

大学物理实验

主 编：冯秀琴

副主编：桑兰芬 陈新邑 李海军

兵器工业出版社

大学物理实验

主 编 冯秀琴

副主编 桑兰芬 陈新邑 李海军

兵器工业出版社

内 容 简 介

本书依据教学大纲的要求,编写了38个预备基础综合及设计性实验,是大学本科学物理学习的必修课程。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/冯秀琴主编. —北京:兵器工业出版社, 2007. 2

ISBN 978 - 7 - 80172 - 814 - 2

I. 大... II. 冯... III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. 04 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 000808 号

出版发行: 兵器工业出版社

发行电话: 010—68962596, 68962591

邮 编: 100089

社 址: 北京市海淀区车道沟 10 号

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京市登峰印刷厂

版 次: 2007 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

印 数: 1—6050

责任编辑: 张小洁

封面设计: 李 晖

责任校对: 郭 芳

责任印制: 赵春云

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 12

字 数: 306 千字

定 价: 18.00 元

(版权所有 翻印必究 印装有误 负责调换)

前　　言

本书根据高等工科院校物理实验教学的基本要求，结合多年大学物理实验教学经验，在使用多年的物理实验教材基础上加以整理、充实编写而成，在编写中进一步考虑了以下几点：

1. 注意加强学生的基本训练，特别是加强操作技能及分析问题能力的培养。
2. 增加了预备性实验题目，这些题目内容相对简单些，中学实验设备条件好的学生可能做过。中学没有做过这些实验的同学，通过自学和指导教师的提示可以独立完成，这部分内容提供给学生在实验室开放时自学，不计学时和学分。
3. 每个题目适当增加一些选做题，并对选做内容给出了部分提示，以使优秀学生完成基本内容之后，充分利用时间多得到一些锻炼的机会。
4. 简化有关实验步骤的描述，使学生在实验中就有关问题多想一些。
5. 增加了设计性实验题目。对于设计性实验，书中只给出了实验原理提示，没有明确的实验步骤和实验结果，要求学生按自己的设计思路完成实验。
6. 提倡操作与分析并重，加强实验中分析问题解决问题能力的训练。实验的安排、现象的观察、仪器的调节、数据分析和结果的评价，都要结合所学的理论去分析判断。我们期望学生能结合动手与动脑的活动，全面提高实验技能。
7. 在“数学生”中提出 3 个问题：
 - (1) 为什么理工科学生要做物理实验？
 - (2) 怎样才能做好物理实验？
 - (3) 怎样才算做好物理实验？

通过对以上三个问题的思考，启发学生对物理实验的学习兴趣，对物理实验在大学学习以及能力培养等方面的作用给予充分理解。

本书主要内容把理工科物理实验分为四个部分，分别为预备性实验、基础性实验、综合性实验和设计性实验，实验题目共 38 个，总学时约 100 学时。其中实验 1~8 为预备性实验，实验 9~24 为基础性实验，实验 25~32 为综合性实验，实验 33~38 为设计性实验。附有电学、光学实验基础知识以及常用的物理常数表，每个题目配有回答问题，以加强学生对相关内容的理解与掌握。

参加编写本书的有冯秀琴、桑兰芬、陈新邑、李海军、王素文、杨连、王野、杨树笙、关希彬、陈晨、张志颖、刘春宇、魏志鹏等同志，本书编写过程中得到长春理工大学理学院和教务处、教材科、理学院领导以及大学物理实验室全体教师和实验员的大力支持，在此表示衷心感谢。

编写本书时参考了杨述武主编的《普通物理实验》综合设计部分，潘人培主编的《物理

实验教学参考书》，陈廷济主编的《物理实验教程》，闫一功主编的《大学物理实验》，此外也参考了国内外物理学杂志上发表的一些文章，在此向各位同行致谢。

由于编者水平和教学经验有限，一定会有许多不妥之处，敬请指正。

编 者

2006 年 6 月 10 日

致 学 生

同学们，大学物理实验是理工科学生上大学后的第一门实验课，是后续专业实验的基础。大学物理实验室是开放性实验室，同学们可以根据自己的时间安排随时来实验室预约实验。在开始实验之前，请同学们考虑以下三方面问题：

1. 为什么要作实验

- 教学计划规定的任务？
 - 为了配合理论学习，加强对理论的理解？
 - 对实验有兴趣？
 - 将来工作的需要？
 - 学习一些实验方法和技术？
 - 为使自己成为科学技术专家打基础？
 - 将来就业的需要？
-

