

学科教育心理学丛书

# 数学

# 教育心理学

SHUXUE JIAOYU XINLIXUE

内容包括

数学学习心理过程及研究、  
数学教学心理的本质分析、  
数学知识的本质分析、  
数学能力的教学心理、  
数学教育心理学的理论基础

数学学习心理过程及研究、  
数学教学心理的本质分析、  
数学知识的本质分析、  
数学能力的教学心理、  
数学教育心理学的理论基础

一方面力求反映现代心理学和数学  
教育心理研究的最新成果，  
突出数学教育心理学的理论建构；  
另一方面注重数学教育心理学的理论建构；  
并为读者提供了一些数学教育心理学的研究方法，  
本书可以作为数学课程与教学论研究的课题。  
数学教育硕士的参考书，  
也可供数学教师的培训或从事数学  
教育心理研究

广西教育出版社

喻平著

第 100 号

第 100 号

第 100 号

第 100 号



学科教育心理学丛书

# 数学

# 教育心理学

SHUXUE JIAOYU XINLIXUE

喻平 著

目录

第一章 数学教育心理学的理论基础

第一节 基于行为主义的数学教育心理学

第二节 行为主义学习理论的教学应用

第三节 基于行为主义的数学教育心理学

第四节 行为主义教学策略的心理基础

第五节 行为主义教学策略的心理应用

广西教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教育心理学/喻平著. —南宁:广西教育出版社, 2004. 9

(学科教育心理学)

ISBN 7-5435-3882-2

I. 数... II. 喻... III. 数学课—学科心理学—中小学 IV. G447

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 080534 号

学科教育心理学丛书

数学教育心理学

喻平 著

☆

广西教育出版社出版

南宁市鲤湾路 8 号

邮政编码: 530022 电话: 5865797

本社网址 <http://www.gep.com.cn>

读者电子信箱 [master@gep.com.cn](mailto:master@gep.com.cn)

全国新华书店经销 广西地质印刷厂印刷

\*

开本 890×1240 1/32 11.875 印张 315 千字

2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1—5 000 册

ISBN 7-5435-3882-2/G·3034 定价: 20.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与承印厂联系调换

---

# 前 言

---

一般来说,数学教育的研究对象涉及三个主要问题,即“教什么”、“如何教”和“为什么要这样教”。由此,衍生出数学课程理论、数学教学理论和数学学习理论。从传统的数学教育的研究来看,人们关注的焦点是“教什么”和“如何教”,甚至存在把数学教育的研究对象定位在“如何教”的狭隘层面上的倾向,造成数学教育研究内涵的缺失。

从逻辑上分析,学习理论应该是课程理论和教学理论的基础。数学课程理论要研究教学内容、教学目标、教材编制和课程评价等问题,衡量教学内容选材的科学性、教学目标定位的准确性、教材编写构造的合理性、课程评价指标的客观性,都不能游离于教育对象之外。同样,数学教学理论涵盖的教学过程、教学原则、教学设计、教学方法、教学策略以及教学评价等研究内容,也只能构筑在对学习者

有充分研究的基础之上。

从某种意义上说,没有科学的学习心理理论,就没有科学的课程理论和教学理论。

### 二

其实,教育心理学的思想源远流长。在国内,古代的教育家和思想家,如孔子、孟子、荀子等论及的教育问题,都饱蕴着教育心理学观点。《论语》一书记载了孔子的教育思想和实践,其中“学而不思则罔,思而不学则殆”(《论语·为政》);“学而时习之”(《论语·学而》);“温故而知新”(《论语·为政》);“不愤不启,不悱不发”(《论语·述而》);“求也退,故进之;由也兼人,故退之”(《论语·先进》)等,都闪烁着教育心理学思想。

