



普通高等教育“十一五”规划教材

信号处理基础

杨浩 编著

 科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书是针对电气工程及其自动化等非通信专业本科培养要求编写的,重点突出信号与系统的基础知识和基本方法,内容以讲述信号处理与系统的工程背景和物理意义为主,有少量必要的推导。全书分为5章。第1章介绍了信号、系统的基本概念和典型信号;第2章介绍了单输入单输出系统的时域分析方法和卷积计算;第3章介绍了各类信号的傅里叶分析理论和采样定理;第4章介绍了离散傅里叶变换及其快速算法原理;第5章介绍了 z 变换和离散系统的 z 域分析方法和理论。

本书适合按36~48学时讲授,前期课程应该已经讲授完“微积分方程”和“拉普拉斯变换”以及“傅里叶积分”等内容。本书可作为强电类信息专业学生的“信号与系统”课程的教材或学习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号处理基础/杨浩编著. —北京:科学出版社,2008
(普通高等教育“十一五”规划教材)
ISBN 978-7-03-020077-8

I. 信… II. 杨… III. 信号处理-高等学校-教材 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 015715 号

责任编辑:巴建芬 于宏丽 / 责任校对:张怡君
责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏志印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年2月第一版 开本:B5(720×1000)

2008年2月第一次印刷 印张:9 1/2

印数:1—3 500 字数:130 000

定价:18.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

作者讲授“信号与系统”和“数字信号处理”课程已有 10 多年的时间，多年以来一直有编写本书的冲动，然而限于作者的水平，真正做起来心里仍感觉诚惶诚恐。关于“信号与系统”的教材和专著已有许多，其中不乏优秀之作，它们都是我学习、研究和讲授信号处理理论的主要知识来源，也是在上课时极力向学生推荐的教材和参考书。然而，由于各个学校的培养计划和课程体系有所不同，讲课的内容和顺序也有所不同，每次上课，学生总是要求复印讲义给他们，甚至许多在读研究生也来要讲义，于是决定还是将讲义编写成教材出版。

本书是为强电类专业学生“信号与系统”课程编写的教材，之所以取书名为“信号处理基础”，而没有沿用通用的书名“信号与系统”，原因是本书并不完整地包含传统意义上的信号与系统的内容，如拉普拉斯变换、系统的状态空间分析等内容，但包含了部分通常在“数字信号处理”课程中讲授的内容，如快速傅里叶变换等。这样编排教材的目的是使学生通过本课程的学习，能够得到关于信号、系统以及处理理论的一些基本知识，为其以后的深入研究和应用奠定良好的基础。

拉普拉斯变换、傅里叶变换、状态分析方法等这些基本数学方法是电气工程领域的科学基础，通常这些内容在“电路原理”、“信号与系统”和“自动控制原理”等课程中都会涉及，以往的教学中每门课程也都有讲授，但都不深入。近年来掀起的教学改革浪潮，大大地缩减了本科课堂教学学时，因此课程教学内容的相互衔接和相互支撑就变得极为重要了。本书是针对国内大多数高校电气工程专业的培养计划而编写的，将拉普拉斯变换重点放在“电路原理”课程中讲解，并在后面的课程适当地复习性讲授，傅里叶变换和 z 变换重点在“信号与系统”课程中讲解，而状态空间分析方法则主要在“自动控制原理”课程中讲授。经过几年来的教学实践表明，这样的课程衔接是合理的、有效的。

编写一本优秀的教材需要很高的学术水平和实践经验，需要花费很大的精力。由于作者的水平限制，要编写一本超越他人的教材是困难的。作者力图在内容论述上具有自己的特色，主要表现在以下几个方面：

(1) 本书在内容上没有包含诸如拉普拉斯变换这样一些传统的“信号与系统”课程的内容，而包含了部分像快速傅里叶变换这样的“数字信号处理”课程的内容。

(2) 本书力求简明扼要，篇幅短小，所有例题和讲述不涉及“电路原理”的

电路分析理论，可独立于“电路原理”课程讲授。

(3) 公式、定理的讲述避免烦琐的数学推导，力求从工程背景和物理意义解释其含义，需要了解这些推导的同学可以参考其他书籍自学。

本书的编写得到了张占龙、张淮清两位博士的帮助，他们对许多内容提出建议并做了修订工作，李培蓉硕士为本书习题的编撰做了大量工作，在此对他们表示深深的谢意。在本书出版之际，我要特别感谢所有使用本书的同学们，他们的支持才是编写本书的真正动力。

