

SHUXUE
JIAOYUYANJIU
CONGLILUNSIKAO
DAOREDIANJUJIAO

罗新兵 著

数学教育研究

——
从理论思考到热点聚焦

陕西师范大学出版社

数学教育研究

——从理论思考到热点聚焦

罗新兵 著

陕西师范大学出版社

图书代号:ZZ6N0804

数学教育研究

——从理论思考到热点聚焦

罗新兵 著

责任人	李亚利
封面设计	徐 明
出版发行	陕西师范大学出版社
社 址	西安市陕西师大 120 信箱(邮政编码:710062)
网 址	http://www.snuph.com
经 销	新华书店
印 刷	陕西师范大学印刷厂
开 本	787×960 1/16
印 张	16.25
插 页	2
字 数	257 千
版 次	2006 年 8 月第 1 版
印 次	2006 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 7-5613-3722-1/O·104
定 价	26.00 元

开户行:光大银行西安电子城支行 账号:0303080—00304001602

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题,请与本社营销中心联系、调换。

电 话:(029)85251046(传真) 85233753 85307864

代序:祝数学教育新生代健康成长

罗增儒

陕西师范大学教授、博士生导师

我们教研室的罗新兵老师,在上本科(1995—1999)、读硕士(1999—2002)时曾是我的学生,从研二开始我们就常有共同语境,可以进行平等的专业对话;在他就读博士期间(2002—2005,华东师范大学),我们又合作写过一些文章。到他博士毕业时,发表的文章或学习的心得已经积累到足以做出阶段性总结的程度,所以就有了今天的这本书和本书的这个代序。

新兵邀我为他的第一本书作序说得很早了。例行差事式的、没有什么看点的、或看后让人后悔浪费时间的序言,我实在不敢写,而要结合本书、本人,写出一些观点和启发,我又还没有找到切入口。因而,一直拖到书稿排版了,才情急之下想到一个关键词:数学教育新生代。

这个话题源于一个划时代的事实:数学教育研究工作者队伍正在发生质的变化,一支具有博士学位和国际视野的专业团队已经不事张扬地闯进了21世纪。我把他们称为数学教育新生代,不是因为他们的出现与“跨世纪”的与时俱进恰好连在一起,而是因为他们代表了数学教育的新水平、新阶段和新希望。几年前,在给一些博士的新年贺卡中我曾写道:没有数学教育的新生代,就没有数学教育的未来。

我们这些被称为“教学法老师”的一代,与年轻的共和国一起风雨兼程,主要来自两个方面:“大学下来”的专业教师和“中学上去”的数学教师,其强项在数学学科的专业功底和数学教学的实践基础。然而,数学上常被数学工作者认为低层次,教学上又被教育学工作者认为不专业,几乎没有人能评上教授。这虽然有点尴尬,但一定程度上反映了当时的状况。说来见笑,在我比新兵现在的年龄还大两岁时,没有系统读过一本“数学教学论”方面的经典著作,连怎样备课、怎样上课都不懂(要提前在假期把一本书备完,下学期才敢去上课);除在“文革”中公开“发表”过大字报(形式上感觉有点像现在在网络上写博客)外,再没公开发表过一个字。当时对数学教育的理解,无非就是:把所知道的数

学知识教给学生。至于数学学习论、数学课程论、数学方法论、数学教育哲学等更是闻所未闻。我们的数学教育知识大都是从事数学教育工作之后才学习的,也主要是在数学教育的实践中积累的。所以,我们当中很多人都说自己是“半路出家”。在数学教育的一对基本范畴“数学与教育”中,我们的首要背景是数学。

“文化大革命”以后,由“半路出家”的一代人培养了一批比较专业的数学教育工作者,而这代人本身也有考研究生上了一个档次的,如今,他们都已经成为数学教育研究的主力了。他们与我们的一个不同点在于科班出身,有明显的数学教育专业特征。如果把这支队伍称为共和国数学教育的第二代的话,那么我们所说的数学教育新生代就应该是共和国数学教育的第三代了。

