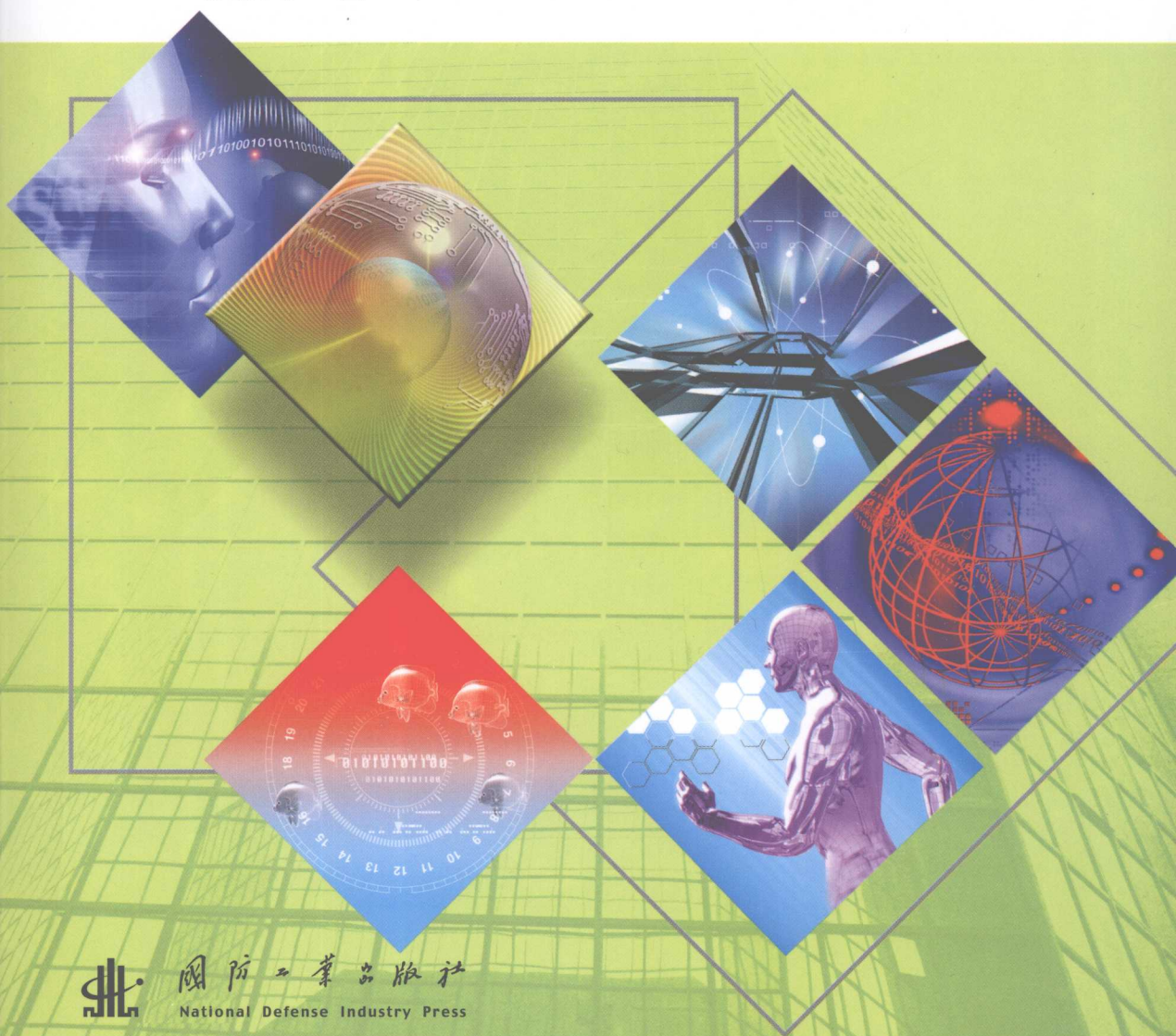


Matlab 应用教程丛书

Matlab

小波分析与工程应用

张德丰 著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

Matlab 应用教程丛书

Matlab 小波分析与工程应用

张德丰 著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

Matlab 小波分析与工程应用/张德丰著. —北京:国防
工业出版社, 2008. 2

(Matlab 应用教程丛书)