作者

2007年11月于重庆大学

目 录

前言

绪论	1
第 1 章 信号与系统的基本概念	3
1.1 信号的定义	3
1.2 信号的分类	4
1.3 周期信号与非周期信号	6
1.4 能量有限信号与能量无限信号	7
1.5 常见的典型信号	8
1.5.1 连续信号	8
1.5.2 离散信号	14
1.6 信号的分解	17
1.6.1 信号的脉冲分解	18
1.6.2 信号的正交函数分解	19
1.7 系统	21
1.7.1 连续时间系统的描述	22
1.7.2 离散时间系统的描述	22
1.7.3 系统的基本运算单元	23
1.8 系统的分类	25
习题	29
第 2 章 单输入单输出系统的时域分析	32
2.1 概述	32
2.2 连续系统的时域分析	32
2.3 离散系统的时域分析	36
2.4 系统的单位冲激响应与单位样值响应	41
2.4.1 连续系统的单位冲激响应的求解	41
2.4.2 离散系统的单位样值响应的求解	43
2.5 卷积	45
2.5.1 卷积的计算	45

2.5.2 卷积的性质	49
习题	52
第3章 傅里叶变换	54
3.1 概述	54
3.2 信号的傅里叶变换	56
3.3 傅里叶变换的性质	64
3.4 卷积定理	71
3.5 周期信号的傅里叶变换	76
3.6 抽样信号的傅里叶变换与抽样定理	77
3.6.1 时域抽样	77
3.6.2 频域抽样	80
3.6.3 抽样定理	82
习题	84
第4章 离散系统分析和离散傅里叶变换	86
4.1 离散信号的傅里叶变换	86
4.2 周期序列的傅里叶级数(DFS)	89
4.3 离散傅里叶变换(DFT)	92
4.4 快速傅里叶变换	100
4.4.1 按时间抽取的FFT算法	102
4.4.2 按频率抽取的FFT算法	106
习题	110
第5章 z变换	113
5.1 概述	113
5.2 z 变换的定义及其收敛域	113
5.3 序列 z 变换的基本特性	115
5.3.1 有限长序列	115
5.3.2 右边序列	116
5.3.3 左边序列	118
5.3.4 双边序列	119
5.4 z 变换的性质	120
5.4.1 线性特性	120
5.4.2 时移特性	120
5.4.3 z 域微分特性	121

5.4.4 z 域尺度变换特性	121
5.4.5 时域卷积特性	122
5.4.6 初值定理	122
5.4.7 终值定理	122
5.5 典型序列的 z 变换	123
5.6 逆 z 变换	125
5.6.1 留数定理法	125
5.6.2 幂级数法	127
5.6.3 部分分式法	131
5.7 系统分析	133
5.8 系统频率响应与系统零极点的关系	137
习题	142
参考文献	144

绪 论

信号处理技术来源于人们的生产实践。信息交流是人类社会发展必需的自然活动,原始社会人们用声音和手势来表达思想和传递信息,使得人类社会具有比其他动物群体更强的生存和发展能力。

在人类社会的发展中,信息交流起到了关键作用。社会的存在和发展需要群体的协同劳动,信息的传递和处理是社会(群体)协同工作的纽带。在生产劳动中,人类形成了语言,创造了文字。人们用语言交流感情,表达思想;用文字记录往事,传达信息,积累经验。在原始社会,由于人类的科学技术水平低下,信息交流往往依赖于生理上的感知能力。

19世纪初,电报的发明使得信息的传递远远超出了人的生理感知空间。20世纪50年代,数字计算机的发展和成熟使得人类不仅在信息的交流上超越了人的生理感知范围,而且对于信息处理也超越了人的能力。数字计算机的普及和数字技术的发展使应用机器进行信息处理变得越来越高效和普遍,使得现代人类社会的劳动效率有了极大的提高。社会对于信息传递和处理的依赖性也更强,以至于信息处理技术水平的高低被视为社会发展水平的标志,由此可见信息处理对人类社会发展的重要性。