我们看到,国内数学专业的博士早在“文革”之后就恢复招生了,而数学教育方向的博士则在 21 世纪才有毕业生(姗姗来迟),这不仅与数学教育的发展水平有关,而且也与体制有关。“文革”前,师范院校的“教材教法”课没有稳定的学科地位,时而开设,时而取消;“文革”后,慢慢明确为“必修课”,也有了硕士点,但位居“教育学”(一级学科)属下的、“课程与教学论”(二级学科)里面的、数学教育方向(有人戏称三级学科),长期没有博士点,一批有才华、有抱负的年轻同行便改读相关学科的博士(如教育、心理、计算机等),也有出国深造的,形成“海归”派。这应该是数学教育新生代的早期积累。

那时候我们常常纳闷,培养植物、驯化动物的工作都有博士论文,教育人、培养人、发展人的数学教育为什么就不应有博士水平?怎么说,人比动物、植物也要高个数量级!20 世纪末,中国的高等教育迎来了前所未有的大发展时期,研究生教育也上规模、上档次,课程与教学论的数学教育方向终于招收博士了(华东师范大学、南京师范大学首开先河)。随着 21 世纪的到来,国内外的博士毕业生陆续登上数学教育研究的前台,他们学历高、视野宽(甚至具有国际视野),熟悉数学教育的研究方法,具备较强的科研能力(相当一部分人已经有高层次文章或项目成果了),正成为数学教育研究的一个引领层面。从本书内容可以看到,一个二三十岁的年轻人,对数学教育已经进行了多么活跃的思考,并且又思考得如此活跃:从数学到教育、从课程到教学、从课标到课堂、从思辨到实证、从案例教学到解题分析,……数学教育新生代的一些基本特征在本书中都有情不自禁的反映。

数学教育新生代生而逢时、时逢业兴,是一株充满希望的嫩苗,一方面,他们承担着与生俱来的历史责任:完成“数学教育学”的学科建设——他们更像是为建设“数学教育学”而来的;另一方面,他们还幼弱,数学特征、实践能力等还

需要在摸爬滚打中充实、强壮和成熟。趁此数学教育新生代出版著作的机会,我衷心祝愿数学教育新生代健康成长,衷心祝愿健康成长的数学教育新生代把中国的数学教育做大、做强。中国的数学教育本来就有后来居上的实力和引领世界新潮流的潜力!

不知这能否称为传统意义上的序言,故叫:代序。

前 言

本书是我近几年来数学教育研究成果的汇集与整理,按照主题分为上篇(课程与教学)和下篇(案例与解题)。更为具体地说,本书涉及以下四个方面的内容:基本理论思考、课改热点聚焦、案例教学分析和数学解题研究。

数学教育研究必须关注数学教育的基本理论课题,这可看成数学教育研究人员必须具有的研究视野,也是数学教育研究人员应该做出的基本贡献。在基本理论思考中,论题主要涉及弹性数学课程构建、数学概念表征、关联日常数学与学校数学、数学创新能力的含义与评价、课堂问题变式。当然,这些研究都是在我国数学课程改革的背景下进行的,换言之,上述论题有些是与我国当前正在进行的数学课程改革直接相关的。

我国数学课程改革正在向纵深处发展,义务教育阶段数学课程改革在全国范围内即将全面铺开,高中数学课程也正在试验区开展实验。在数学课程改革过程中,已经出现了许多问题,既有涉及理论认识层面的,也有涉及实践操作层面的,这些问题必须得以解决才能有效推进数学课程改革,它们既需要在理论上予以阐明,也需要在实践中加以分析。在课改热点聚焦中,论题主要涉及《普通高中数学课程标准(实验稿)》和《全日制普通高级中学数学教学大纲》的比较研究、数学史与数学教育的研究进展、多媒体辅助数学教学的问题与对策、美国学生家长参与数学课程改革的介绍与启示、作为数学学习方式的动手实践的教育价值、存在问题与解决策略、数学探究教学的思考与分析、数学建模教学的思考与分析、数学知识如何影响数学教学。上述论题既有针对热点问题展开新的思考与分析,也有基于传统问题做出新的梳理和总结。在上述论题中,有些是数学课程改革乃至数学教育研究没有足够关注的,通过这些思考旨在引起人们重视那些容易忽视的问题,促成人们忆起那些容易遗忘的问题。对于这些问题,笔者只是展开了初步分析,提供了点滴思考,除此以外,数学课程改革还有许多问题亟待解决,这些问题的深入研究还需要数学教育研究人员共同努力。