2. 怎样才能做好实验？

- 认真按指导书去做？
 - 明确物理实验的具体要求和注意事项？
 - 边做边分析，分析观察的现象是否正常，数值是否合理？
 - 注意仪器的性能、调节和操作？
 - 明确误差的来源，注意尽量减小误差？
 - 重复多做几次？
-

3. 怎样才算做好一个实验？

- 指导教师同意了？
 - 结果不是很理想，但是有分析，对问题比较明确？
 - 对实验的物理思想比较明确，对实验的特点有体会？
 - 对实验误差的认识比较明确，对控制误差的产生有体会？
 - 对数据处理方法运用得恰当，结果表达正确？
 - 对仪器的了解比较深入，操作正确？
 - 对实验仪器的选择、实验条件的规定及有关参量的安排有明确认识？
 - 对实验和理论的关系有新的体会？
 - 对实验的兴趣增强了，对独立完成一个实验增强了信心？
-

上述三类问题，如能注意思考，将对提高你的物理实验能力很有帮助。

目 录

物理实验的作用与基本程序

§ 1 大学物理实验的作用和任务	(1)
§ 2 大学物理实验课的基本程序	(2)

误差理论

§ 1 误差与不确定度	(3)
§ 1.1 测量与误差	(3)
§ 1.2 不确定度及测量结果的表示	(7)
§ 2 有效数字	(10)
§ 3 数据处理方法	(12)
复习题	(15)
实验 1 长度测量	(17)
实验 2 物体密度的测量	(22)
实验 3 单摆实验	(27)
实验 4 欧姆定律的应用	(30)
实验 5 透镜成像规律及焦距的测量	(33)
实验 6 制流电路与分压电路	(37)
实验 7 表头内阻测量	(42)
实验 8 读数显微镜的使用	(44)
实验 9 扭摆	(46)
实验 10 杨氏模量的测量	(49)
实验 11 液体表面张力系数的测量	(53)
实验 12 直流单臂电桥	(56)
实验 13 示波器的调整与使用	(59)
实验 14 螺线管磁场的测量	(67)
实验 15 分光计的调整与使用	(71)
实验 16 利用双棱镜测定光波波长	(75)
实验 17 光栅的衍射	(78)
实验 18 光的偏振	(81)
实验 19 用牛顿环测球面的曲率半径与用劈尖测量微小厚度	(85)
实验 20 用阿贝折射仪测固体、液体的折射率	(90)
实验 21 用模拟法测绘静电场	(94)

实验 22	线性及非线性元件伏安特性的测量	(97)
实验 23	稳态法测量不良导体的导热系数	(100)
实验 24	RC、RL 串联电路暂态过程的研究	(103)
实验 25	夫兰克-赫兹实验	(106)
实验 26	密立根油滴实验	(110)
实验 27	全息照相兹术	(115)
实验 28	电光调制实验	(121)
实验 29	音叉声场的研究和振动频率的测量	(126)
实验 30	光强分布规律的测定	(128)
实验 31	迈克尔逊干涉仪的调整及使用	(130)
实验 32	光电效应及普朗克常数测定	(134)
实验 33	万用表的组装与使用	(138)
实验 34	电位差计的应用	(143)
实验 35	电表的改装与校准	(147)
实验 36	光学平台上的实验	(150)
实验 37	单摆摆长及摆角对周期振动的影响	(154)
实验 38	超声波系列实验	(157)
附录 1	电学实验基础知识	(164)
附录 2	光学实验基础知识	(169)
附录 3	设计性实验基础知识	(174)
附录 4	物理常数表	(176)

物理实验的作用与基本程序

§ 1 大学物理实验的作用和任务

一、大学物理实验的作用

物理学是实验科学,物理学的形成与发展是建立在观察与实验的基础之上。物理学新概念的确立和新规律的发现要依赖于反复实践。物理学上新的突破常常是通过新的实验技术的发展,从而促进科学技术的革命,形成新的生产力。物理实验的方法、思想、仪器和技术已经被普遍地应用在各种科学领域和技术部门。

物理实验课是对学生进行实验教育的入门课,在学习物理实验基础知识的同时,着重给学生严格的训练,培养学生初步的实验能力、良好的实验习惯和严格的科学作风。

大学物理实验课虽然是在教师指导下进行的学习环节,但在实验课上学生的活动有较大的独立性,我们期望学生能以研究者的态度去组装实验装置,进行观测与分析,探讨最佳的实验方案,从中积累经验,锻炼技巧和动手能力,为以后独立设计实验方案和解决新的实验课题创造条件。