信号处理技术已经在工业、农业、医学、社会科学、自然科学、人文科学等各个领域得到普遍应用。在电气工程领域中,信号处理主要包含:谐波的检测、电压(电流)检测、频率检测和故障诊断等几个方面。在未来完全竞争的电力市场,信息化建设将成为电力企业提升核心竞争力的关键所在。电气工程领域中需要大量熟悉信号处理知识的高级技术人才,原先作为通信专业基础课程的“信号与系统”和“数字信号处理”已经成为电气工程等强电类专业的基础课程。

考虑到强电类专业学生将来主要是应用信号处理技术,特别是数字信号处理技术解决本专业学科领域的信号处理问题,因此将信号处理的知识分为三个层次的课程讲授:“信号处理基础”、“数字信号处理”和“电气工程信号处理技术”。“信号处理基础”讲授信号处理的基础理论和基本应用技术;“数字信号处理”课程是“信号处理基础”的更高层课程,主要讲授谱分析技术和滤波器设计技术;“电气工程信号处理技术”则是针对专业领域中信号处理的特点讲授常用信号处理应用技术。在专业培养计划中,后两个层次的课程可作为学生的选修课程,为学生在信号处理领域的研究发展提供了一个学习平台。

根据上述专业培养方案,“信号处理基础”课程包含了信号与系统的一些最为

基本的知识,这些知识应该是学习数字信号处理理论所必需的,另外增加了数字信号处理的基础知识内容,即包含了离散傅里叶变换和快速傅里叶变换的基本思想,以及离散系统的 z 域分析理论。目的是通过本课程的学习,学生能基本掌握信号处理,特别是数字信号处理的基本知识和概念,为其将来进行深入研究和应用奠定必要的基础。

全书分为5章内容。第1章阐述信号、系统的定义和分类,介绍信号分解的基本思想;第2章介绍单输入单输出系统的时域分析方法,将连续时间系统分析理论和离散时间系统分析理论并行讲授,便于学生相互参考理解,突出彼此之间的异同;第3章介绍各类信号的傅里叶分析理论和采样定理;第4章介绍离散傅里叶变换及其快速算法,以及离散信号的一些基本处理方法;第5章介绍 z 变换和离散系统的 z 域分析方法和理论。

第 1 章 信号与系统的基本概念

本课程的名字叫“信号处理基础”，中心内容就是讲授“信号”与“系统”两个概念，以及“信号”与“系统”的基本分析方法。

1.1 信号的定义

实际上大家对信号并不陌生，因为在我们的日常生活中经常会与各种各样的信号打交道，如十字路口的红绿灯时刻发出指挥交通的信号，教学楼里的铃声发出上课或下课的信号，报纸杂志上的文字传递着知识和事件发生的信号。信号的形式是各式各样的，红绿灯发出的是光信号，教室里的铃声是声信号，报纸杂志登载的是文字信号或图片信号。不管信号的形式如何，它们都有一定的意义，即信号总是传递着某种信息。准确地说，信号就是承载信息的事物。那么什么是信息呢？通常称有价值的消息为信息，而消息就是关于情况的报道，所谓情况就是事物发展的状态。

“信号”包含两个要素：“事物”和“信息”。“事物”是信号的表象，“信息”是信号的内涵。在实际工程中，我们接触到的信号都是以某种形式表现的物理过程。所谓过程就是事物发展或物理量的变化进程，如灯光的明暗变化、声调的高低变化、电压的强弱变化都可以用来传递信息，即可作为信号的一种形式。因此对于信号我们也可以这样来表述：承载信息的物理过程称为信号。在科学研究中，一个物理过程总是被抽象为一个函数来表示，因此有些文献把信号定义为承载信息的函数。

“信号”与“干扰”是两个对立的事物，“信号”就是我们要从中获取信息的“事物”，而“干扰”则是存在于信号之中，但不包含我们所需要信息的“事物”。实际上，“信号”与“干扰”又是相对的和相互转化的，完全取决于观测者的立场。如在电视机旁打手机时，电视机里会发出“滋滋”的声音，这就是手机信号窜到电视机里了。显然对于看电视的人来说，手机信号是干扰，电视的图像和声音才是需要获得信息的信号。然而对于打手机的人来说，恰好相反，需要的是手机的通信，电视图像和声音就是干扰。信号处理的目的是要剔除“干扰”，提取含有有用（对观察者有价值的）信息的“信号”，正确区分“信号”与“干扰”有利于指导我们用正确的方法处理工程实际问题。在输电质量控制中经常需要对电网电压和谐波进行监测，电网电压是 50Hz 的正弦信号，而谐波是 50Hz 整倍数的高频正弦信号。在检测电网电压时，电网中的谐波信号被视为干扰，可以采用较低频率的信号处理系统进行检测；而在检测谐波信号时，电网电压信号则被视为干扰，需采用较高频率的信号处理系统进行检测。

