



加权子空间拟合算法 理论与应用

孙超 李斌 著

西北工业大学出版社

加权子空间拟合算法 理论与应用

孙 超 李 斌 著



—— 西北工业大学出版社

1994 年 7 月 西安

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 本书系统地介绍加权子空间拟合算法的理论及其在信号方位估计问题中的应用。加权子空间拟合算法是高分辨技术中新涌现出来的一种方法。它从数学角度概括了多种重要的高分辨算法及技术,并给出了估计方差最小这种意义上的最佳加权矩阵,从而导出了迄今为止性能最优的高分辨算法。它将应用于雷达、声呐、地震勘探以及医学等诸多领域。

本书主要包括:基阵信号处理问题的数学表述,信号方位的多维估计的概念,子空间拟合问题的提出,多种高分辨算法的统一表述,加权矩阵的引入,最佳加权矩阵的导出,最佳加权子空间拟合算法的实现方法,以及该算法在高分辨方位估计问题中的应用实例。

本书可供从事基阵信号处理及高分辨谱估计专业的教师、科技人员、研究生以及高年级本科生阅读参考。

加权子空间拟合算法 理论与应用

孙超 李斌 著

责任编辑 刘国春

责任校对 齐随印

*

© 1994 西北工业大学出版社出版发行
(710072 西安市友谊西路 127 号 5269046)

全国各地新华书店经销

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0665-8/TN·30

*

开本 850×1168 毫米 1/32 7.625 印张 134 千字

1994 年 7 月第 1 版 1994 年 7 月第 1 次印刷

印数: 1—500 册 定价: 13.00 元

购买本社出版的图书,如有缺页、错页的,本社发行部负责调换。

前言

对基阵信号处理的研究，早在第二次世界大战期间就已开始。当时，为了探测和跟踪敌方飞机，人们开始使用基阵信号处理技术。随着雷达技术的发展，基阵信号处理技术在军事领域得到了广泛的应用。在民用领域，基阵信号处理技术也被广泛应用于通信、导航、遥感等领域。随着计算机技术的飞速发展，基阵信号处理技术的研究和应用得到了进一步的推动。目前，基阵信号处理技术已经成为信号处理领域的一个重要分支，并在许多领域发挥着越来越重要的作用。

基阵信号处理有相当长的历史，而高分辨技术则是该领域的新兴研究方向。但是，自从本世纪 60 年代末问世以来，高分辨技术便以其对多信号的高分辨能力以及对信号参数的高精度估计而统治着基阵信号处理这一古老的研究领域，并显示出广泛的应用前景。

波束形成法是基阵信号处理中的经典方法，其分辨能力受到瑞利准则的约束。提高基阵分辨力的唯一方法是加大基阵的孔径，但这种努力往往受到实际条件的限制。改善某一给定基阵的分辨能力这一想法激励着人们开始了对高分辨技术的研究。

高分辨技术的发展过程经历了几个重大突破，其中最具代表性的是信号子空间类算法的出现和加权子空间拟合类算法的提出。前者从几何角度剖析了方位估计问题的本质，将观测空间划分为互相正交的信号子空间和噪声子空间，利用这一正交性将基阵的分辨能力提高到了一个新的阶段。而后一类算法的提出则主要基于代数

上的分析与推导,用求解最小值的方法导出了最佳加权矩阵,从而得到了估计误差最小意义上的最佳加权子空间拟合算法。这种方法依赖于对空间的多维搜索,解决了基阵信号处理问题中一直困扰着人们的相干源问题。为获取高分辨力而付出的代价是复杂且繁重的数学运算。但是,随着电子元器件的不断发展以及计算机的更新换代,已经有可能在较短的时间内完成高分辨算法中的巨大运算量,从而使这些算法有可能在实际中找到应用场所。

本书是作者在高分辨技术领域中所做研究工作的总结。由于所做的工作有限,而算法研究领域的成果又日新月异,写一本这方面的专著,尤其是关于一个新出现的算法的书,考虑难免不周。在种情况下,之所以鼓足勇气提起了笔,目的在于想及早将这一方面的研究成果介绍给有兴趣的读者。若能为有关的研究人员提供一些帮助或启发,并从他们那里得到提高与完善,作者的愿望也算得到了实现。由于时间仓促和作者水平有限,书中难免存在有错误和不足之处。在此,作者恳请广大读者给予批评与指正。

本书的主要内容如下:

第一章论述了基阵信号处理的历史,高分辨技术的发展过程及现状,并介绍了几种典型的高分辨算法。

第二章简单介绍了基阵信号处理和高分辨算法必备

的线性代数与矩阵论方面的知识。内容包括向量空间、投影矩阵、矩阵的特征分解和奇异值分解、最大似然估计器的两种形式,等等。

第三章讨论基阵信号处理问题的数学构成。内容包括有对基阵、传播介质、信号、噪声的假设条件,信号和噪声模型,信号的相关性,有限数据采样对相关性的影响,以及信号方位的多维估计的概念,等等。