在国外,亚里士多德提出了灵魂和生命的肉体是不可分离的观点,认为人类的灵魂是一种高级灵魂,除了具有植物和动物的低级灵魂之外,人类还具有理性认识和思维能力,即理性的灵魂。为了顺应这三种灵魂,亚里士多德认为必须实施三方面的教育。首先,人有植物的灵魂,对人体进行肉体营养和繁殖,它通过体力锻炼不断完善;其次,人有动物的灵魂,人有感觉、愿望、知识,因智育而到达真理的大门;最后,人有理性的灵魂,它通过德育达到完善的境界。亚里士多德堪称是把古代哲学心理学与教育结合的典范,他的思想为德育、智育和体育的和谐发展提供了哲学心理学依据。

明确地提出将心理学作为教育学理论基础的人是德国教育家赫尔巴特,他的《普通教育学》(1806年)和《心理学教科书》(1816年)等著作中,充满着这一思想。例如,强调学生在过去经验中形成的统觉团对吸收有关新概念的作用;教师不应只传授知识,还应该唤起和刺激学生的统觉过程;教学的明了、联想、系统、方法四个阶段的内容,都把教学建立在心理学的基础之上,从而孕育了教育心理学。

19世纪末期,教育心理学作为一门独立的心理学分支问世。它的产生,除了赫尔巴特等人的前期工作奠基外,另一个主要原因

是心理学自身的研究在方法论方面有了转折,冯特实验室在莱比锡的建立是这种转折的标志,它开创了人类试图通过科学的方法系统地研究人的心理的先河。

在心理与教育相结合方面,桑代克作出了突出的贡献。1903年,他写成《教育心理学》一书,之后又相继出版了《教育心理学大纲》三卷,从而确立了西方教育心理学的名称和体系。

从教育心理学理论发展来看,基本上受心理学理论发展的牵引,从行为主义到认知心理学的沿革。

以桑代克、斯金纳为代表的行为主义者主张对心理的科学研究必须限定在对可观察的行为和能力加以控制的刺激条件上,把学习解释为是刺激与反应的联结,或者是反应与刺激的联结过程,学习的达成依赖于在不断的试误中去探索,依赖于反复地练习训练。这种以动物实验为基础建立的学习理论在20世纪上半叶占据学习心理学的主导地位。

随着格式塔心理学的崛起,人们逐渐开始对行为主义进行反思,特别是1950年以后,随着计算机科学的发展,人们开始尝试用计算机模拟人类的认知,将人的认知解释为个体对信息的加工过程,由此诞生了认知心理学及认知心理学学习理论。1960年后,心理学的研究主流转向认知主义,研究方法不再受定量分析的主宰,严格的质性研究以及案例研究重新引起了人们的关注,回溯到杜威、皮亚杰和维果斯基的认知的线索又重新凸显出来。在教育中,认知主义关注人类学习的内部心理,因而,知识的表征、知识的贮存、认知结构、元认知与自我监控、问题解决等问题,便成为学习心理学的研究主题。

将人类的认知过程等同于信息加工,这种简单的做法引起了人们的又一次反思。于是,许多心理学家对认知的本质做了进一步的解析,研究的焦点围绕对知识的本体认识。1980年,建构主义学习理论兴起。根据建构主义的观点,知识是个人或个人与社会建构的产物,学习者在认知、解释、理解世界的过程中建构自己的知识,在人际互动中通过社会性的协商进行知识的社会建构。

对信息加工理论反思的另一条线索是主张以生态学的观点解

释认知,强调研究自然情境中的认知,关注环境对认知的影响。1990年以后,研究情境认知和情境学习以及情境化人工智能的热潮在认知科学领域出现,认知科学家正试图努力突破信息加工理论的局限,更多地关注社会、历史、文化等外部因素对智能系统内部复杂的信息加工和符号处理的影响,并力求将模拟人类智能的人工智能研究推向一个新的高度。