在数学课程改革过程中,围绕教师培训与教学分析(包括正面分析与反面分析),许多教育期刊大量刊载课堂教学案例及其分析,许多书籍也以课堂教学案例及其分析作为主要内容。的确,相对抽象枯燥的教育理论而言,具体直观

的教学案例及其分析有其优势,它能够在理论与实践的沟壑之间架设一道桥梁,为从一种不同的背景审视理论与实践关系开辟了道路。针对这个热点问题,笔者也进行了些许思考。在案例教学分析中,主要论题涉及课例及其点评的教育要义与点评建议、案例在数学教师教育中的作用、一个关注数学的教学设计案例。但是,从当前案例教学看,也还存在不少问题,譬如具体案例的简单堆积、案例缺乏典型性、分析缺少针对性,这些问题还需要在理论上予以剖析,在实践中加以改进。

数学解题研究是我国数学教育研究的一个特色工作,并构成一个具有中国特色的文化现象。但是,解题研究也还存在一些不足,在研究内容上局限于解题技巧的直接展示,停留于解题方法的简单呈现,在研究方法上唯一限于思辨式的分析,单纯止于经验性的介绍。这种状况必须改变。笔者对这个问题也进行了初步研究。在数学解题研究中,论题主要包括:作为数学教育任务的数学解题、波利亚的解题理论、数学解题研究的历史回顾与未来愿景、数学解题过程的专业分析、数形结合的解题过程(质的研究与定量研究)、数学问题解决的教学。同时也要特别说明,这一部分有些研究是与陕西师范大学数学教育研究所罗增儒教授合作完成的。在这些研究中,既有涉及传统解题理论的介绍与分析,也有涉及数学解题研究在数学教育研究中的基本定位,还有涉及数学解题研究的历史脉络和未来路向。

以上就是本书的主要内容,也是笔者这几年来研究工作的一个回顾和总结。这些成果只是个人的初浅认识,还很粗燥,可能还有不妥之处,现在和盘托出,希望能够得到大家的批评与指正。

罗新兵

目 录

上篇 课程与教学

第 1 章 弹性数学课程构建简论	(5)
1. 数学课程弹性化的背景	(5)
2. 数学课程弹性化的含义	(6)
3. 数学课程弹性化的基础	(8)
4. 数学课程弹性化的表现	(9)
5. 新中国高中数学课程弹性化发展	(12)
6. 数学课程弹性化的思考	(19)
第 2 章 关联日常数学与学校数学	
——现代数学教育的一个重要的理论与实践课题	(22)
1. 日常数学及其局限性	(22)
2. 日常数学的教学价值	(24)
3. 关联日常数学与学校数学	
——现代数学教育的一个重要的理论与实践课题	(26)
第 3 章 数学概念表征的初步研究	(30)
1. 数学概念表征的相关概念	(30)
2. 数学概念表征的刻画	(32)
3. 数学概念表征的特点	(33)
第 4 章 数学创新能力的含义及其评价	(35)
1. 数学创新能力的含义	(35)
2. 数学创新能力的评价	(36)
3. 思考与建议	(39)
第 5 章 课堂问题变式刍议	(41)
1. 引言	(41)
2. 课堂问题变式案例及其分析	(41)
3. 关于课堂问题变式的几点思考	(45)