1.2 信号的分类

信号的分类目前没有统一的规定,各种理论对信号分类的规则也有所不同。根据表示信号函数的自变量的多少,可以把信号分为一维信号、二维信号、三维信号等,即用一维函数 $f(x)$ 表示的信号称为一维信号,用二维函数 $f(x, y)$ 表示的信号称为二维信号,用三维函数 $f(x, y, z)$ 表示的信号称为三维信号,依此类推。通常将二维以上函数表示的信号称为高维信号。心电信号是一维信号,电视图像是二维信号,地震信号是三维信号。本课程主要介绍一维信号的处理理论,它是所有信号处理理论的基础。

除了将信号按一维信号、二维信号分类外,还有许多种分类方法。根据信号是否可以用一个确定性函数表示情况,信号又可分为确定性信号和随机信号两类。顾名思义,确定性信号是指具有确定变化规律的信号。从理论上讲,这类信号是可以用数学表达式准确地计算出过去的和未来的信号变化。而随机信号则是不能用数学表达式准确预测变化的信号,随机信号通常只能用统计的方法描述它的规律,如信号的均值、方差等参数就是随机信号的数学描述。

在 20 世纪 80 年代,科学家在研究自然现象过程中发现,仅用确定性和随机性来刻画自然现象不能反映自然规律的本质。实际上在自然界中还存在着大量的既不是确定性信号,又不是随机信号的信号,这就是混沌信号。

在我们的生活中有这样的感受,有些看似随机的事情总是显现出某种规则性,例如,电脑福利彩票的中奖号码是随机的,但是人们总觉得它符合某种规律,于是许多买彩票的人并不是随意地填写彩票号码,而是刻意地按某种规则来填写号码。有些看似规则的物理现象却表现出很强的随机性,例如图 1-1 所示的二阶电路, R_2 为单结管,它具有非线性流控电阻的伏-安特性(S 状),观察电容 C 两端的电压 U_C ,固定交流激励源的频率,改变激励源的电压幅值。在某些频率范围内, U_C 电

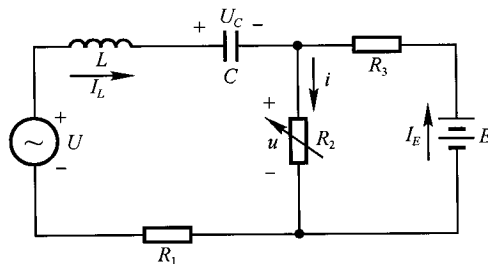


图 1-1 混沌电路

$$R_1 = 127\Omega, \quad L = 25\text{mH}, \quad C = 0.03\mu\text{F}, \quad E = 30\text{V},$$

$$R_3 = 34.1\text{k}\Omega, \quad u = g(i), \quad U = U_m \sin(2\pi ft)$$

压就表现出混沌行为。

所谓混沌可以这样来描述:在微观上,其行为表现出随机性和不可预测性;而在宏观上看,又具有结构的总体稳定性和有序性。注意到图 1-1 所示电路是可解的,描述该电路的微分方程为

$$\begin{cases} L \frac{dI_L}{dt} = U_m \sin(2\pi ft) - [R_1 I_L + U_C + g(I_L + I_E)] \\ C \frac{dU_C}{dt} = I_L \\ E - g(I_L + I_E) = R_3 I_E \end{cases}$$

如果图 1-1 所示电路中 R_2 为线性电阻时,电容上的电压由交流激励的形式所确定,当为非线性电阻时则表现出周期分岔的现象,即电容上的电压可以与激励电压的周期不同。遗憾的是,对于上述电路的混沌现象至今没有人能做出令人信服的解释,人们还不能运用已知的电学知识去解释混沌现象在电路中产生的机制。20 世纪 80 年代以来,混沌现象得到了自然科学、人文科学及技术科学的各个领域内的科学家的高度重视,反映出了各个学科领域对混沌现象和理论在应用前景上的殷切希望,对混沌现象的研究打破了确定性事件与随机事件的泾渭分明界线。在这里介绍混沌信号的概念,目的是要提醒大家确定性信号或随机信号在实际工程中有时没有严格的界线,有些现象在短时间内观察是随机的和不可预测的,而长时间观察其宏观上表现出规则性和稳定性。