二、大学物理实验的任务

大学物理实验课是在中学物理实验的基础上学习物理实验知识、方法和基本技能。其主要任务有:

(1)通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,使学生在运用所学的理论知识、实验方法和实验技能解决具体问题方面得到必要的基本训练。

(2)注重培养学生的基本技能,其中包括:

自学能力:能够自行阅读教材和有关资料,做好实验前的预习。

动手能力:能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器,按线路图正确连接线路,实验完毕按顺序整理好仪器。

分析问题和解决问题的能力:能够运用所学的理论对实验中出现的现象进行初步的分析判断,对正确的加以肯定并继续进行,对错误的找出原因并能找出解决问题的方法。

表达能力:能够正确记录和处理实验数据、绘制曲线、说明实验结果以及写出合格的实验报告。

设计能力:能够独立完成与本课程相关的设计性实验。

§ 2 大学物理实验课的基本程序

一、实验课前的预习

实验课前必须认真阅读教材中的有关实验题目,了解本次实验的目的和内容、依据的基本原理、使用的仪器设备、操作的基本方法和注意事项、要测量哪些量、怎样测量、具体步骤是什么,并写好预习报告。

写预习报告时要用统一规格的实验报告纸,其主要内容如下:

- (1) 实验名称;
- (2) 实验目的;
- (3) 实验原理及原理图;
- (4) 使用的主要仪器和设备;
- (5) 实验的主要内容和步骤;
- (6) 画好数据记录表格;
- (7) 注意事项。

二、进行实验

- (1) 进入实验室要保持安静,不要乱动仪器。教师将对学生的预习情况进行检查,并对一些普遍性、关键性的问题和同学共同讨论,以便顺利进行实验。
- (2) 须经老师许可后方可调试安装仪器,电学实验未经教师检查线路不得接通电源。
- (3) 测量得到的数据直接记录到数据表格内,不得随意涂改。
- (4) 测量完毕须经教师检查数据和仪器并签字后方可拆除仪器,并将仪器恢复原位后再离开实验室。

三、写实验报告

不能把取得的实验数据作为实验的唯一目的和终结,在实验中要注意观察现象,实验后要结合教材重新回顾,认真分析,尽可能将感性知识理性化,并在预习实验报告的基础上完成下列几项工作:

- (1) 根据实验要求完成实验数据的处理。在计算间接测量量时,必须先写出计算公式,再代入数值,最后得出结果并注明单位。
- (2) 对某一物理量的最后测量结果须写成下列表达式形式:

$$x = \bar{x} \pm u_c(\bar{x})$$

$$E = \frac{u_c(\bar{x})}{\bar{x}} \times 100\%$$
- (3) 完成误差分析和不确定度的评定。
- (4) 进行讨论,回答问题和思考题。

误差理论

§ 1 误差与不确定度

§ 1.1 测量与误差

一、测量与仪器

1. 测量的定义

所谓测量就是将待测的物理量与相应的计量单位进行比较,其倍数即为测量值,连同计量单位构成测量结果。例如:用米尺测得单摆的摆长,经比较得到摆长是1 m 的0.865倍,0.865是测得值,m是单位,合起来构成测量结果,即摆长为0.865 m。

2. 测量的分类

测量可分为直接测量和间接测量。

直接测量是指被测量与计量单位直接比较,就可获得结果。如用米尺测物体的长度,用停表测时间,用电流表测电流等均属于直接测量。通过直接测量就可得到结果的量叫直接测量量,如长度、质量、时间等。

间接测量是指由一个或几个直接测量量经已知函数关系计算出被测量量值的测量。例如,测量物体的质量和体积由已知公式 $\rho=m/V$ 算出物体密度的过程就是间接测量。通过间接测量测得的量叫间接测量量。

有时根据测量条件变化与否可把测量分成等精度测量和不等精度测量。

等精度测量是指在测量条件相同的情况下进行的一系列测量,即同一个人在同样的环境条件下在同一仪器上采用同样的测量方法对同一量进行的多次测量。

不等精度测量是指同一量进行多次测量时改变测量条件,如更换仪器型号、改变测量方法、更换测量人员等,在测量条件变更前后,测量结果的可靠程度不等,这样的测量叫不等精度测量。