第6章 高中数学课程标准与教学大纲的比较研究	(47)
1. 结构体系比较	(47)
2. 指导思想比较	(48)
3. 课程框架比较	(48)
4. 课程目标比较	(49)
5. 课程内容比较	(50)
6. 选择方向比较	(57)
7. 课时安排比较	(58)
8. 教学建议比较	(59)
9. 评价建议比较	(59)
10. 教材编写建议比较	(60)
第7章 数学史与数学教育的研究进展	(62)
1. 用何——在数学教学中应该运用哪些数学史知识	(63)
2. 为何——在数学教学中运用数学史有何好处	(63)
3. 如何——在数学教学中运用数学史有何方式	(65)
4. 若何——在数学教学中运用数学史有何成效	(66)
第8章 数学多媒体辅助教学:问题与对策	(70)
1. 数学多媒体辅助教学存在的若干问题	(70)
2. 数学多媒体辅助教学存在问题的对策	(73)
第9章 美国家长与数学课程改革及其启示	(75)
1. 家长的反应	(75)
2. 学校的回应	(77)
3. 对我国数学课程改革的启示	(79)
第10章 作为数学学习方式的动手实践:价值、问题与对策	(82)
1. 动手实践的教学价值	(82)
2. 课堂动手实践活动存在的问题	(85)
3. 有效运用动手实践的基本对策	(86)
第11章 数学探究的教学分析	(89)
1. 数学探究教学的含义与要求	(89)
2. 数学探究教学的说明与建议	(90)
3. 数学探究教学的分类与目的	(91)
4. 数学探究教学的特征与意义	(93)
5. 数学探究教学的案例与分析	(98)

第12章 数学建模的教学分析	(104)
1. 数学建模教学的含义与要求	(104)
2. 数学建模教学的说明与建议	(105)
3. 数学建模教学的过程与环节	(106)
4. 数学建模教学的原则与意义	(108)
5. 数学建模教学的案例与分析	(113)
第13章 数学知识如何影响数学教学	
——从教学分析到实证研究	(118)
1. 引言	(118)
2. 数学知识影响数学教学:教学分析视角	(118)
3. 数学知识影响数学教学:实证研究视角	(122)

下篇 案例与解题

第14章 课例点评:教育要义与点评建议	(133)
1. 课例点评的教育要义	(133)
2. 课例点评的几点建议	(135)
附录1 新课程实施:挑战蕴含其中	
——对一个数学教学片段的思考	(140)
附录2 情感目标离学生有多远	
——对一节数学公开课中三个教学片段的反思	(144)
第15章 案例教学在数学教师教育中的作用:界定与功能	(149)
1. 引言	(149)
2. 案例及其教学	(150)
3. 案例教学的功能	(152)
第16章 一个关注数学的教学设计案例	
——“四边形内角和”教学设计	(159)
1. 课题的认知分析	(159)
2. 教学的方案设计	(164)
第17章 作为数学教育任务的数学解题	(171)
1. 数学解题的基本认识	(171)
2. 解题概念的初步界定	(173)
第18章 波利亚的解题理论	(182)
1. 乔治·波利亚	(182)

2. 怎样解题表	(182)
3. 波利亚的解题观	(189)
4. 对波利亚的“超越”	(192)
第19章 数学解题研究:历史回顾与未来愿景	(194)
1. 引言	(194)
2. 解题研究的简要回顾	(194)
3. 解题研究的未来展望	(195)
第20章 数学解题过程的专业分析	(201)
1. 基于实践经验的认识	(201)
2. 来自真实情景的实践	(204)
3. 源于理性思考的课题	(215)
第21章 数形结合的解题过程:一项质的研究	(217)
1. 被试	(217)
2. 研究方法	(217)
3. 测试问题	(218)
4. 分析框架	(218)
5. 研究过程	(219)
6. 数据收集	(219)
7. 研究结论	(219)
第22章 数形结合的解题过程:一项定量研究	(231)
1. 研究被试	(231)
2. 研究方法	(231)
3. 测试问题	(231)
4. 编码方案	(231)
5. 研究过程	(232)
6. 数据收集	(234)
7. 研究结论	(234)
第23章 数学问题解决的教学	(239)
1. 数学问题解决的提出	(239)
2. 数学问题解决的含义	(240)
3. 数学问题解决的框架	(243)
4. 数学问题解决的教学	(244)

上篇 课程与教学

数学教育研究必须关注数学教育基本理论课题,这可看成数学教育研究人员必须具有的研究视野,也是数学教育研究人员应该做出的基本贡献。以下就是笔者近几年来关注的有关数学教育的基本理论课题,当然,其中有些研究与我国当前正在不断深入的数学课程改革是直接相关的。