以上论述是将信号分为确定性信号、随机信号和混沌信号三类;而在信号处理理论中则更多地将信号分为:连续时间信号与离散时间信号。

所谓连续时间信号是指在连续时间区间内定义的信号,连续时间信号也简称为连续信号或模拟信号,如图 1-2 所示。注意在定义区间内任何时刻信号都有定义,即对所有 $t \in [t_1, t_2]$, $f(t)$ 都有确定的值,而且 t_1 和 t_2 可以取 $-\infty$ 和 $+\infty$ 。

所谓离散时间信号是指在离散时间集合上定义的信号,离散时间信号也简称为离散信号。离散信号往往用一组离散谱线来表示,谱线的位置为信号定义的时刻,谱线的高度为信号的大小,如图 1-3 所示。离散信号只在离散时间上 $[t_0, t_1, \dots, t_{N-1}]$ 才有定义,而且 t_0 和 t_{N-1} 可以取 $-\infty$ 和 $+\infty$,即 N 可以取无穷大。注意在任意两个相邻点 (t_i, t_{i+1}) 之间信号没有定义,绝不可简单地认为这时信号取零值或其他值。

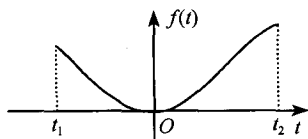


图 1-2 连续时间信号

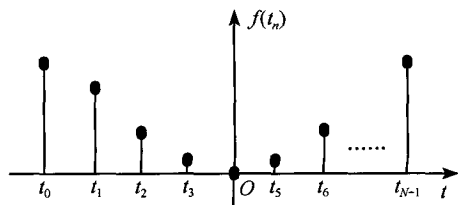


图 1-3 离散时间信号

离散信号可以由连续信号经抽样得到,即

$$f(t_n) = f(t) |_{t=t_n, n \in [t_0, t_1, \dots, t_{N-1}]}$$

如果相邻抽样间隔相等,则这样的抽样叫做等间隔抽样。设抽样间隔为 T ,则有 $t_n = nT, n \in [0, N]$,即离散信号可以表示为 $f(nT)$ 。通常 T 称为抽样周期,单位为时间单位,相应的 T 的倒数称为抽样频率,抽样频率的单位是频率单位。注意抽样频率的含义:在单位时间内抽样的数据点数。例如,抽样频率为 1000Hz 是指在 1s 内抽取 1000 个数据点。

在等间隔抽样情况下(我们研究的大多数信号是这样的), T 为常数,所以离散信号 $f(nT)$ 的变量为整数 n ,因此 $f(nT)$ 等价于 $f(n)$ 。在数学上把变量为整数的函数称为序列,因此离散信号可以用序列 $f(n)$ 来表示。由以上分析可知变量 n 代表的是时间,但它没有量纲,实际上它是时间的编码。

不管是连续信号还是离散信号,其自变量可以是时间,也可以是其他物理量,如距离、重力等。但是为了叙述方便,在信号处理理论中总是将一维信号的自变量看成是时间变量 t ,因此一维信号总是用 $f(t)$ 表示,其讨论的结果适用于所有一维信号的处理。

1.3 周期信号与非周期信号

信号的周期性是信号变化规律的一种基本表现,正确认识信号的周期性是信号分析的基本要求。首先我们从信号周期性的定义出发,研究连续时间信号与离散时间的周期性。

对于连续时间信号,其周期性定义如下:

若存在着一个正常数 $T > 0$,使得

$$f(t+T) \equiv f(t) \quad (1-1)$$

则称 $f(t)$ 为周期函数,函数周期为 T 。注意如果 T 是函数的周期,则 rT 也是函数的周期,这里 r 是任意正整数。也就是说任何周期函数,其周期有无数个,但其中只有一个为最小,我们称之为函数的最小周期,在不引起混淆的情况下,我们称最小周期为函数的周期。本书在以后的论述中,如果没有特殊声明,所说的函数周期均指最小周期,并用符号 T 表示。