### 三

数学教育心理学的研究在国外有较长的历史,可追溯到1922年桑代克发表的《算术心理学》一书开始。之后的数学教育心理学一直附庸心理学的研究,心理学家涉足较多,他们往往以数学知识作为研究材料来探究人的学习行为或认知心理,而与数学教学的联系不多。作为数学教育家去研究教学心理,又往往以数学学习的经验作为基点,采用思辨的方法分析对象,使数学学习的心理研究很难达到深层面。随着认知心理学的兴起,数学教育心理的研究状况有所改观,取得了一系列富有价值的成果。

苏联心理学家克鲁捷茨基从1956年至1967年间,对中小学生数学能力进行了系统深入的研究,其成果《中小学生学习数学能力心理学》堪称数学能力研究的一块里程碑。克鲁捷茨基不仅对数学能力成分、数学能力结构及数学能力的本质作了深入探讨,得到一个相对完整的理论体系,而且在研究方法上突破了传统的因素分析围栏,结合定性分析的质性研究,使其成果产生了世界性的影响。

贝格尔在1969年8月于里昂召开的第一届数学教育国际会议(ICME-1)上提出:“为了建立起一种数学教育的理论,我们需要借鉴物理学、化学、生物学等学科的研究方法……我们需要对教学的教和学做大量而仔细的、经验主义的观察,并以此为出发点,在观察中所见到的任何规律性的东西都将引出一假设,然后这些假设将由进一步的观察所检验、修正和明确起来。”贝格尔提出了他的研究信条:“只有变得更为科学化,我们才能达到改进儿童教育这个人文主义的目的。”在其后的几年中,贝格尔尝试着依照他



的信条行事,作了一系列教学与学习心理方面的实验研究,取得了一些有价值的成果。

将数学教育心理学作为专门研究课题始于20世纪70年代。1972年在英国埃克塞特召开的第二届国际数学教育大会(ICME-2)上,许多学者认为应当收集、梳理、综合世界各国有关数学教育心理的研究成果,明确今后的研究课题和方向。1976年在德国卡尔斯鲁厄召开的第三届国际数学教育大会(ICME-3)上,以色列数学教育家菲施拜因做了《关于数学学习过程的研究》专题报告,该报告总结了当时数学教学心理的研究状况,同时展望了研究的趋势。在这次会议上,成立了国际数学教育心理学组织(IGPME),菲施拜因当选为第一任主席。1977年在荷兰乌德列支召开的第一届国际数学教育心理学年会,标志着对数学教育心理的系统研究全面展开。

在这一期间产生了许多数学教育心理的研究成果,例如,《学习数学的心理学》(斯根普,1971)对数学的理解作了深入研究;《中学数学的教与学》(贝尔,1978)对一般教育心理理论与数学教育的结合方面作了全面阐释;《孩子们的数学理解(11—16岁)》(CSMS数学小组,1981)探讨了中学生对度量、数的运算、十进制小数、分数、正负数、比与比例、代数、图象、反射与对称、向量与矩阵等十个论题的理解层次,对数学学习心理的研究作了许多创新的工作;《数学问题解决》(舍费尔德,1985)将元认知概念引入数学解题,从而使数学问题解决的研究达到了一个新的理论高度。

20世纪90年代以来,国外又相继出版了一系列有影响的数学教学心理学著作:《建构主义观点下的数学教学》(戴维斯,1990)、《数学与认知:数学教育心理学国际小组的研究综述》(ICMI,1990)、《高级数学思维》(塔尔,1991)、《数学学习的改进》(白克豪斯,1992)、《数学教学研究手册》(格罗夫斯,1992)、《符合科学准则的数学教学理论》(比赫勒,1994)等。这些著作反映了国际数学教育心理研究成果,不仅对数学教育心理学的理论建构起到了推进作用,而且对数学教学的实践有直接的指导意义。