数学课程弹性化是当前数学课程发展的重要趋势,“大众数学”口号直接促成了人们思考如何构建弹性数学课程。现实差异、教育理论和课程政策是构建弹性数学课程的三大基础,数学课程弹性化具有丰富的含义,具体可从数学课程发展、数学课程项目、数学课程对象三个维度进行认识。日本、韩国和英国数学课程弹性化在最近一段时间内有一定的发展和变化,自 20 世纪中期以来,我国高中数学课程弹性化也是不断发展的。我国当前正在进行数学课程改革,以上的讨论与分析对如何构建弹性数学课程有一定的借鉴和些许的启示。

近几年来,在科学概念学习领域内出现了一个新的概念——概念转变学习,它的核心在于科学概念学习不能割裂学生已有认识,或者日常经验,这种认识虽然有一定的局限性,但对科学概念学习也有帮助作用。具体到数学教育,就是数学教育研究的一个热点问题:日常数学与学校数学。国外已有专家专门针对这一问题展开研究,如 D. Ambrosio 和 Nunes,我国也有学者对此进行了介绍和分析,如郑毓信教授。日常数学存在一定的局限性,但其又与学校数学具有一定的相容性和互补性,关联日常数学与学校数学也就成为数学教育一个重要的理论与实践课题。为此,我们必须做出以下努力:显化含于具体情境之中的日常数学,揭示日常数学和学校数学之间的联系,利用日常数学促进学校数学教学,重建数学教学的理论和实践。

数学概念学习是数学学习心理的一个核心问题,传统的观点认为数学概念学习有两种基本方式:概念的形成和概念的同化。在数学学习心理学领域内也有一些新的观点,例如数学概念学习的 APOS 理论。数学概念表征是数学教育心理学的重要研究对象,概念意象、概念结构、概念域和概念系是刻画数学概念和数学概念表征的关键词汇;基于“真度”、“深度”、“速度”三个概念,数学概念表征可作更精致地描述;数学概念表征具有以下特点:多以意象表征,具有二重性和历时性。

培养学生数学创新能力是当前数学教育的一个重要目标。数学创新能力的含义可以从潜在的认知过程和显现的认知结果两个角度做出分析,数学创新能力的评价可以依据一定的标准,采用具体的方法,从一些基本途径来切入,这些对于我们认识和评价学生数学创新能力有着借鉴价值和启示作用。

“中国学习者的悖论”是西方学者比较关注的一个问题,最近我国也有不少专家学者研究这个问题。从逻辑角度看,或是中国学生不比其他国家学生学习效果要好;或是中国数学教师的课堂教学有着许多合理成分。而这些合理成分,其中之一就是变式教学。上海市教育科学研究院顾泠沅研究员对变式教学进行了系统而深入的实验研究与理论分析:一是对传统教学中的“概念变式”进行系统的恢复与整理;二是将“概念性变式”推广到“过程性变式”,从而使变式教学既适用于数学概念的掌握,也适用于数学活动经验的生长。鲍建生等人总结了数学变式教学的基本内涵,提出了变式教学实施的两种策略:概念性变式教学策略和过程性变式教学策略。聂必凯在其博士学位论文中对变式、变式教学和教学变式进行了综述,并且系统研究了基本图形变式、导入情境变式、教学示例变式、数学活动变式和外部表征变式的教学实施形式及其教学意义。这些研究聚注数学教学具体环节或者特定对象的局部分析,显化了数学教学的理性做法,得到了富有启示的实践智慧。笔者提出“课堂问题”这一概念,具体地说,它包括教师在课堂上引用的例子、讲解的例题以及要求学生在课堂上完成的随堂练习和思考问题。课堂问题变式是透视课堂教学的一个视角,是剖析课堂教学的一种载体。我们试图基于课堂问题变式,从课堂的宏观场景中揭示数学教学的合理做法,从教学的发展脉络中挖掘数学教学的理性成分,在教学的整体境脉中挖掘数学教学的实践智慧。