对于离散信号,其周期性也有类似的定义:

若存在着一个正整数 $N > 0$,使得

$$f(n+N) \equiv f(n) \quad (1-2)$$

则称序列 $f(n)$ 为周期序列,序列周期为 N 。与连续周期信号类似,如果 N 是序列的周期,则 N 的整倍数也必定是序列的周期。在所有的周期中最小的称为最小周期,在不加特殊声明的时候,本书后面所说的序列周期均指最小周期,并用符号 N

表示。

周期函数 $f_p(t)$ (或周期序列 $f_p(n)$) 其变化是重复出现的, 只要知道函数(或序列)的周期 T (或 N) 以及一个周期内的取值, 就可以确定整个定义域内的信号取值。通常称 $[0, T)$ 或 $[0, N-1]$ 为周期信号的主值区间, 如用 $f_T(t)$ (或 $f_N(n)$) 表示周期信号在主值区间内的取值(通常称为主值信号), 即

对于连续信号

$$f_T(t) = \begin{cases} f_p(t), & 0 \leq t < T \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases} \quad (1-3)$$

或对于离散信号

$$f_N(n) = \begin{cases} f_p(n), & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{其他 } n \end{cases} \quad (1-4)$$

周期信号也可以用主值信号来表示, 即对于连续信号

$$f_p(t) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} f_T(t-rT), \quad r \text{ 为整数} \quad (1-5)$$

或对于离散信号

$$f_p(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} f_N(n-rN), \quad r \text{ 为整数} \quad (1-6)$$

1.4 能量有限信号与能量无限信号

信号的能量定义如下:

对于连续信号

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \quad (1-7)$$

或对于离散信号

$$S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |f(n)|^2 \cdot T \quad (1-8)$$

如果式(1-7)或式(1-8)为有限值, 则称信号 $f(t)$ 或 $f(n)$ 为能量有限信号。注意在数学上, 满足式(1-7)的函数 $f(t)$ 称为平方可积函数。满足式(1-8)的序列 $f(n)$ 称为平方可和序列。

有些信号其能量并不是一个有限值, 如周期信号。这时信号的能量没有意义, 一般能量无限的信号其平均功率是有限的, 可以用信号的功率来表征信号, 信号的功率定义如下:

对于连续信号

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt \quad (1-9)$$

或对于离散信号

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N |f(n)|^2 \quad (1-10)$$

能量无限信号称为功率信号;能量有限信号则也称为能量信号。

对于信号的分类,根据不同的处理方法和不同的研究领域就有不同的分类,上述信号的分类是我们以后经常采用的分类方法,对于信号的其他分类方法本文不再赘述。

1.5 常见的典型信号

1.5.1 连续信号

典型的连续信号包括正弦信号、指数信号、抽样信号、斜变信号、阶跃信号、矩形信号等,详细介绍如下:

1. 正弦信号

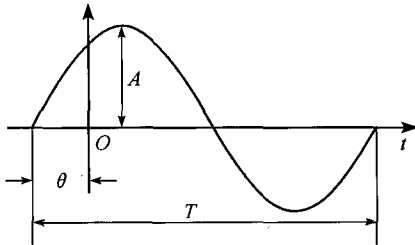


图 1-4 连续正弦信号

正弦信号如图 1-4 所示,其表达式为

$$f(t) = A \sin(\Omega t + \theta) \quad (1-11)$$

式中, A 称为正弦信号的幅值, θ 为正弦信号的初相位, Ω 为正弦信号的角频率(单位是 rad/s),它与信号的频率 f 和周期 T 有如下关系

$$T = 1/f = 2\pi/\Omega \quad (1-12)$$

由于正弦函数与余弦函数之间仅相差 90° ,用类似的方法可以定义余弦信号。通常在工程中并不刻意区分正弦信号与余弦信号,并把余弦信号也称为正弦信号,本文以后的论述中也将不再区分正弦信号和余弦信号的概念。

2. 指数信号

指数信号其表达式为

$$f(t) = Ae^{\alpha t} \quad (1-13)$$

式中, A 为常数, α 可以是实数,也可以是复数。

如果 α 为实数, $f(t)$ 称为实指数信号, 当 $\alpha > 0$ 时, 函数 $f(t)$ 随时间增长而单调上升, 当 $\alpha < 0$ 时, 函数 $f(t)$ 随时间增长而单调下降。注意, 指数函数在 $t=0$ 时取值为 1, 如图 1-5 所示。