综观国外关于数学教育心理的研究,特别是近年来的研究成

果,可以看到有几个明显的特征:其一,突出了数学学习特有的认知规律。例如,维纳与赫升科维兹提出了“概念意象”和“概念定义”;塔尔于1989年提出“认知根源”和“高级数学思维”等,都是一般学习心理学中没有的术语。数学教育心理的研究逐步找到了自己需要研究的问题,明白了自身的定位,不再仅限于“一般心理学理论加数学例子”的低层次研究模式。其二,研究的内容更加丰富。小学、中学乃至大学的数学学习内容均被研究者涉足,特别是对高级数学思维的探索,突破了心理学家只将研究内容及对象局限于初级数学思维和小学生的视野。其三,在研究方法上,数学教育家逐步认识和接受了心理学家的研究方法,并将其创造性地应用于自己的研究工作中,不仅使研究更加深入,而且形成两个学科研究的合作与交融。其四,研究者愈来愈注重理论与实践的结合,把课题的选择定位在数学教学实践层面,同时又将研究的成果、建构的理论用于指导实践。

相比之下,我国的数学教育心理研究起步较晚。尽管如此,经过20年的努力,国内的研究也已有了一定的积淀,而且研究势头方兴未艾。从第一本论著《数学教学与学习心理学》(毛鸿翔,季素月,1988)出版至今的十多年中,相继出版了有关数学教育心理的论著十余本,此外,还有大量有关论文散见于各种数学教育杂志和心理学刊物中。应当说,经过数学教育界同仁的努力,我国数学教育心理学的研究经历了从无到有,从零星到系统,从表层到深层的探索之路,逐渐开拓了一个崭新的研究领域,而且也取得了一些有一定理论价值和实践意义的成果。

本书是汇向数学教育心理研究主流的一条小溪。

### 四

本书分为六章。

第一章讨论数学教育心理学的理论基础。对行为主义、认知主义、人本主义、建构主义以及情境认知理论的基本观点做了简介,同时对其相应的数学教育观作出剖析和反思。

第二章论述数学学习心理过程,包括认知和非认知两个层面。

在认知领域,主要对数学学习中的知识表征、迁移、自我监控及认知风格等内容作了探讨,同时介绍了一些研究案例。对于数学学习中的非认知因素,主要讨论动机和焦虑对数学学习的影响。

第三章分析数学教学心理的本质。以当代心理学理论为基础,结合数学教与学的特征,剖析了数学教学心理的本质。

第四章研究数学知识的教学心理。分为概念、命题、解题教学心理三个部分,最后一节对数学教学设计作了探讨。

第五章探讨数学能力。在对数学能力传统研究梳理的基础上,借鉴斯腾伯格的智力三元理论,对数学能力系统作了重构和成分分析。

第六章讨论数学教师心理。包括数学教师的认知结构、数学教师的能力结构和数学教师的教学风格等有关内容。

以下是本书写作的指导思想及构思。

第一,将数学教育心理的理论建立在心理学的理论之上。这主要有两个原因:一是数学教育心理迄今尚无系统和完整的理论体系,二是数学教育心理不可能完全游离于心理学的理论之外。数学教育心理学是数学教育学与心理学的交叉学科,其理论当然应建立在两者的理论之上,即使数学教育心理学长成了一棵大树,它依然根植于心理学的土壤。

第二,力求体现数学学与教的心理特征。数学学习必然有自身的特殊规律,这种特殊规律是在其他学科的学习中所不能表现的,否则,将数学教育心理作为一个专门的研究领域就没有实在的意义。本书中的数学知识分类、数学知识表征(CPFS 结构理论)、数学知识迁移、数学认知风格、数学概念教学、数学命题教学、数学解题教学、数学能力、数学教师的能力结构等内容,都对数学教学心理的特殊性作了研究,力图体现学科学习与教学心理特征。

第三,以认知心理学和建构主义理论作为贯通全书的主线。尽管近几年来情境认知理论异军突起,对认知心理学产生了冲击,但两者并不是相互对立的理论,而是对人类认知的探讨采取了不同的视角。情境认知理论是认知心理学的进一步发展,尚处于发展的初级阶段,许多方面仍需要进一步完善和证实。比如,该理论