我国新一轮数学课程改革正在不断向纵深处发展,义务教育数学课程改革在不久的将来即将在全国范围内全面铺开,高中数学课程也已经在试验区展开实验。在数学课程改革中,已经涌现出了许多问题,既有涉及理论认识层面的,也有涉及实践操作层面的,这些问题必须解决才能更好地推进数学课程改革,它们既需要在理论上予以阐明,也需要在实践中加以分析。在这一部分中,我们将会简要介绍我们重点关注的数学课程改革的有关问题。

数学课程改革不能割断数学课程发展的历史,因此就有必要比较《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《标准》)和《全日制普通高级中学数学教学大纲》(以下简称《大纲》),在这个基础上才能明确数学课程改革的具体内容与基本转向。基于这样的基本想法,我们从结构体系、指导思想、课程框架、课程目标、课程内容、选择方向、课时安排、教学建议、评价建议、教材编写建议十个

方面对《标准》和《大纲》进行了比较,通过比较可以看出,我国高中数学课程改革具有以下三个基本转向:从知识本位转向学生发展本位;从封闭性转向开放性;从强求统一转向注重差异。

数学课程改革强调数学史在数学教学中的作用。数学史在数学教学中的作用的研究内容大致包括四个方面:用何——在数学教学中应该运用哪些数学史知识;为何——在数学教学中运用数学史有何好处;如何——在数学教学中运用数学史有何方式;若何——在数学教学中运用数学史有何成效。在综述上述研究的基础上,我们也指出了我国数学史在数学教学中的作用的研究存在的不足与努力的方向。

强调现代信息技术与数学课程整合是数学课程改革的一个基本理念。但是,从当前课堂教学实践层面看,数学多媒体辅助教学还存在一定的问题,诸如运用目的不明,辅助对象不当,功能开发不全,课件设计不实,教学容量过大。由此可见,若要有效整合现代信息技术与数学课程,尚有很多问题需要解决。若要有效解决这些问题,必须采取一些措施:积极提升宏观层面的数学教育理论素养,协同发展多媒体辅助教学的理论研究和制作技术,有效融合多媒体辅助教学的理论知识和实践操作。

我国基础教育课程改革已经看到家长是影响课程改革的一个重要因素,是课程建设的重要力量。家长对于数学课程改革都有哪些认识,这些认识是否会对数学课程改革产生影响,产生什么影响,这些问题都还不是十分明确。为此,我们简要介绍了美国学生家长在数学课程改革过程中的作用,具体来说,美国学生家长对于数学课程改革持有不同的观点,这些观点会对数学课程改革产生各种影响,学校则采取各种措施促成家长了解数学课程改革、消除家长对于数学课程改革的疑虑,以顺利推进数学课程改革。美国学生家长参与数学课程改革对于我们如何处理家长与课程改革的关系有着积极的启示作用。

动手实践是我国数学课程改革大力倡导的一种数学学习方式,作为数学学习方式的动手实践的教育功能可以基于第尼斯的自由活动和游戏论、布鲁纳的实物操作论和杜威的“从做中学论”做出分析。当前,动手实践的运用还存在一些问题,主要表现为认识上的迷失和操作上的盲目,为促进动手实践的学习方式在数学课堂教学中有效地开展,数学教师必须合理锚定动手实践的地位,精心设计动手实践的教学,准确把握动手实践的时机、频次与时间。

数学探究作为高中数学课程的重要内容,有着具体的含义和特定的要求,《标准》对数学探究教学的具体开展提出了说明和建议。作为教学过程的数学探究具有不同的形式,也具有不同的目的。数学探究教学具有主体性、过程性、

发展性、实践性的特征,它的教学意义在于搭建学生发展本能与心理需要的平台,提供培养创造性思维与创新意识的契机,促使学校从封闭向开放的积极转变,促使学生获得隐性知识、有效完善人格。

数学建模作为高中数学课程的重要内容,有着具体的含义和特定的要求,《标准》对数学建模教学的具体开展提出了说明和建议。数学建模的教学过程大致可以分为四个阶段:现实问题的数学化、模型求解、模型解答解释与现实问题解答验证,包括五个基本教学环节,数学建模教学应遵循可行性、渐近性、发展性、主动学习与指导学习相结合、课堂教学与课外活动相结合、独立探究与合作探究相结合的原则,它的教学意义在于能够培养学生合作学习和处理信息的能力,有利于学生形成正确的数学观念,有利于学生体验数学与生活的紧密联系,能够激发学生的数学兴趣、发展学生的创新意识。

