认知逻辑新发展

Renzhi Luoji Xinfazhan

弓肇祥 著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

认知逻辑新发展

弓肇祥 著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

认知逻辑新发展/弓肇祥著.—北京:北京大学出版社,2004.12
ISBN 7-301-08319-X

Ⅰ.认… Ⅱ.弓… Ⅲ.认知逻辑-研究 Ⅳ.B815.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 123867 号

书 名:**认知逻辑新发展**
著作责任者:弓肇祥 著
责 任 编 辑:舒 岚
标 准 书 号:ISBN 7-301-08319-X/G·1347
出 版 发 行:北京大学出版社
地 址:北京市海淀区中关村北京大学校内 100871
网 址:http://cbs.pku.edu.cn 电子信箱:zpup@pup.pku.edu.cn
电 话:邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62767346
排 版 者:北京高新特打字服务社 51736661
印 刷 者:北京中科印刷有限公司
经 销 者:新华书店
850 毫米×1168 毫米 32 开本 10.625 印张 266 千字
2004 年 12 月第 1 版 2004 年 12 月第 1 次印刷
定 价:22.00 元

前　言

认知逻辑是研究知识推理和信念变化程序的科学。它诞生于20世纪60年代。当时的逻辑学家们借鉴模态逻辑框架构建种种认知逻辑系统，使它成为哲学逻辑的重要分支。从20世纪80年代起在计算机科学、博弈论、决策论、经济学和军事学等诸领域的需求之下，特别是在人工智能研究的推动下，该学科取得突破性进展，因而导致它在概念上和方法论方面发生重大转变，使其成为既具有重大理论意义，又具有实际应用价值的逻辑学科。

本书是教育部人文社会科学研究“九五”规划项目《认知逻辑研究》的研究成果之一。它系统地陈述了经典认知逻辑、多主体认知逻辑、自认知逻辑和信念变化逻辑四个分支学科的基本内容、主要方法和发展概况。

本书可供逻辑学、哲学、计算机科学、经济学、军事学诸领域的工作者、学生和业余读者作为《认知逻辑》参考书使用。

本书分十章。第一章简要地介绍一阶逻辑基本知识和演算技术，作为阅读本书主要部分的预备知识。第二章概述认知命题形式、模态逻辑和认知逻辑发展情况。第三章讨论基本知道逻辑几个重要系统和它们的语义学。第四章陈述信念逻辑概况及意向和信念的逻辑。第五章构建确信逻辑系统 C^* 和 SC 及可接受逻辑系统；建立接受语义学和概率语义学。第六章讨论多主体系统及其相关概念；介绍多主体系统 K_n 和它的可靠性和完全性定理的证明。第七章介绍多主体完全的认知逻辑，详细地讨论该系统的可靠性和完全性定理的证明。第八章分别介绍了关于共同知识和协同知识的逻辑系统，考察了互知的两个示例。第九章介绍自认

知逻辑的基本内容和稳定扩张方法,简要地陈述惟一知道逻辑、惟一知道关于逻辑、知识和信念的自认知逻辑。第十章讨论信念(或理论)变化逻辑的两个方向:信念变化的行为逻辑和信念变化的非单调推理,前者以动态逻辑和行为逻辑为工具,后者是从非单调逻辑角度考察信念变化程序。

认知逻辑的新发展不仅扩大了逻辑研究领域,丰富了逻辑研究的方法和技术,并且为科学和技术更多的部门提供新的逻辑工具,而且改变着人们对逻辑科学的一些概念和理论的传统理解,从而扩大了学者们的"逻辑眼界",使得学术界某些长期争论不休的问题有可能得到解决。

近些年由于研究工作需要,本书作者阅读了一些现代逻辑文献,深深感到现代逻辑研究领域之广大,方法之精良,科学内容之丰富,系统之严密和众多,应用之广泛,堪与其他精密科学相媲美。可惜这一点在国内尚未被人们所普遍认可,国内大部分人还以几十年前的眼光看待这门正在崛起的科学。作者期望本书的出版有助于国内广大读者对现代逻辑的了解。

认知逻辑正处在迅速发展时期,很难划定它的研究领域。而且作者尚未见到关于它的全面的经典性的表达,只是根据自己的理解确定它的四个主要分支的范围。由于作者掌握的文献资料有限和学术水平不高,很可能遗漏一些重要成果和对有关资料概括不当而得出错误结论以及出现其他错误。望专家和广大读者指正。

本书在撰写和出版过程中,得到哈尔滨师范大学各级领导的关心和支持,得到许多同事、朋友的帮助,对此表示衷心感谢。感谢北京大学出版社杨书澜女士的支持和帮助。感谢我的妻子吴溪冰多年来对我的研究的支持。感谢老友马广甫先生为本书题写书名。