3. 测量仪器

测量仪器是指用以直接或间接测出被测对象量值的所有器具,如游标卡尺、天平、停表、惠斯登电桥、照度计等等。

测量结果给出被测量的量值,它包括数值和单位两部分,实际上仪器在测量中是单位的实物体现。

一个国家最准确的计量器具是一些主基准,在全国各地则有由主基准校准过的工作基准,实验室使用的仪器已直接或间接由工作基准进行校准过。

测量时是以仪器为标准进行比较,所以要求仪器准确。仪器的准确程度由仪器的准确度等级来描述。由于测量目的的不同对仪器准确程度的要求也不同,称量金饰品的天平必须准确到 0.001 g ,而卖货的台秤差几克则无关紧要。为了适应各种测量对仪器的准确程度的不同要求,国家规定工厂生产的仪器分为若干准确度等级,各类各等级的仪器又有对准确程度的具体规定,例如,2级螺旋测微计测量范围大于 10 mm 小于 50 mm 的最大误差不超过 $\pm 0.013\text{ mm}$,1.0级的电流表测量范围为 50 mA 的最大误差不超过 $\pm 0.5\text{ mA}$ 。

实验时要恰当选取仪器,仪器选取不当对仪器和实验均不利。表示仪器的性能有许多指标,最基本的是测量范围和准确度等级。当被测量超过仪器的测量范围时首先对仪器会造成损伤,其次可能会测不出量值(如电流表)或勉强测出量值(如天平)但误差增大。对仪器的准确度等级的选择也要适当,一般是在满足测量要求的条件下,尽量选用准确度低的仪器,减少准确度高的仪器的使用次数,可以减少在反复使用时的损耗,以便延长使用寿命。

二、真值与误差

每一个物理量都是客观地存在着,在一定条件下有其不以人的意志而变化的固定大小,这个客观存在的固定大小的值叫真值。

由于测量总是依据一定的理论或方法,使用一定的仪器,由一定的人进行,以及理论的近似性,仪器的灵敏度及环境因素的影响,使得测量值与真值间总存在着差异,定义测量值和真值的差为测量值的误差,即:

$$\text{测量值}(x) - \text{真值}(a) = \text{误差}(\epsilon)$$

误差 ϵ 是一个代数值,当 $x \geq a$ 时, $\epsilon \geq 0$;当 $x < a$ 时, $\epsilon < 0$,由于真值是不知的,所以测量值的误差也是不知的。在此情况下,测量的任务是:

(1)给出被测量的最佳估计值。

(2)给出真值最佳估计值的可靠程度的估计。关于什么是被测量的最佳估计值留待后边讨论,但是可以想到最佳估计值必定误差比较小,测量过程中必须尽量减少误差。

为了减少或消除某些误差,就要充分地认识各种误差可能的一些来源以及表现出来的性质,因此有必要对误差进行分类,通常把误差分成为系统误差、偶然误差和粗大误差。粗大误差明显地偏离测量结果,容易被发现,以下主要讨论系统误差和偶然误差。

1. 系统误差

(1)特点:系统误差的主要特征是具有确定性。在一定条件下进行多次测量时,误差的大小或正负保持不变或按一定规律变化。

(2)系统误差的来源可概括为以下四个方面:

仪器误差:由于测量仪器或工具本身的缺陷产生的误差,如天平不等臂带来的误差。

理论、方法误差:由于理论、方法的近似而导致的误差,如单摆的周期公式为 $T = 2\pi\sqrt{L/g}$,要求摆角足够小,忽略了摆角的影响而产生的误差。

环境影响产生的误差:周围环境的变化,如温度、压强、湿度、电磁场等因素的规律性变化而产生的误差。

个人误差:观测人员的心理或生理特点所造成的误差,如计时的超前或落后,读表时的偏

左或偏右等。

(3)发现系统误差的方法主要有以下三种：

仪器分析：主要分析仪器的示值误差、零值误差、调整误差、回程误差等，其中回程误差是指在相同条件下，仪器正反行程在同一点上测量值之差的绝对值。

理论分析：从实验装置、实验条件与理论设定条件是否一致去发现系统误差，如用伏安法测电阻时，不论是内接法还是外接法均与理论约定不相符，但可以通过理论分析进行修正。

对比实验：改变实验的部分条件甚至全部重新去测被测量，分析改变前后的测量值是否有显著不同，从中去分析有无系统误差。

(4)系统误差处理方法：

对换法：将测量中的某些因素相互交换，造成某项系统误差的正负号发生变化。例如用电桥测电阻时，交换待测电阻与标准电阻的位置可以消除接触电阻造成的误差。

补偿法：如在热学实验中，在升温和降温条件下对温度测量各进行一次，两次测量的平均值可以抵消由于测量值比实际温度滞后带来的系统误差。

替代法：在一定条件下，用一已知量替代被测量以消除系统误差。

2. 偶然误差

(1)定义

在同一条件下，对同一物理量进行重复测量，各次测量值一般不完全相同，这是由于测量时存在偶然误差。偶然误差是由偶然的不确定的因素造成的每一次测量值的无规则涨落，其特征是它的随机性、偶然性。

(2)偶然误差的分布规律

由于偶然误差产生的原因很多，又无法估计，因此无法消除，但并非没有规律可循。当对物理量进行多次测量时，偶然误差呈现一定的规律性，即偶然误差服从正态分布规律（即统计规律）。

用手控制数字毫秒计，多次测量一摆的周期，将测得值分布的区域等分为9个区间，统计各区间内测得值的个数为 N_i ，以测量值 T 为横坐标， N_i/N 为纵坐标（ N 为总次数）作统计直方图，图1.1是一次实验结果。

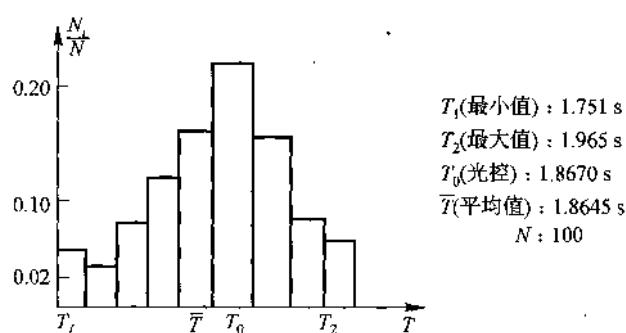


图 1.1

从图 1.1 可以看出, 比较多的测量值集中在分布区域的中部, 而区域的左右两半的测得值数都接近一半, 由此可以设想被测量的真值就在数据比较集中的部分。

在上述测量之后用光电门控制一台数字毫秒计去测同一个摆的周期, 测 50 次, 测得值的分布在 1.866 s 到 1.868 s 的小区域中, 由于此时的偶然误差显著小于前者, 可将光电控制测得的平均值 T_0 作为手控制量的近似真值, 对于测量值的偶然误差作如下统计, 取 $T_0 = 1.8670 \text{ s}$

$$T_i - T_0 < 0 \quad \text{占 } 48\%$$

$$T_i - T_0 \geq 0 \quad \text{占 } 52\%$$

$$T_0 \text{ 左右全区 } \frac{2}{5} \text{ 范围内占 } 65\%$$

多次测量均有同上相似的结果, 因而得出如下几点认识:

每次测量的偶然误差是不确定的。

出现正号或负号偶然误差的机会相近。

出现绝对值小的偶然误差的机会多一些。

超过某一限度的误差实际上不会出现。

(3) 标准偏差

当测量进行了 n 次, 每次的测量值为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 为 n 次测量结果的算术平均值。假如各次测量只存在偶然误差, 偶然误差有正有负, 相加时抵消一些, 所以 n 越大, 算术平均值越接近真值, 因此可以用算术平均值作为被测量真值的最佳估计值, 每一次测量的误差是多少用标准偏差来描述:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

即:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1)$$

此式即为贝塞尔公式, 对于测量结果的平均值 \bar{x} 的标准偏差则为:

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (2)$$

在同一条件下对某一物理量进行多次独立测量时, 测量值的分布可用正态分布函数来描述, 其函数为:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

式中: x 为某次测量值, \bar{x} 为算术平均值, 其表达式为: ◀

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx \quad (4)$$

σ 为标准偏差, 其表达式为:

$$\sigma = \left[\int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx \right]^{1/2} \quad (5)$$

和函数相对应的曲线如图 1.2 所示。

分布函数 $f(x)$ 的意义是测量值落在 x 附近单位间隔内的几率, $f(x)$ 函数曲线下的全面积是总概率, 即:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (6)$$

标准偏差 σ 的意义有以下三个方面:

(1) 标志测量值的离散程度。从图 1.3 上可以看到, σ 越小, 分布函数 $f(x)$ 曲线越陡, 表征测量值越集中, 离散度越小; 反之 σ 越大, 分布函数曲线越平坦, 测量值越分散, 离散度越大。

(2) 曲线 $f(x)$ 从 $\bar{x} - \sigma$ 到 $\bar{x} + \sigma$ 区间的面积为:

$$\int_{\bar{x}-\sigma}^{\bar{x}+\sigma} f(x) dx = 68\% \quad (7)$$

此时表征测量值落在 $(\bar{x} - \sigma) \sim (\bar{x} + \sigma)$ 区间的概率为 68%。

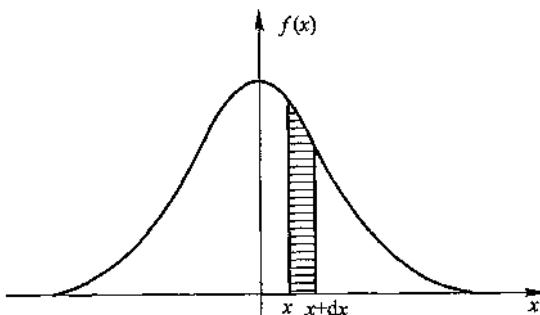


图 1.2

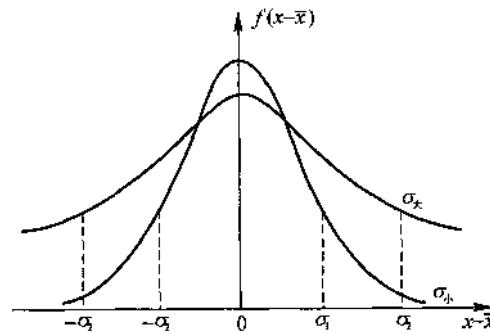


图 1.3

(3) 人们常用 σ 和 $\sigma_{\bar{x}}$ 来评价测量结果的误差大小。对于有限次测量, 测量结果 x 落在 $(\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}) \sim (\bar{x} + \sigma_{\bar{x}})$ 区间的概率为 68%, 同理有

$$\int_{\bar{x}-3\sigma_x}^{\bar{x}+3\sigma_x} f(x) dx = 99.7\% \quad (8)$$

即 x 落在 $(\bar{x} - 3\sigma_x) \sim (\bar{x} + 3\sigma_x)$ 区间的概率为 99.7%, 由此可见, x 落在此区间外的可能性已经很小, 因此引入极限误差概念, 极限误差用 Δ 表示, 即:

$$\Delta = 3\sigma$$

如果某次测量值的误差超过了这个值, 我们通常认为是坏数据, 应当剔除。

§ 1.2 不确定度及测量结果的表示

一、不确定度

1. 不确定度的意义

测量不可能没有误差, 而误差又是未知的理想概念, 为了准确地将测量结果的可信程度表示出来, 就需要有个易于做出易于理解易于接受的统一的评定和表示方法, 它就是国际计量委员会于 1980 年制定的“实验不确定度表示建议书”, 简称 INC - I(1980)。不确定度是说明测

量结果的一个参数,是对被测量的真值所处量值范围的一个评定,也是未知的误差可能大小的反应。同时也反映测量结果的可信赖程度,同时不确定度的大小也反映了测量结果质量的好坏程度。

2. 不确定度的划分方法

将可修正的系统误差进行修正后,余下的全部,按获得的方法的不同,划分为 A 类不确定度分量和 B 类不确定度分量。

3. A 类不确定度的定义和评定

对重复测量并使用统计方法算得的那些分量,用估计标准差 s_x 来表示,即多次测量的某一次测量的 A 类不确定度为贝赛尔公式,

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (9)$$

最佳值 \bar{x} 的 A 类不确定度为:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (10)$$

4. B 类不确定度的定义和评定

B 类不确定度分量是用其他方法(不同于统计方法)评定的,用 u_j 来表示。 u_j 的大小用估计的方法来评定,但这种估计不是无根据的随意估计,而是根据以前的测量数据、有关材料、仪器特点及性能等有关知识,根据制造说明书、检定书或其他证书提供的数据以及使用手册提供的参考数据等信息进行合理的估计。