任何一次数学课程改革,必然包括课程改革,或增添一些数学知识,或重组一些数学知识,或整合一些数学知识。在《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》和《普通高中数学课程标准(实验)》中,我们已经看到了课程内容的巨大变革。在此自然就会产生一些疑问:教师是否熟谙这些增添的数学知识?教师是否理解重新处理的数学内容?教师能否有效教学这些内容?数学知识影响数学教学,这是人们普遍熟悉的,数学知识如何影响数学教学,这是人们大都陌生的,通过一些教学故事分析,明确数学知识如何影响数学教学,这些都是经验性的介绍,可以看成对于数学知识如何影响数学教学的直觉思考;另外,从实证研究角度,分析数学知识能够影响教学行为、教学决策、理解学生认知以及课程实施,这些都是严谨性的实证研究,可以看成对于数学知识影响数学教学的深度探究。

从中不难看出,这些问题均在不同程度上涉及数学课程理论、数学学习理论和数学教学理论,其中既有针对热点问题展开新的思考与分析,也有基于传统问题做出新的梳理和总结。以上问题中,有些是这次课程改革乃至数学教育研究没有足够关注的,我们在此进行分析,旨在引起人们重视那些容易忽视的问题,促成人们关注那些容易遗忘的问题,对于这些问题,我们只是进行了初步分析,提供了若干思考。当然,数学课程改革还有许多问题亟待解决,而对其进行深入的研究需要广大数学教育研究人员一起努力。

第1章 弹性数学课程构建简论

数学课程弹性化是当今世界数学课程改革的新趋势,是数学课程发展的新特点。“数学课程弹性化”是数学课程改革和发展中需要解决的理论问题,是广大数学教育研究人员必须面临的一个新颖课题,如何认识其具体表现,如何揭示其丰富内涵,将会影响数学课程建设和数学教育发展的诸多方面,对于我国当前正在进行的新一轮数学课程改革有着积极的指导意义和现实的启示作用。

1. 数学课程弹性化的背景

传统数学课程只是为少数数学精英设计的,让多数人学习为少数人设计的数学课程,是数学教育中的不平等现象,也是数学教育中的不正常现象。它既践踏了学生的教育权力,又浪费了学生的智力资源。社会的发展对数学学习的要求越来越多,越来越高,也越来越多样化,越来越个性化,但就目前的情况来看,学生的数学表现却很难尽如人意,很多学生对数学学习失去了兴趣,对数学学习失去了信心,甚至一些在数学考试中获得高分的学生也不例外。究其原因,在于多数学生在为少数学生设计的数学课程面前经历了太多的挫折,体验了太多的失败。正是数学课程发展中的这种尴尬局面,催生了数学教育必须面向所有人的“大众数学”(mathematics for all)数学教育理念。

20世纪80年代,数学教育界正式提出了“大众数学”的口号。“大众数学”主要含有两层含义:一是数学教育必须照顾到所有学生的学习需求,并使得每个学生都从数学教育中尽可能多地得到益处;二是在数学学习中,不同的学生可以达到不同的水平,但是存在一个人人都能达到的水平。“大众数学”作为一种数学教育思潮兴起之后,促使人们对数学课程进行了自觉地思考:如何构建不同水平的数学课程?构建不同水平的数学课程,就必须对学生和课程进行有效的区分,何种区分是必要的、可能的?区分的依据又是什么?经过长期的争论,人们基本达成以下共识:面向不同需求的学生教授不同类型的数学,或是按照不同的比例教授同一类型的数学,使全体学生都有机会学习适合于他们个人的数学知识。其基本做法主要有两种:一是构建不同的数学课程,例如制订不同的教学大纲或者课程标准,编制不同的数学教材,即所谓的“多纲多本”、“一纲多本”;二是对统一的课程作教学法上的处理,例如按照能力分班,采用不同