ISBN 978-7-118-05519-1

I. M... II. 张... III. 计算机辅助计算—软件包,
Matlab—应用—小波分析—教材 IV. TP391.75 0177

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 197497 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 印张 21¼ 字数 404 千字

2008 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—5000 册 定价 35.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

内 容 简 介

本书着重介绍了小波分析的理论基础,包括小波基础知识、连续小波变换、离散小波变换、多分辨率分析与正交变换和多采样滤波器组、二维小波变换与图像处理及小波包的基本原理。详细介绍了小波分析应用于信号处理和图像处理的原理和基本方法,通过大量的实例使读者可以尽快地了解小波分析,并且读者可以直接通过 Matlab 小波分析解决实际问题。

本书的读者对象为从事信号处理、图像处理等方面工作的工程技术人员,同时也可作为理工科各专业的高年级本科生、研究生学习小波理论的参考书。

前言

小波分析是目前数学中一个迅速发展的新领域,它同时具有理论深刻和应用广泛的双重意义。小波变换的概念是由法国从事石油信号处理的工程师 J. Morlet 在 1974 年首先提出的,通过物理的直观和信号处理的实际需要经验的建立了反演公式,当时未能得到数学家的认可。正如 1807 年法国的热学工程师 J. B. J. Fourier 提出任一函数都能展开成三角函数的无穷级数的创新概念未能得到著名数学家 J. L. Lagrange, P. S. Laplace 以及 A. M. Legendre 的认可一样。幸运的是,早在 20 世纪 70 年代, A. Calderon 表示定理的发现、Hardy 空间的原子分解和无条件基的深入研究为小波变换的诞生做了理论上的准备,而且 J. O. Stromberg 还构造了历史上非常类似于现在的小波基;1986 年著名数学家 Y. Meyer 偶然构造出一个真正的小波基,并与 S. Mallat 合作建立了构造小波基的同意方法与多尺度分析之后,小波分析才开始蓬勃发展起来,其中比利时女数学家 I. Daubechies 撰写的《小波十讲(Ten Lectures on Wavelets)》对小波的普及起了重要的推动作用。它与 Fourier 变换、视窗 Fourier 变换(Gabor 变换)相比,这是一个时间和频率的局域变换,因而能有效的从信号中提取资讯,通过伸缩和平移等运算功能对函数或信号

进行多尺度细化分析(Multiscale Analysis),解决了 Fourier 变换不能解决的许多困难问题,从而小波变化被誉为“数学显微镜”,它是调和分析发展史上里程碑式的进展。

小波分析的应用是与小波分析的理论研究紧密地结合在一起的。现在,它已经在科技资讯产业领域取得了令人瞩目的成就。电子资讯技术是六大高新技术中重要的一个领域,它的重要方面是图像和信号处理。现在,信号处理已经成为当代科学技术工作的重要部分,信号处理的目的是:准确的分析、诊断、编码压缩和量化、快速传递或存储、精确地重构(或恢复)。从数学的角度来看,信号与图像处理可以统一看作是信号处理(图像可以看作是二维信号),在小波分析的许多应用中,都可以归结为信号处理问题。现在,对于其性质随时间是稳定不变的信号,处理的理想工具仍然是傅里叶分析。但是在实际应用中的绝大多数信号是非稳定的,而特别适用于非稳定信号的工具就是小波分析。

事实上小波分析的应用领域十分广泛,它包括:数学领域的许多学科;信号分析、图像处理;量子力学、理论物理;军事电子对抗与武器的智能化;电脑分类与识别;音乐与语言的人工合成;医学成像与诊断;地震勘探数据处理;大型机械的故障诊断等方面。例如,在数学方面,它已用于数值分析、构造快速数值方法、曲线曲面构造、微分方程求解、控制论等。在信号分析方面的滤波、去噪声、压缩、传递等。在图像处理方面的图像压缩、分类、识别与诊断、去污等。在医学成像方面的减少 B 超、CT、核磁共振成像的时间,提高解析度等。