B 类不确定度的确定首先是指出影响测量的诸多因素,常见的主要因素有计量仪器、实验装置、环境和实验者等,再进一步对这些因素引起的效应逐一地做出不确定的估计,一般由极限误差估计值 Δ 除以一个常数 c 得到,即:

$$u_j = \frac{\Delta}{c} \quad (11)$$

若认为该项极限误差的来源属于正态分布,则 $c=3$,认为属于均匀分布,则 $c=\sqrt{3}$ 。在物理实验中,测量值和测量值的偶然误差的分布形式常见的有两种,即正态分布和均匀分布。视值误差一般为正态分布, $c=3$;数字仪表的读数显示、度盘或其他传动齿轮的回差以及游标卡尺的读数都近似遵从均匀分布,即 $c=\sqrt{3}$ 。若误差来源属性不清,可假设遵从正态分布,即 $c=3$ 。

注意 A 类和 B 类不确定度的分类,其目的是指明不确定度两分量的不同评定方法,并不意味两分量本身性质上存在什么差别。“A 类”和“B 类”并不代表“偶然误差”和“系统误差”,“误差”和“不确定度”两术语不同义,概念也不相同,两者不能混淆和误用。

5. 不确定度的合成

用以表征某一直接测量结果的可靠程度的总的不确定度叫合成不确定度,用 u_c 表示,它是由 A 类不确定度 $\sum_i s_i^2$ 和 B 类不确定度 $\sum_j u_j^2$ 的方和根构成,即:

$$u_c = \sqrt{\sum_i s_i^2 + \sum_j u_j^2} \quad (12)$$

6. 不确定度的传递

若间接测量量 y 与相应的直接测量量 x_1, x_2, \dots, x_n 之间的函数关系为:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad (13)$$

则 y 的最合理估计值(最佳值)为:

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i, \dots, \bar{x}_n) \quad (14)$$

式中 \bar{x}_i 为第 i 个直接测量量的最佳值。

对(13)式进行微分得:

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n \quad (15)$$

它表示当 x_1, x_2, \dots, x_n 有微小变化时, 函数 y 随之而引起变化 dy 。

由于测量的不确定度小于测量本身的大小, 所以在把(13)式看成是间接量 y 与直接量 x_i 间的关系时, 把各 dx_i 看成是不确定度且用不确定度替换之, 则得:

$$u_{c(y)} = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| u_{c(x_1)} + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| u_{c(x_2)} + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| u_{c(x_i)} + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| u_{c(x_n)} \quad (16)$$

(16)式是不确定度传递公式的粗略算式, 其准确表达式为上式中各项的方和根(而不是直接相加的关系), 即:

$$u_{c(y)} = \sqrt{\left[\frac{\partial f}{\partial x_1} u_{c(x_1)} \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial x_2} u_{c(x_2)} \right]^2 + \dots + \left[\frac{\partial f}{\partial x_n} u_{c(x_n)} \right]^2} \quad (17)$$

式中 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ 叫做不确定度的传递系数。相对不确定度则为:

$$E = \frac{u_{c(y)}}{\bar{y}} \times 100\% \quad (18)$$

对于间接测量量和直接测量量间有某一具体函数关系。可利用微分方法求出间接测量的不确定度。

例: 已知 $y = (x_1^2 + x_2^2)/2$ 和 $u_{c(x_1)}, u_{c(x_2)}$, 求 $u_{c(y)}$ 。

解:

$$dy = (2x_1 dx_1 + 2x_2 dx_2)/2$$

合成不确定度为:

$$u_{c(y)} = \sqrt{x_1^2 u_{c(x_1)}^2 + x_2^2 u_{c(x_2)}^2}$$

下面给出一些常用函数式的不确定度传递公式:

$$y = x_1 \pm x_2 \quad u_{c(y)} = \sqrt{u_{c(x_1)}^2 + u_{c(x_2)}^2}$$

$$y = x_1^m x_2^k \quad \frac{u_{c(y)}}{y} = \sqrt{\left[m \frac{u_{c(x_1)}}{x_1} \right]^2 + \left[k \frac{u_{c(x_2)}}{x_2} \right]^2}$$

$$y = kx \quad u_{c(y)} = ku_{c(x)}$$

$$y = x^{\frac{1}{k}} \quad \frac{u_{c(y)}}{y} = \frac{1}{k} \frac{u_{c(x)}}{x}$$

$$y = \ln x \quad u_{c(y)} = \frac{u_{c(x)}}{x}$$

$$y = \sin x \quad u_{c(y)} = |\cos x| u_{c(x)}$$