第四章的主要内容是子空间拟合类算法。在多种高分辨算法的统一数学表述的基础上,引入了加权矩阵,并推导了给出最小估计误差意义上的最佳加权矩阵,从而得到了这种意义上的最佳加权子空间拟合算法。

第五章涉及加权子空间拟合算法的实现方法,讨论了算法的迭代形式,初始化过程,步长的选取以及迭代的终止判据,并给出了算法的流程框图以及计算机仿真结果。

第六章是加权子空间拟合算法的应用举例,介绍了该算法应用于一个空气声呐基阵的测量数据时的结果。

本书主要以作者攻读博士学位期间的研究工作为依据。借此机会再次表达对我的博士导师、英国拉夫堡大学的 J. W. R. Griffiths 教授的感谢与敬意,感谢拉夫堡大学声呐研究组同事们的帮助。西北工业大学是我的母校,在这里我接触到了自己喜爱的专业,并有幸在这一领域从事研究工作,我深深地感谢母校以及所有培育过

我的老师。本书的出版得到西北工业大学首届出版基金的资助，并且出版社的领导和编辑也对本书的出版给予了关怀和支持，并付出了辛勤的劳动，在此我深表谢意。同时，本书的出版也得到了留学归国人员科研启动基金和博士后日常经费的支持。

最后我想说明的是，在撰写此书的过程中曾借鉴了其他研究者的成果。在进行第六章所描述的实验时，李斌在试验系统的研制与调试中做了许多具体的工作，协助进行了最后的测试及分析，并完成了该章的撰写工作。谨以此书献给我的老师和同仁。

著者

1993年10月

目 录

第一章 引论	1
§ 1.1 历史回顾与高分辨技术的发展过程	2
§ 1.2 几种典型的高分辨算法	12
第二章 数学辅助知识	34
§ 2.1 向量和矩阵	34
§ 2.2 有关向量空间的几个概念	42
§ 2.3 投影矩阵和最小均方解	49
§ 2.4 特征分解与奇异值分解	56
§ 2.5 最大似然估计器的两种形式	59
第三章 基阵信号处理问题的形成	65
§ 3.1 假设条件	65
§ 3.2 基阵信号处理问题的数学表述	81
§ 3.3 信号方位的多维估计	89
第四章 子空间拟合类算法	93
§ 4.1 特征结构类算法	95
§ 4.2 变量可分离的非线性最小平方问题	99

§ 4.3	子空间拟合的基本问题及子空间拟合方法	101
§ 4.4	加权矩阵的引入	105
§ 4.5	最佳加权矩阵的推导	107
§ 4.6	子空间拟合方法的渐近分析	110
第五章 最佳加权子空间拟合算法的实现和计算机仿真		
§ 5.1	无约束最优化问题	115
§ 5.2	算法的迭代形式	122
§ 5.3	V' 和 H 的推导	125
§ 5.4	算法的初始化过程	137
§ 5.5	算法迭代形式的实现	147
§ 5.6	计算机仿真	157
第六章 应用举例		
§ 6.1	实验系统的描述	172
§ 6.2	实验设计	180
§ 6.3	实验实施及结果分析	183
§ 6.4	小结	231
参考文献		

第一章

引 论

基阵信号处理解决的主要问题是：如何从背景噪声中检测信号并估计信号的参数，如方位、波形、载频等等。这个领域的研究经历了一个漫长的发展过程，但有突破性进展也仅仅是在本世纪 60 年代以后。由于实际应用环境的需要，使用了近两个世纪的经典方法在许多方面逐渐暴露其弱点，而其中最为迫切需要解决的便是基阵的分辨能力问题。改善基阵的分辨能力这一愿望激励着研究工作者在这一领域中从事了大量的研究工作，并最终导致了所谓高分辨算法或高分辨技术的出现。尽管高分辨技术的历史仅是基阵信号处理历史的十分之一久远，但自它问世以来近 30 年的时间里，基阵信号处理领域的进展却是日新月异的。理论上，从不同角度提出的、代表不同内在哲理的算法不断地涌现出来。与此同时，在

应用领域的研究中，人们也在尝试着采用不断更新的电子技术领域的成果来实现这些算法，以达到算法研究的最终目的——实际应用。在这一章里，我们将简单地回顾基阵信号处理的历史，介绍高分辨技术的发展过程及现状，并讨论几种典型的基阵信号处理方法。