(1) 小波分析用于信号与图像压缩是小波分析应用的一个重要方面。它的特点是压缩比高,压缩速度快,压缩后能保持信号与影像的特征不变,且在传递中可以抗干扰。基于小波分析的压缩方法很多,比较成功的有小波包最优基方法,小波域纹理模型方法,小波变换零树压缩,小波变换向量压缩等。

(2) 小波在信号分析中的应用也十分广泛。它可以用于边界的处理与滤波、时频分析、信噪分离与提取弱信号、求分形指数、信号的识别与诊断以及多尺度边缘侦测等。

(3) 在工程技术等方面的应用。包括电脑视觉、电脑图形学、曲线设计、湍流、远端宇宙的研究与生物医学方面。

Matlab 是美国 Math Works 公司推出的一种可视化科学计算软件,集公式演算推导与数值计算于一体。Matlab 工具箱对相关学科的各种基本技术都采用了当今最先进的算法,而 Matlab 小波工具箱有极强的小波分析处理能力,其语法结构简单易学。

《Matlab 小波分析与工程应用》一书在对各种小波分析方法作系统讲解的基础上,详细介绍了 Matlab 小波分析工具箱函数的使用方法,并给出了大量的应用实例,使读者能够更好地掌握和使用 Matlab 小波分析工具箱函数进行小波分析处理的应用。全书图文并茂,深入浅出,可读性强。相信通过本书的学习,读者不仅可以掌握小波分析的基础理论,而且能精通使用 Matlab 实现小波分析的具体过程,取得“即学即会”、“学以致用”的学习效果,真正做到“事半功倍”。对于广大学习小波分析技术的读者来说,能在理论学习的同时提高工程实践能力,起到课堂上无法达到的学习效果。

编者

2007 年 12 月

目 录

第1章 小波分析理论与小波函数	1
1.1 傅里叶变换与小波变换	1
1.1.1 傅里叶变换	2
1.1.2 窗口傅里叶变换	3
1.1.3 小波变换	4
1.1.4 离散小波变换	10
1.2 哈尔小波变换	16
1.2.1 哈尔基函数与哈尔小波函数	16
1.2.2 一维哈尔变换及其规范化算法	22
1.2.3 二维哈尔小波变换	27
1.3 第二代小波变换	38
1.3.1 特点	38
1.3.2 提升原理	39
1.3.3 整数小波变换	43
1.4 Matlab 小波函数简介	44
1.4.1 Matlab 小波工具箱函数	44
1.4.2 Matlab 小波通用函数	46
1.4.3 Matlab 小波函数应用实例	81
第2章 一维小波变换的 Matlab 实现	95
2.1 一维连续小波变换	95
2.1.1 一维连续小波变换基础理论	95
2.1.2 一维连续小波变换的 Matlab 函数	98

2.1.3	一维连续小波 Matlab 命令行实现方法	102
2.1.4	一维连续小波变换 Matlab 综合举例	104
2.2	一维离散小波变换	107
2.2.1	一维离散小波变换的 Matlab 函数	107
2.2.2	一维离散小波 Matlab 命令行实现方法	123
2.3	一维平稳小波变换	129
2.3.1	一维平稳小波变换的 Matlab 函数	129
2.3.2	一维 SWT 的 Matlab 命令行实现方法	132
2.4	信号延拓	139
2.4.1	延拓 Matlab 函数介绍	139
2.4.2	信号延拓的 Matlab 命令行实现	140
第3章	二维小波变换的 Matlab 实现	143
3.1	二维小波变换的基本理论	143
3.1.1	二维小波变换	143
3.1.2	二维小波分解	143
3.1.3	Mallat 算法	146
3.2	二维离散小波变换	146
3.2.1	二维离散小波变换 Matlab 函数	147
3.2.2	二维离散小波变换的命令行实现	164
3.2.3	二维离散小波变换 Matlab 综合应用实例	170
3.3	二维离散平稳小波变换	173
3.3.1	二维离散平稳小波 Matlab 函数	173
3.3.2	二维离散平稳小波变换的 Matlab 命令行实现	176
3.3.3	二维离散平稳小波变换 Matlab 综合应用实例	184
第4章	Matlab 小波变换与信号处理	186
4.1	小波检测信号的理论分析	186
4.2	小波变换在信号分析中的应用实例	189
4.2.1	含噪的三角波与正弦波的组合	189
4.2.2	含噪的多项式信号	193
4.3	小波变换在信号降噪和压缩中的应用	196
4.3.1	Matlab 信号降噪	196
4.3.2	Matlab 信号压缩	205