弓肇祥

2002 年 10 月

目　　录

第一章　一阶逻辑

本章扼要地介绍现代逻辑基础部分一阶逻辑作为本书的预备知识。它包括命题演算和狭谓词演算。

§1.1　命题逻辑

命题逻辑是关于未解析命题的推理理论,即关于由真值联结词(或真值函数)所联结成的复合命题的逻辑特征、推理形式及其规律的理论。它是逻辑的初等部分。

§1.1.1　命题和命题形式

命题是陈述世界状态的思维形式,它是语句的涵义。命题对世界的陈述可以是符合事实的,也可以是不符合事实的。符合事实称做真的,不符合事实称做假的。真或假是命题的根本逻辑特征。例如,命题“太阳是恒星”是真的,而“4 是质数”是假的。

一般说来,语句中的陈述句表达命题,而感叹句、祈使句、疑问句和称呼句不直接表达命题。由于命题是抽象实体,它需要借助语句表达,因此,有时人们就直接讨论语句,把语句作为逻辑研究的对象。也有人把语句的表达,即陈述作为逻辑研究的对象。

通常把不包含其他命题作为自己的组成部分的命题称做**原子命题**或**初等命题**。借助联结词“非”、“和”、“或”、“如果…,那么…”或“当且仅当”结合的命题称做**复合命题**。我们把上述联结词称做**命题联结词**,又称做**命题算子**。

复合命题的真假(真值)是由组成它的原子命题和联结词的

性质决定的。例如,“2 是质数并且它也是偶数”,它的真值是由原子命题“2 是质数”和“它是偶数”的真值及联结词“并且”的性质决定的。这两个原子命题都是真的,所以该复合命题是真的。

在科学论断中,特别是在数学论断中,我们常常会遇到一些其含义不完全确定的类似于命题的表达式,如“x 是一奇数”,“如果 p,那么 q”、“这朵玫瑰花是 F”等等。这些表达式是有意义的,但是其意义不完整,因而不能确定其真假。其中所包含的字母 x,p、q 和 F 在这里称做变元。在上述表达式中,x 显然指谓任一个体;p 和 q 是指谓任一语句(或命题);F 是指谓任一属性。我们把像上例中那些包含变元并且不能确定其真值的表达式称做**命题形式**。命题逻辑的重要任务之一是研究命题形式的类型及它们之间的关系。

所有命题形式都表达真值函数。所谓**真值函数**是指其自身和其所包含的变元都取真值(真或假)作为值的函数,真值函数可以有一个、两个或多个主目。**主目**就是独立变元,函数的值取决于主目的值。于是,f(p,q)是 p 和 q 的真值函数,当且仅当它的值是由主目 p 和 q 的真值及 f 的性质决定的。

§1.1.2 命题逻辑的语言

语言是传达信息、进行交际的表意符号系统。每一种语言系统均由两部分构成:① 符号的集合或字母表;② 形成有相对独立含义的语言单位的规则。在人工语言(即形式语言)中,往往只列出初始符号目录,由初始符号通过定义给出其他符号。而形成合式的语言单位的规则称做**形成规则**(或项和合式公式的定义)。

本书所使用的命题逻辑语言 L 的构成要素如下:

1. **初始符号:**

(1) 命题变元:p,q,r,s,…;(2) 逻辑常元:$\neg$,$\vee$,$\top$;(3) 技术符号:(,)。

2. **定义**：

$\mathrm{Def}^{\wedge}$：$\varphi \wedge \psi =_{df} \neg(\neg \varphi \vee \neg \psi)$；$\mathrm{Def}^{\rightarrow}$：$\varphi \rightarrow \psi =_{df} \neg \varphi \vee \psi$；

$\mathrm{Def}^{\leftrightarrow}$：$\varphi \leftrightarrow \psi =_{df} (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)$；$\mathrm{Def}^{\perp}$：$\perp =_{df} \neg \top$。

为了省略括号，我们规定，下面三组符号的结合力依组次递减：(i) $\neg$ 结合力最强；(ii) $\vee$，$\wedge$ 结合力次之；(iii) $\rightarrow$，$\leftrightarrow$ 结合力最弱。于是 $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ 可简写为 $p \wedge q \rightarrow p \vee q$。

3. **形成规则**：

(1) 单独存在的命题变元和逻辑常元 $\top$ 和 $\perp$ 是合式公式；(2) 如果 φ 是合式公式，那么 $\neg \varphi$ 也是合式公式；(3) 如果 φ 和 ψ 是合式公式，那么 $\varphi \wedge \psi$，$\varphi \vee \psi$，$\varphi \rightarrow \psi$ 和 $\varphi \leftrightarrow \psi$ 也是合式公式。