§ 1.1 历史回顾与高分辨技术的发展过程

基阵信号处理的历史很长，至少可以追溯到 18 世纪后半叶。基阵的问世使得空间信号处理中的单个接收传感器（阵元）被由多个阵元组成的基阵取代。由于多个阵元组成的基阵比同样特性的单个阵元具有更好的指向性，因此它可以更好地确定信号的入射方位，同时也可将输出信噪比提高一个与阵元个数成正比的倍数。最早出现的基阵信号处理方法是所谓的波束形成法或称波束扫描法。在这种方法中，基阵的输出是各个阵元输出的简单的加权求和，通过调整权系数可以在希望的响应方向上形成波束，而对其余的方向产生较小的响应。以这种方式对整个观测空间作波束扫描即可确定信号的方位。这种方法固然简便，易于实现，却有着很大的局限性。它无法分辨两个靠得较近的信号，更无法确定它们各自的方位。而且，即使只存在单个信号，如果信号强度较弱，或是有较强的干扰存在，信号也有可能被淹没

在背景噪声中，或是强干扰被误认为是信号，从而使基阵无法正确地判定信号的方位。

常规波束形成法 (Conventional Beam-Forming method-CBF) 所用的基阵是均匀分布线列阵，也就是等间隔分布在一条直线上的特性相同的阵元构成的基阵。如果基阵中的阵元均是各相同性的，那么，这样一个基阵的分辨率取决于基阵的尺寸，也就是说，取决于基阵中阵元的个数以及阵元间的距离。对于基阵远场中的两个点信号源，仅当它们之间的角度分离大于基阵孔径的倒数时，它们方可被分辨开 (这就是瑞利准则)。在常规的波束形成方法下，要想提高一个基阵的分辨率，或是要增加基阵中阵元的个数，或是要增大阵元间的距离，从而增大基阵的有效孔径。但是这种努力的程度通常是有限的，因为增加基阵中阵元的个数会提高基阵的成本，而增大阵元间的距离又可能引入次极大 (以均匀线列阵为例，当阵元之间的距离大于基阵工作频率对应的波长的一半时，基阵的指向性图就会在正前方 180° 的观测范围内出现不止一个的最大响应值点，这会影响对信号方位的正确判定)。而且，基阵的尺寸往往要受到实际因素的限制，而不可能做得很大。基阵的分辨率受到瑞利准则的限制，这是常规波束形成法的一个固有的主要问题，是这种方法自身无法克服的。

Burg 于 1967 年提出的最大熵谱法 (Maximum En-

trophy Method—MEM) 标志着在改善基阵分辨率方面所做工作取得成果的开始。最大熵谱法是对时域信号所做的研究工作的结果, 但它在与时域分析有着对应关系的空域信号处理中也找到了很好的应用场所。这种方法通过用一个 AR (Auto—Regression) 模型与所给数据 (测量数据) 的拟合, 修正了常规波束形成法中对未知的自相关项的零值假设。它利用已知的自相关项做外插, 估计未知项的值, 从而增加了非零值的自相关项的个数。在基阵信号处理中, 这等效于增加了基阵的有效孔径, 因此改善了基阵的分辨率。与常规波束形成法一样, 最大熵谱法通过对空间扫描构造了一个空间方位谱, 信号的方位由谱中的峰值位置确定。

Capon 于 1969 年提出的方法也是对常规波束形成法的一种修正。他的方法虽然最初被称作最大似然法 (Maximum Likelihood Method—MLM), 但它仅是真正意义上的最大似然法在一维信号估计问题中的一种特例。为区分方便, Capon 的方法经常被称为最小方差法 (Minimum Variance Method—MVM)。Capon 在研究中发现, 基阵在某一方向上的响应输出由那个方向上的输入激励以及其它方向上的贡献共同构成。他的方法的基本思想就是保证期望方向上基阵的响应为 1, 同时减小基阵输出中的干扰, 从而改善基阵的分辨率。这同样是一种谱估计的方法, 信号方位由构造所得的空间方位谱

的峰值位置估计得到。和常规波束形成法相比, Burg 和 Capon 的方法都提供了更好的分辨率, “高分辨”这一术语也应运而生。但是, 这两种方法仅仅是对常规波束形成法作了修正, 着眼点在于如何从一种直观的角度来增加对已知信息的利用程度, 从而提高基阵对信号的分辨能力。然而, 估计问题的内在结构仍是一个谜。这一方向上研究工作的先驱是 Liggett 和 Brillinger。他们将已被深入研究过的统计学中的因素分析 (factor analysis) 技术与基阵信号处理联系了起来, 对估计问题提出了新的方法。而 Pisarenko 将三角矩 (trigonometrical moment) 问题中的 Caratheodory 定理引入到复数运算中, 对同一问题提出了不同的方法。与此同时, Berni 独立地提出了一种类似的方法, 但更直接、更方便些。Schmidt 以及 Bienvenu 和 Kopp 分别对 Pisarenko 的方法做了推广和修正, 导出了基阵信号处理中具有划时代意义的一类算法——特征结构法或称信号子空间法。而这类算法中的典型代表是 Schmidt 的多重信号特征法 (Multiple Signal Characteristics—MUSIC)。多重信号特征法从几何角度剖析了估计问题的内在结构。该方法将观测空间化分为信号子空间和与之正交的噪声子空间。信号子空间由基阵接收到的数据协方差矩阵中与信号对应的特征向量张成, 而噪声子空间则由