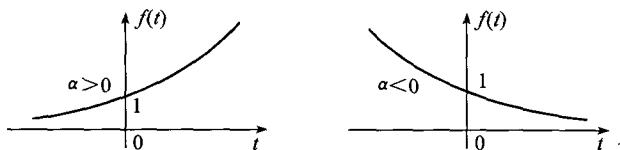


图 1-5 实指数函数

如果 α 为复数时, $f(t)$ 称为复指数信号, 它可以表示为

$$f(t) = Ae^{\alpha t} = Ae^{(\sigma + j\Omega)t} \quad (1-14)$$

其中

$$\alpha = \sigma + j\Omega \quad (1-15)$$

注意指数信号(实的或复的)与正弦信号之间可以用欧拉公式联系起来, 即

$$e^{j\Omega t} = \cos(\Omega t) + j\sin(\Omega t) \quad (1-16)$$

或

$$\begin{cases} \sin(\Omega t) = \frac{e^{j\Omega t} - e^{-j\Omega t}}{2j} \\ \cos(\Omega t) = \frac{e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}}{2} \end{cases} \quad (1-17)$$

由以上关系可以看出, 指数信号也是周期信号。

3. 抽样信号

抽样信号如图 1-6 所示, 其表达式为

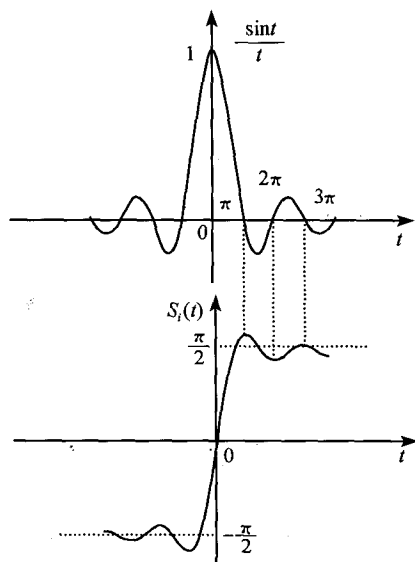
$$Sa(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1-18)$$

抽样信号 $Sa(t)$ 是个偶函数, 具有以下特性

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} Sa(t) dt &= \frac{\pi}{2} \\ \int_{-\infty}^{\infty} Sa(t) dt &= \pi \end{aligned} \quad (1-19)$$

根据抽样函数可以定义一个 $S_i(t)$ 函数

$$S_i(y) = \int_0^y Sa(t) dt \quad (1-20)$$

图 1-6 $Sa(t)$ 函数与 $S_i(t)$ 函数

4. 斜变信号 $R(t)$

斜变信号如图 1-7 所示,其表达式为

$$R(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1-21)$$

斜变函数的导数在 $t=0$ 处不连续。

5. 单位阶跃信号 $u(t)$

单位阶跃信号如图 1-8 所示,其表达式为

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1-22)$$

注意单位阶跃信号在 $t=0$ 时没有定义。单位阶跃函数与斜变函数有如下关系

$$\frac{dR(t)}{dt} = u(t) \quad (1-23)$$

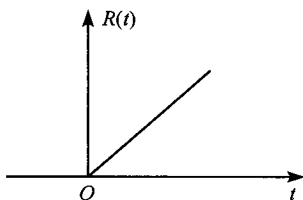


图 1-7 斜变信号

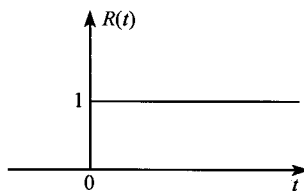


图 1-8 单位阶跃信号

6. 矩形函数 $G(t)$

矩形函数如图 1-9 所示,其表达式为

$$G(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < t_0 \\ 0, & t < 0 \text{ 或 } t > t_0 \end{cases} \quad (1-24)$$

矩形函数与阶跃信号有如下关系

$$G(t) = u(t) - u(t - t_0) \quad (1-25)$$

显然矩形函数在 $t=0$ 和 $t=t_0$ 处没有定义。

7. 符号函数 $\text{sgn}(t)$

符号函数如图 1-10 所示,其表达式为