4.4	小波变换在电力负载信号的应用	207
4.4.1	Matlab 信号分解	207
4.4.2	Matlab 暂态信号检测	210
4.4.3	Matlab 传感器故障检测	212
4.4.4	Matlab 奇异点定位清除	214
第5章 Matlab 小波变换与图像处理		218
5.1	二维小波变换和图像处理	218
5.1.1	小波系数的能量分布特点	218
5.1.2	小波基的选择	220
5.1.3	图像的边缘检测	220
5.1.4	基于小波变换的图像分解和重构	223
5.1.5	图像边界的基本处理方法	223
5.2	Matlab 不同图像类型的相互转换	224
5.2.1	Matlab 的基本图像类型	224
5.2.2	Matlab 图像类型的相互转换	225
5.2.3	Matlab 例程分析	227
5.3	小波分析在图像消噪中的应用	230
5.3.1	小波图像消噪的基本原理	230
5.3.2	Matlab 例程分析	231
5.4	小波分析与图像压缩	234
5.4.1	小波图像压缩的基本原理	234
5.4.2	Matlab 例程分析	235
5.5	小波分析与图像平滑	239
5.5.1	小波图像平滑的基本原理	239
5.5.2	Matlab 例程分析	239
5.6	小波分析与图像增强	241
5.6.1	小波图像增强的基本原理	241
5.6.2	Matlab 例程分析	242
5.7	小波分析与图像融合	244
5.7.1	小波图像融合的基本原理	244
5.7.2	Matlab 例程分析	244
5.8	小波变换与数字水印	247
5.8.1	小波图像水印的基本原理	248

5.8.2 Matlab 例程分析	249
第6章 Matlab 小波包与信号处理	254
6.1 小波包基本原理	254
6.1.1 小波包理论	254
6.1.2 小波包滤波算法	254
6.2 小波包树的管理	255
6.2.1 从 Matlab 命令行显示小波包树	255
6.2.2 从 Matlab 图形用户接口(GUI)绘制小波包树	258
6.2.3 对小波包设置阈值	259
6.3 小波包在信号时频分析中的应用	262
6.3.1 Matlab δ 信号的小波包分析	262
6.3.2 Matlab 正弦信号的小波包分析	263
6.3.3 Matlab 变频信号的小波包分析	266
6.3.4 Matlab 调频信号的小波包分析	267
6.4 小波包与信号消噪	269
6.4.1 基本原理	269
6.4.2 Matlab 例程分析	270
6.5 小波包与信号压缩	271
6.5.1 基本原理	271
6.5.2 Matlab 例程分析	271
第7章 Matlab 小波包与图像处理	273
7.1 引言	273
7.2 小波包与图像消噪	273
7.2.1 基本原理	273
7.2.2 Matlab 例程分析	274
7.3 小波包与图像压缩	278
7.3.1 基本原理	278
7.3.2 Matlab 例程分析	278
7.4 小波包与图像边缘检测	281
7.4.1 基本原理	281
7.4.2 Matlab 例程分析	281

第8章 Matlab 小波综合例程分析	284
8.1 基于 Matlab 的小波突变信号检测实验	284
8.1.1 信号的突变性与小波变换	284
8.1.2 信号的突变点检测原理	285
8.1.3 Matlab 小波变换与傅里叶变换的效果对比	287
8.1.4 Matlab 小波用于检测奇异点	289
8.1.5 Matlab 小波变换与傅里叶变换用于检测阶跃信号	292
8.1.6 Matlab 小波变换用于检测含有两个突变点的信号	295
8.1.7 Matlab 小波类型的选择对于检测突变信号的影响	298
8.2 Matlab 提升小波变换	301
8.2.1 提升算法	301
8.2.2 Matlab 提升小波函数	303
8.2.3 Matlab 一维提升小波变换	318
8.2.4 Matlab 二维提升小波变换	319
8.2.5 Matlab 一维提升小波反变换	320
8.2.6 Matlab 二维提升小波反变换	321
8.3 小波分析的直方图	321
8.3.1 概述	321
8.3.2 结果及其分析	322
8.3.3 源程序	325
参考文献	329