该协方差矩阵中所有与最小特征值（噪声方差）对应的特征向量张成。多重信号特征法利用这两个互补空间之间的正交性来估计信号方位。这种方法仍是一种谱估计方法，噪声子空间的所有向量都被用来构造谱估计器，所得空间方位谱中的峰值位置指示信号方位的估计。多重信号特征法大大提高了基阵的分辨率，同时也撤除了对基阵的几何形状上的约束。不必像在常规波束形成法、最嫡谱法和最小方差法中那样，要求基阵是均匀线性的。多重信号特征法可应用于任意形状的基阵和特性不相同的阵元，需要知道的只是基阵的几何构成以及阵元的特性，并且信号源也不必是不相关的，只要它们不完全相关，即相干。

在同一时期，Reddi 提出了仅可用于均匀线列阵的一种不同的方法。他的方法后来被 Kumarensan 和 Tufts 加以解释并做了修正，发展成为特征结构类方法中的另一种典型方法——最小范数法 (Minimum Norm Method—MNM) 或称 KT 方法。这种方法与多重信号特征法的主要区别在于，在构成空间方位谱时所用的不是全部的噪声特征向量，而是一个单个向量。该向量可从噪声特征向量的线性组合得到，也可利用正交性，从信号特征向量的线性组合得到。同样，信号方位的估计由空间谱中的峰值位置确定，而峰值的出现则是信号子空间与噪声子空间的正交性产生的。由于构成空间谱时只用了一

个向量,这种方法的速度相应地要高一些。信号方位估计算法发展到这一阶段,除最古老的常规波束形成法以外,其余所有的方法都有一个共同的缺点,就是它们无法解相干信号源。到目前为止提到的几种高分辨率算法,其高分辨能力均与基阵的采样协方差矩阵有关。当强相关信号源或相干信号源存在时,基阵的采样协方差矩阵是病态的或是降秩的,从而导致这几种高分辨算法不能发挥其作用。从算法角度来讲,求解相干信号源的唯一方法就是对所有存在的信号源作齐次搜索。最大似然估计法即是具有这种能力的多维算法之一。但是,由于一时还找不到求解多维算法中的非线性最小值问题的有效方法,庞大的计算量使得人们对可解相干信号源的多维算法望而却步,转而寻找其它的方法与技术以解决相干信号源的问题。

在对信号方位估计技术做了深入研究以后,Evans等人提出了空间平滑技术。这种平滑技术的目的就在于恢复因相干信号的存在而导致的基阵协方差矩阵的降秩,从而使高分辨算法在相干信号源存在的情况下能够正常工作。在这种技术中,均匀分布的线列阵被依次划分为几个等长度的相互重叠的子阵。估计每一个子阵的协方差矩阵,并对所有子阵上的协方差矩阵求平均构成一个修正的协方差矩阵。用该修正的协方差矩阵替代基阵协方差矩阵用于高分辨算法中,则可使高分辨算法

对相干源也具有非常吸引人的分辨能力。由于修正协方差矩阵的维数与子阵中阵元的个数相同，而子阵中阵元的个数又与子阵的个数有关，子阵的个数又受相干源个数的约束，所以使用空间平滑技术会降低基阵的有效孔径，尤其是在相干源个数较多时，降低的程度更为严重。为了提高基阵的有效孔径，Evans 等人又提出了修正的空间平滑技术。与此同时，许多研究者也在该研究方向上做了不少尝试，并提出了相应的方法和方法。

涉及相干源问题，常规波束形成法要比最大熵谱法、最小方差法、多重信号特征法和最小范数法优越。这种经典的方法在空间构成一个波束，用该波束对观测空间扫描，可以得到基阵对不同方位的响应，然后依据这种响应的强弱来确定信号的方位。显然，这种方法并不受信号源之间相关性的约束。即使两个信号是完全相关的，只要其入射方向不同，它们就被当作不同的信号对待。而是否可以正确地检测信号并估计其方位，主要取决于两个信号源相对基阵的入射角间的分离程度。当两个信号源间的距离足够大时（大于基阵孔径的倒数），常规波束形成法可以给出任意相关程度的信号源的方位估计。随着信号源间距离的减小，不论信号源是否相关，这种方法都无法工作。为了利用常规波束形成法对相关信号源的求解能力，Clarke 提出了一种新算法，对常规波束形成法进行充分利用。这种算法称作递增阶数多参数估计