没有明确地说明在各种复杂的学习环境中有效教学支持的特征,对认知依赖于情境的观点缺乏有效的实证支持等。相比之下,认知主义理论更加成熟和完善,它不仅建立了一套理论,而且也建立了一套研究方法,可操作性强。况且,由极端建构主义向社会建构主义过渡,事实上已达成了认知心理学与情境认知理论更多的共识。

第四,突出数学教育心理的研究性。数学教育心理学尚处于发展的初级阶段,有大量的问题需要研究。因此,本书在比较系统地介绍心理学的有关理论同时,除对数学教育心理特征的研究之外,在每一部分都提出了一些尚需研究的课题。另一方面,还举出了一些研究案例,旨在为读者提供一种参照,激励读者投身于数学教育心理的研究中去。

第五,对数学教育心理的研究方法缺少专门论述,这是本书主题无法涵盖的。但是,在一些章节中给出了常用的心理研究方法简介,另外,研究案例本身的意义就在于它蕴涵着某种研究方法,读者可从中体味。

需要说明的是,本书的许多思想、内容以及研究,取材于我的博士论文《数学问题解决认知模式及教学理论研究》(2002年),现编辑成书,旨在抛砖引玉,求教方家。

写完这本《数学教育心理学》,我有两点体会:一是力不从心,二是倍感压力。承蒙广西教育出版社副总编辑黄力平编审的鼓励,使我有了解写的勇气。我还要感谢我的硕士生导师,广西师范大学查鼎盛、徐树道两位先生,是他们把我领进了数学教育研究的大门;感谢我的博士生导师,南京师范大学单遵、杨启亮两位先生,是他们将我扶上了数学教育研究的一个更高平台。诸位先生的人格、德行、学问,是我终生的楷模,也是我终生的追求。

最后,我向本书所引用的参考文献的作者表示诚挚的谢意。

作者于南京师范大学

# 目 录

前 言 .....	( 1 )
第一章 数学教育心理学的理论基础 .....	( 1 )
第一节 基于行为主义的数学教育心理理论 .....	( 2 )
一 行为主义学习理论的基本观点 .....	( 3 )
二 基于行为主义的数学教育观 .....	( 6 )
三 对行为主义数学教育心理理论的反思 .....	( 10 )
第二节 基于认知主义的数学教育心理理论 .....	( 14 )
一 认知主义学习理论的基本观点 .....	( 14 )
二 基于认知主义的数学教育观 .....	( 19 )
三 对认知主义数学教育心理理论的反思 .....	( 24 )
第三节 基于人本主义的数学教育心理理论 .....	( 27 )
一 人本主义学习理论的基本观点 .....	( 27 )
二 基于人本主义的数学教育观 .....	( 30 )
三 对人本主义数学教育心理理论的反思 .....	( 35 )
第四节 基于建构主义的数学教育心理理论 .....	( 37 )
一 建构主义学习理论的基本观点 .....	( 38 )
二 基于建构主义的数学教育观 .....	( 43 )
三 情境认知理论:认知主义与建构主义的融合 .....	( 49 )