第 1 章 小波分析理论与小波函数

小波变换是 20 世纪 80 年代中期发展起来的一种时频分析方法,比 DCT 这样的傅里叶变换的性能更优越,被广泛应用于调和分析、话音处理、图像分割、石油勘探和雷达探测等方面,也被应用于音频、图像和视频的压缩编码。

本章先介绍小波变换的来龙去脉,然后分别介绍连续小波变换、离散小波变换、Haar 小波变换和整数小波变换等基本理论,最后介绍基于 Matlab 的小波分析函数。

小波变换(Wavelet Transform)是傅里叶变换的发展,中间经历了窗口傅里叶变换。

原始数据一般是时间或空间信号,在时空上有最大分辨率。时空信号经傅里叶变换后得到频率信号,在频域上有最大分辨率,但其本身并不包含时空定位信息。窗口傅里叶变换通过对时空信号进行分段或分块进行时空一频谱分析,但由于其窗口的大小是固定的,不适用于频率波动大的非平稳信号。而小波变换可以根据频率的高低自动调节窗口大小,是一种自适应的时频分析方法,具有多分辨率分析功能。

本节先讨论小波变换与(窗口)傅里叶变换的关系,然后依次介绍连续小波变换、离散小波变换、Haar 小波变换和第二代小波变换(整数小波变换)。

1.1 傅里叶变换与小波变换

傅里叶变换(Fourier Transform)发表于 1822 年,是法国科学家 Joseph Fourier 用无穷三角级数求解热传导偏微分方程时所提出的一种数学方法,它可将时空信号变换成频率信号。

鉴于傅里叶变换不含时空定位信息,匈牙利人 Dennis Gabor(1971 年的诺贝尔物理学奖获得者)于 1946 年提出窗口傅里叶变换(Window Fourier Transform)。窗口傅里叶变换可以用于时频分析,但是窗口大小是固定的。



Joseph Fourier

1984 年,法国的物理学家 Jean Morlet 和 A. Grossman 在进行石油勘探的地震

数据处理分析时又提出了具有可变窗口的自适应时频分析方法——小波变换 (Wavelet Transform)。

1.1.1 傅里叶变换

傅里叶变换(Fourier Transform)是 1807 年法国科学家 Joseph Fourier 在研究热力学问题时所提出的一种全新的数学方法, 当时曾受到数学界的嘲笑与抵制, 后来却在工程技术领域得到了广泛的应用, 并成为分析数学的一个分支——傅里叶分析。

原始的多媒体数据一般为时空信号, 在时空上有最大分辨率, 并可利用时空上的相关性进行数据压缩。Fourier 变换可将时空域中的多媒体信号映射到频率域来研究, 既更符合人类感觉特征, 也可以利用信号在频率域中的冗余进行数据压缩。Fourier 变换所得的频率信号在频率域上有最大分辨率, 但其本身并不包含时空定位信息。

时空信号:

$$f(t), t \in (-\infty, \infty) \quad (\text{一维时间信号, 参见图 1-1})$$

$$f(x, y), x, y \in (-\infty, \infty) \quad (\text{二维空间信号})$$

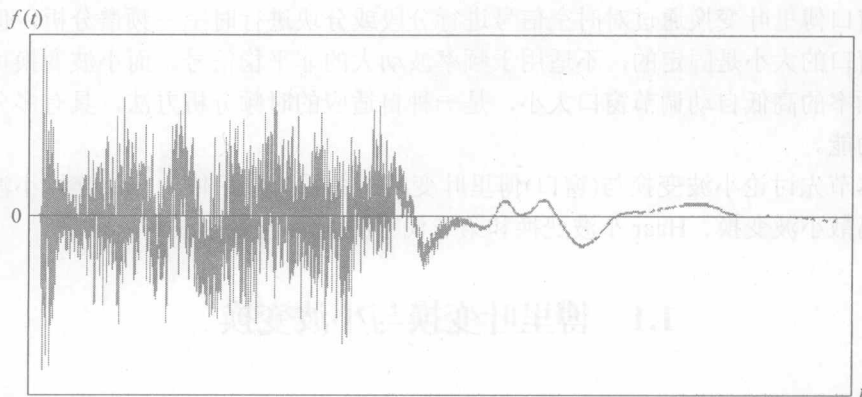


图 1-1 音频信号的时间波形图

Fourier 变换, $F(w)$ 为频率信号:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{参见图 1-2})$$

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j(ux+vy)} dx dy$$

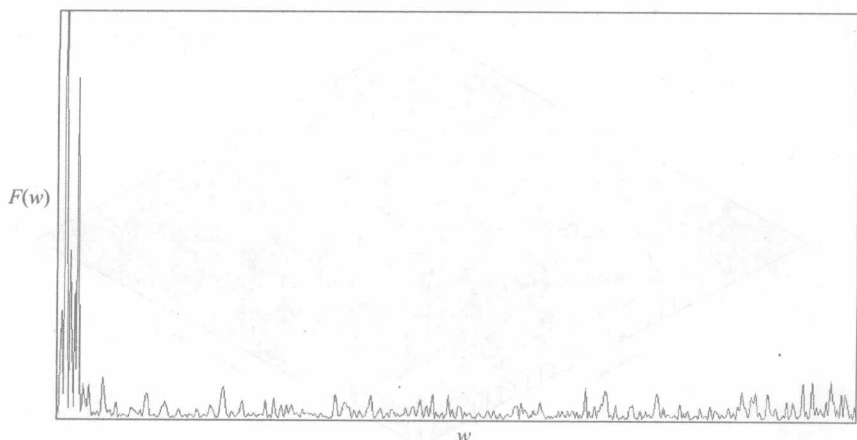


图 1-2 音频信号的频率图

1.1.2 窗口傅里叶变换

虽然基于 Fourier 变换的频谱分析在需要信号分析及数据处理的物理、电子、化学、生物、医学、军事、话音、图像、视频等众多科学研究与工程技术的广阔领域得到了非常广泛和深入的应用,但对既需要频谱分析又要求时空定位的应用,如雷达探测、话音识别、图像处理、地震数据分析等, Fourier 分析技术就显得力不从心了。

为了弥补 Fourier 变换不能时空定位的不足,工程技术领域长期以来一直采用 D.Gabor 开发的窗口 Fourier 变换(短时 Fourier 变换)来对时空信号进行分段或分块的时空一频谱分析(时频分析)。

窗口 Fourier 变换:(参见图 1-4)

$$F_g(\tau, w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{g(t-\tau)} e^{-jw t} dt$$

