r)\cdots(1+R_n^r)}$$

$$W_n^r = W_0^r (1+\bar{R}_{r,g})^n$$

国外投资

假设你正在考虑海外投资的问题。可以证明，用国内货币度量的名义收益等于外币收益（有时也被称为投资国当地货币收益）加上外币升值。进行海外投资，你要么从所持有的国外资产上要么从汇率的变化上获得收益（或遭受损失）。例如，考虑初始财富为 W_0 的一位英国居民，他将名义初始财富 W_0（英镑）以 S_0 的汇率兑换成美元，并在美国进行投资，投资的名义（比例）收益为 R^{us}。$t=1$ 时名义的英镑财富为

$$W_1 = \frac{W_0(1+R^{us})S_1}{S_0} \tag{16}$$

因此，运用 $S_1 = S_0 + \Delta S_1$ 就得到英国投资者海外投资的（比例）名义收益

$$\begin{aligned} R(\text{UK}\to\text{US}) &\equiv (W_1/W_0) - 1 \\ &= R^{us} + \Delta S_1/S_0 + R^{us}(\Delta S_1/S_0) \\ &\approx R^{us} + R^{FX} \end{aligned} \tag{17}$$

这里的 $R^{FX} = \Delta S_1/S_0$ 为美元对英镑汇率的升值比率，我们假设 $R^{us}(\Delta S_1/S_0)$ 可以忽略不计。显然，国外投资的名义收益为

名义收益（英国居民）= 当地货币收益（美国）+ 美元升值

就连续复利收益而言，方程的准确形式为：

$$R_c \text{ (UK→US)} \equiv \ln (W_1/W_0) = R_c^{us} + \Delta s \tag{18}$$

其中，$R_c^{us} \equiv \ln(1+R^{us})$，$\Delta s \equiv \ln(S_1/S_0)$。现在，假设你关心的是国外投资的实际收益，即相对于国内商品购买力而言的收益。国外投资的实际收益恰好等于名义收益减去通货膨胀率。为了说明这一点，假设一位英国居民在美国进行投资，但所有的利润最后都用来消费英国商品。相对于英国商品的购买力而言，$t=1$ 时的实际财富为

$$W_1^r = \frac{(W_0^r P_0^g)(1+R^{us})\ S_1}{P_1^g S_0} \tag{19}$$

于是，国外投资的连续复利（比例）实际收益为

$$R_c^r \text{ (UK→US)} \equiv \ln (W_1^r/W_0^r) = R_c^{us} + \Delta s - \pi_c^{uk} \tag{20}$$

$$R^r \text{ (UK→US)} \equiv \Delta W_1^r/\Delta W_0^r \approx R^{us} + R^{FX} - \pi^{uk} \tag{21}$$

其中，$\Delta s = \ln(S_1/S_0)$。因此，相对于英国的购买力而言，英国居民对美国资产投资的实际收益 R^r（UK→US）为：

实际收益（英国居民）= 美国的名义"当地货币"收益 + 美元升值 − 英国的通货膨胀率

根据（20），注意如下事实是非常有趣的：如果

$$\pi_c^{uk} - \pi_c^{us} = \Delta s \tag{22}$$

那么英国居民国外投资的实际收益 R^r（UK→US）等于美国居民在美国投资的实际收益（$R_c^{us} - \pi_c^{us}$）。

正如我们在第 24 章中将要看到的那样，方程（22）就是相对购买力平价（PPP）条件。因此，如果相对购买力平价理论成立，那么国外投资的实际收益等于投资地的实际货币收益 $R_c^{us} - \pi_c^{us}$，汇率变化恰好被两个国家之间的通货膨胀率之差所抵消。因为相对购买力平价理论只在 5～10 年的时期中成立，所以短期国外投资的实际收益依赖于汇率变化。

1.2　折现现值（DPV）

假设 n 年内绝对安全投资的报价年利率为 r_n。每年计息一次的 A 美元现值在 n 年后的未来价值为

$$\text{FV}_n = A(1+r_n)^n \text{美元} \tag{23}$$

因此，如果给你一个在 n 年后确定获得 FV_n 美元的机会，那么你愿意放弃今天的 A 美元。n 年后确定性支付 FV_n 美元在今天的价值为 A 美元。用更为专业的语言来说，FV_n 的折现现值（DPV，discounted present value）为

$$\text{DPV} = \text{FV}_n/(1+r_n)^n \tag{24}$$

现在，我们假设 1，2，3，…，n 年期的无风险利率为常数且都等于 r，假设利率期限结构是平坦的。无任何违约风险的现金流 FV_i（$i=1, 2, \cdots, n$）的 DPV 为

$$\text{DPV} = \sum_{i=1}^{n} \text{FV}_i/(1+r)^i \tag{25}$$

年金

如果未来支付在每一年都是常数（$\text{FV}_i = C$ 美元）且第一笔支付是在第一年的年末进行的，那么我们拥有的就是普通年金（ordinary annuity）。这些支付的 DPV 为

$$\text{DPV} = C \sum_{i=1}^{n} 1/(1+r)^i \tag{26}$$

利用几何级数的求和公式，我们可以将普通年金的 DPV 写为

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com