<b>第二章 数学学习心理过程及研究</b> .....	( 54 )
<b>第一节 数学知识的表征</b> .....	( 55 )
一 知识的广义分类与表征 .....	( 55 )
二 数学知识的分类与表征 .....	( 65 )
三 数学知识表征的 CPFS 结构 .....	( 68 )
四 数学知识表征研究 .....	( 77 )
<b>第二节 数学学习中的迁移</b> .....	( 83 )
一 学习迁移的一般理论 .....	( 84 )
二 影响数学学习迁移的因素 .....	( 90 )
三 数学学习迁移研究 .....	( 99 )
<b>第三节 数学学习中的自我监控</b> .....	( 103 )
一 元认知的基本理论 .....	( 103 )
二 数学学习中自我监控的作用 .....	( 108 )
三 数学学习自我监控能力研究 .....	( 115 )
<b>第四节 数学学习风格</b> .....	( 123 )
一 学习风格的基本理论 .....	( 123 )
二 数学学习认知风格 .....	( 125 )
三 数学学习风格研究 .....	( 133 )
<b>第五节 数学学习中的非认知因素</b> .....	( 135 )
一 非认知因素概述 .....	( 135 )
二 非认知因素对数学学习的影响 .....	( 137 )
三 数学学习中非认知因素研究 .....	( 144 )
<b>第三章 数学教学心理的本质分析</b> .....	( 148 )
<b>第一节 数学知识的建构</b> .....	( 148 )
一 数学学习是知识建构的过程 .....	( 148 )
二 学生是知识建构的主体 .....	( 153 )

---

三	教师是促进学生知识建构的主体 .....	(155)
第二节	数学认知结构的形成 .....	(161)
一	数学学习是完善个体认知结构的过程 .....	(161)
二	学生是建立数学认知结构的主体 .....	(166)
三	教师是促进学生完善认知结构的主体 .....	(168)
第三节	数学教学的监控过程 .....	(173)
一	数学教学是一种伴随着监控的过程 .....	(173)
二	学生是学习的内部监控主体 .....	(176)
三	教师是教学的外部监控主体 .....	(179)
第四节	数学教学是促进人全面发展的过程 .....	(182)
一	数学的育人功能 .....	(182)
二	在数学教学中促进学生的全面发展 .....	(185)
第四章	数学知识的教学心理 .....	(191)
第一节	数学概念教学心理 .....	(192)
一	概念学习的一般理论 .....	(192)
二	数学概念学习的认知分析 .....	(200)
三	数学概念教学心理研究 .....	(209)
第二节	数学命题教学心理 .....	(213)
一	命题学习的一般理论 .....	(213)
二	数学命题学习的认知分析 .....	(215)
三	数学命题教学心理研究 .....	(228)
第三节	数学问题解决教学心理 .....	(231)
一	问题解决的一般心理理论 .....	(232)
二	数学问题解决的认知分析 .....	(235)
三	数学解题教学心理研究 .....	(252)
第四节	数学教学设计 .....	(253)

一	教学设计的基本概述 .....	(253)
二	数学概念教学设计 .....	(258)
三	数学命题教学设计 .....	(262)
四	数学解题教学设计 .....	(264)
五	研究性学习及教学设计 .....	(268)
<b>第五章</b>	<b>数学能力 .....</b>	<b>(274)</b>
第一节	数学能力研究的传统 .....	(275)
一	数学能力的研究概述 .....	(275)
二	对传统数学能力研究的反思 .....	(280)
第二节	对数学能力的再认识 .....	(284)
一	斯腾伯格智力三元理论的启示 .....	(284)
二	数学能力系统的重构 .....	(291)
第三节	数学能力的成分分析 .....	(296)
一	共通任务能力的成分分析 .....	(296)
二	特定任务能力的成分分析 .....	(303)
第四节	数学能力研究的若干问题 .....	(318)
一	数学能力研究课题 .....	(318)
二	数学能力的测量 .....	(321)
<b>第六章</b>	<b>数学教师心理 .....</b>	<b>(330)</b>
第一节	数学教师的认知结构 .....	(330)
一	数学教师认知结构的基本要素 .....	(331)
二	专家教师与新手教师的认知结构差异 .....	(336)
三	对数学教师认知结构研究的一些思考 .....	(337)
第二节	数学教师的能力结构 .....	(338)
一	数学教师的能力成分分析 .....	(340)



---

二	对数学教师能力结构研究的一些思考 .....	(346)
第三节	数学教师的教学风格 .....	(350)
一	教学风格的类型 .....	(350)
二	数学教学风格与数学学习风格 .....	(352)
第四节	数学教师的人格特征 .....	(356)
主要参考文献 .....		(361)