这里所使用的希腊字母 $\varphi, \psi, \chi, \theta, \cdots$ 不属于我们正在讨论的对象命题逻辑语言 L 的符号，它们是我们用于讨论语言 L 的元语言符号。所谓**元语言**是用于讨论对象语言的语言，又称语法语言。而被讨论的语言称做**对象语言**。例如，在一本用汉语写的英语语法书中，所讨论的英语的语句属于对象语言，而用于讨论英语语句的汉语语词和语句属于元语言。用对象语言记写的合式表达式称做**公式**；而用元语言记写的合式表达式则称做**公式模式**。后者是前者的概括。例如，$\varphi \rightarrow \psi$ 可以是 $p \rightarrow q$，$p \wedge q \rightarrow p \vee q$，$p \wedge q \rightarrow r$ 等等无穷多同类型公式的概括，后面的公式是前面的公式模式的示例。

§1.1.3 命题逻辑语义学

前面所讨论的初始符号、定义、形成规则以及将要讨论的初始假设、变形规则等内容都属于逻辑语形学（语法学）范畴。**语形学**是研究符号与符号间关系的理论。本节讨论符号的涵义，这就进入逻辑语义学领域。**语义学**是研究符号与其所指谓的对象之间关系的理论。

前面引入五个基本符号。现在我们用下表来确定它们各自的涵义：

值的组合 \ 列		I	II	III	IV	V
φ	ψ	$\varphi \wedge \psi$	$\varphi \vee \psi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\varphi \leftrightarrow \psi$	$\neg \varphi$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$

此表称做真值表,可根据它来确定复合命题的真值。

$\neg \varphi$ 读做"非 φ"并称做 φ 的**否定**。上表表明:如果 φ 是真的,那么$\neg \varphi$ 就是假的;如果 φ 是假的,那么$\neg \varphi$ 就是真的。于是 φ 和$\neg \varphi$ 的真值正好相反,它们处于矛盾关系中。

$\varphi \wedge \psi$ 读做:"φ 和 ψ",并且称做 φ 和 ψ 的**合取式**。φ 和 ψ 称做**合取支**。由上表可以看出:一个合取式 $\varphi \wedge \psi$ 是真的,当且仅当 φ 和 ψ 都是真的;而在其余场合(即 φ 真 ψ 假,φ 假 ψ 真,φ 假 ψ 假),$\varphi \wedge \psi$ 是假的。当 $n>2$ 时,合取式 $\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n$ 是真的,当且仅当 $\varphi_1,\cdots,\varphi_n$ 都是真的;当其中任一合取支 φ_i 假时,则该合取式假。

$\varphi \vee \psi$ 读做:"φ 或 ψ",并且称做**析取式**,φ 和 ψ 称做该式的**析取支**。这里"或"在相容意义下使用,它含有"至少有一个真"的意思。于是,析取式 $\varphi \vee \psi$ 是真的,当且仅当 φ 和 ψ 中至少有一个(可以是全部)是真的;只有当 φ 和 ψ 均假时,$\varphi \vee \psi$ 才是假的。当 $n>2$ 时,$\varphi_1 \vee \cdots \vee \varphi_n$ 是真的,当且仅当至少有一个析取支 φ_i 是真的;若 $\varphi_1,\cdots,\varphi_n$ 都假时,该析取式为假。

$\varphi \rightarrow \psi$ 读做:"如果 φ,那么 ψ"或"φ 蕴涵 ψ",并称做**蕴涵式**。其中 φ 称做**前件**,ψ 称做**后件**。$\varphi \rightarrow \psi$ 是真的,当且仅当前件 φ 假

或后件 ψ 真；只有前件 φ 真且后件 ψ 假时，$\varphi\to\psi$ 才假。

$\varphi\leftrightarrow\psi$ 读做："φ 当且仅当 ψ"或"φ 等值于 ψ"，并且称做**等值式**。$\varphi\leftrightarrow\psi$ 是真的，当且仅当 φ 和 ψ 都真或都假；其他场合（φ 和 ψ 真值相反），该等值式假。