式中: g 为窗口函数(参见图 1-3)。

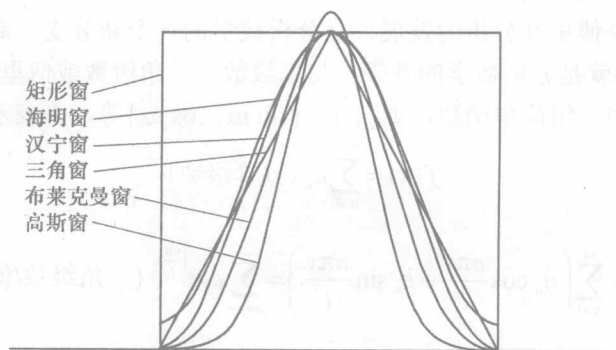


图 1-3 音频处理中常用的几种窗口函数

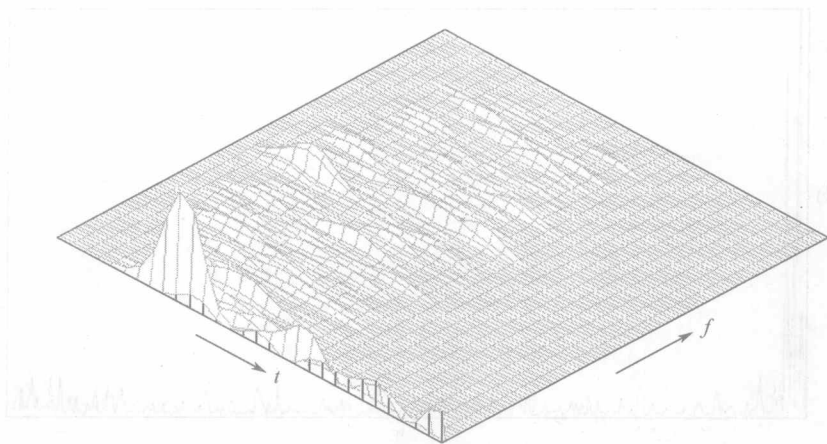


图 1-4 音频信号的三维频谱图

虽然窗口 Fourier 变换能部分解决 Fourier 变换时空定位问题,但由于窗口的大小是固定的,对频率波动不大的平稳信号还可以,但对音频、图像等突变定信号就成问题了。本来对高频信号应该用较小窗口,以提高分析精度;而对低频信号应该用较大窗口,以避免丢失低频信息;而窗口 Fourier 变换则不论频率的高低,都统一用同样宽度的窗口来进行变换,所以分析结果的精度不够或效果不好,因而迫切需要一种更好的时频分析方法。

1.1.3 小波变换

近 20 年来发展起来的小波(Wavelet)分析正是这样一种时频分析方法,具有多分辨分析功能,被誉为数学显微镜。它是继一百多年前发明傅里叶分析之后的又一个重大突破,对许多古老的自然学科和新兴的高新技术应用学科都产生了强烈冲击,并迅速应用到图像处理和话音分析等众多领域。

1. 函数展开与积分变换

小波分析是傅里叶分析的发展,是分析数学的一个新分支,高等数学中的微积分(数学分析)就是分析数学的基础。与幂级数、三角级数或傅里叶级数等一样,小波分析研究用一组简单函数,如 $\{x^n\}$ 、 $\{\sin nx, \cos nx\}$ 等,来表示任意函数,如

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (\text{幂级数})$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\frac{jn\pi}{l}x} \quad (\text{三角级数/傅里叶级数})$$

式中

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n), c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n), e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta, j = \sqrt{-1}$$

被表示的函数的全体构成一个函数空间(一种函数的集合), 而表示这些函数的函数族 $\{x^n\}$ 与 $\{\sin nx, \cos nx\}$ 等则为函数空间的基底。函数展开式中的系数为该函数在函数空间中相对于此基底的坐标, 对应于函数空间的一个点。这相当于将函数从原来的域变到新的域, 如三角级数将时空域的函数变换到频率域。

为了求得展开式的系数, 需要对原函数求微积分, 如幂级数中的

$$a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$$

三角级数中的

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx, \quad b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$$

和傅里叶级数中的

$$c_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) e^{-j\frac{n\pi}{l}x} dx$$

若 $f(x)$ 不是以 $2l$ 为周期的函数, 在上式中改记 x 为 t , $\frac{n\pi}{l} = w$, 并让 $l \rightarrow \infty$, 则得 Fourier 变换:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

这是一种复变函数的广义积分, 也是一种积分变换。

2. 小波的发展

自从近两百年前 Joseph Fourier 在研究热力学问题提出 Fourier 分析以后, 长期以来许多数学家一直在寻找更广泛函数空间的性能更好的基底函数族, 工程技术领域也一直在寻找更好的时频分析方法, 但收获甚微。

1984 年, 法国年轻的地球物理学家 Jean Morlet 在进行石油勘探的地震数据处理分析时与法国理论物理学家 A. Grossman 一起提出了小波变换 (Wavelet Transform, WT) 的概念并定义了小波函数的伸缩平移系:

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi \left(\frac{x-b}{a} \right) \right\}$$

但并没有受到学术界的重视。直到 1986 年法国大数学家 Yves Meyer 构造出平方可积空间 L^2 的规范正交基——二进制伸缩平移系:

$$\left\{ \psi_{j,k}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}x - k) \right\}$$