$\top$ 和 $\bot$ 分别读做"永真"和"永假"（或"荒谬"）。

通常把逻辑值真（$\top$）或假（$\bot$）指派给命题公式中的命题变元称做**真值指派**或**真值赋值**。如果一个命题公式中每个变元都指派给确定的真值，那么我们就能根据真值表确定该公式的真值。例如，给定公式：

$$(\neg p\vee r)\wedge(\neg q\vee r)\to(p\wedge q\to r)$$

并且对 p，q，r 分别指派值 $\top$，$\bot$，$\top$。根据列 V，我们知道 $\neg p$ 取值 $\bot$，$\neg q$ 取值 $\top$。根据列 Ⅱ，$\neg p\vee r$ 和 $\neg q\vee r$ 均取值 $\top$。根据列 Ⅰ，$p\wedge q$ 取值 $\bot$，$(\neg p\vee r)\wedge(\neg q\vee r)$ 取值 $\top$。根据列 Ⅲ，$p\wedge q\to r$ 取值 $\top$，$(\neg p\vee r)\wedge(\neg q\vee r)\to(p\wedge q\to r)$ 取值 $\top$。可以把上述赋值过程用下述公式序列表示：

$$(\neg p\vee r)\wedge(\neg q\vee r)\to(p\wedge q\to r)$$

1.	$(\neg\top\vee\top)\wedge(\neg\bot\vee\top)\to(\top\wedge\bot\to\top)$	假定指派的值。
2.	$(\bot\vee\top)\wedge(\top\vee\top)\to(\top\wedge\bot\to\top)$	1，根据列 V。
3.	$(\top\wedge\top)\to(\top\wedge\bot\to\top)$	2，根据列 Ⅱ。
4.	$\top\to(\bot\to\top)$	3，根据列 Ⅰ。
5.	$\top\to\top$	4，根据列 Ⅲ。
6.	$\top$	5，根据列 Ⅲ。

从命题逻辑公式所含变元所有可能取值的组合看，可把公式分为三类：如果一个公式所含变元的每种可能取值组合，该公式总取值 $\top$，那么它就是**重言式**（永真式）；如果一个公式所含变元的每种可能取值组合，该公式总取值 $\bot$，那么它就是**不可满足式**（永假式）；如果一个公式所含变元赋值时至少有一组合取值 $\top$，那么该公式就是**可满足式**（可真可假式）。

重言式表达逻辑规律。因此寻找和判定重言式是命题逻辑的中心任务。重言式是普遍有效的。下面简单讨论命题公式普遍有效性问题。

我们用 Prop 表示语言 L 中的命题变元的集合。于是，我们把 L－结构 $\mathscr{M}$ 定义为由集合 Prop 到真值集合 $\{\top, \bot\}$ 的函数。所以 L－结构对 L 的每个命题变元指派一个真值。对于每个变元 φ，我们写 $I_{\mathscr{M}}(\varphi)$ 表示 L－结构对 φ 的真值指派。在上面的真值表中，在左边上端列出 L 的变元，在左边横线下面的每一行描述一个 L－结构，每一 L－结构正好对应该表的每一行。

现在我们定义 L 的公式 φ 在一结构 $\mathscr{M}$ 中是真的，用

$\mathscr{M} \models \varphi$

表示这点。

(i) 对于任一命题变元 φ，$\mathscr{M} \models \varphi$，当且仅当 $I_{\mathscr{M}}(\varphi) = \top$；$\mathscr{M} \not\models \varphi$，当且仅当 $I_{\mathscr{M}}(\varphi) = \bot$。（这里 I 是解释，$I_{\mathscr{M}}$ 表示在 $\mathscr{M}$ 中的解释。）

(ii) 对于 L 的任一公式 φ 和 ψ，

$\mathscr{M} \models \neg\varphi$ 当且仅当并非 $\mathscr{M} \models \varphi$；

$\mathscr{M} \models (\varphi \wedge \psi)$ 当且仅当 $\mathscr{M} \models \varphi$ 和 $\mathscr{M} \models \psi$；

$\mathscr{M} \models (\varphi \vee \psi)$ 当且仅当或者 $\mathscr{M} \models \varphi$，或者 $\mathscr{M} \models \psi$，或二者；

$\mathscr{M} \models (\varphi \rightarrow \psi)$ 当且仅当并非 $\mathscr{M} \models \varphi$，或 $\mathscr{M} \models \psi$；

$\mathscr{M} \models (\varphi \leftrightarrow \psi)$ 当且仅当 $\mathscr{M} \models \varphi$ 和 $\mathscr{M} \models \psi$，或者既不 $\mathscr{M} \models \varphi$，也不 $\mathscr{M} \models \psi$。

记号“$\mathscr{M} \models \varphi$”有时读做“$\mathscr{M}$ 是 φ 的模型”。

L 的公式是**普遍有效的**，当且仅当它在所有 L－结构 $\mathscr{M}$ 中是真的。

判明一个 L 公式 φ 有效性的方法，常用的有真值表法、分析树法、求范式法等等。