教育部、保监会推荐教材

经济管理类课程教材

保险系列

保险精算

（第二版）

主编　李秀芳　傅安平　王静龙

教学资源库网址：
www.crup.com.cn/jingji

中国人民大学出版社

教育部、保监会推荐教材

经济管理类课程教材·保险系列

保险精算

（第二版）

主编　李秀芳　傅安平　王静龙

中国人民大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

保险精算/李秀芳等主编. 2版.
北京：中国人民大学出版社，2008
教育部、保监会推荐教材
经济管理类课程教材·保险系列
ISBN 978-7-300-08934-8

Ⅰ. 保…
Ⅱ. 李…
Ⅲ. 保险-精算学-教材
Ⅳ. F840.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 009622 号

教育部、保监会推荐教材
经济管理类课程教材·保险系列
保险精算（第二版）
主编　李秀芳　傅安平　王静龙

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街 31 号	**邮政编码**	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511398（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com（人大教研网）		
经　　销	新华书店		
印　　刷	北京民族印刷厂		
开　　本	170 mm×228 mm　16 开本	**版　　次**	2004 年 4 月第 1 版
			2008 年 2 月第 2 版
印　　张	18.5	**印　　次**	2008 年 2 月第 1 次印刷
字　　数	334 000	**定　　价**	25.00 元

总 序

中国保险监督管理委员会主席

吴定富

改革开放以来，中国保险业走上了高速发展的快车道，无论是保险市场规模还是保险市场主体，都获得了前所未有的发展，保险监管体系与法律体系已初步建立并趋于完善。随着社会主义市场经济的深入，特别是加入世界贸易组织后，对外开放的进一步扩大以及经济全球化进程的加快，中国保险业发展前景更为广阔，面临的挑战更为严峻。如何在总结和借鉴国内外保险业发展经验和教训的基础上，对中国保险业的发展、保险业风险防范机制的建立和完善、保险业对外开放、加强和改进保险监管、充分发挥行业组织自律作用和加快培养保险人才等方面的问题进行深入研究和探讨，为中国保险业的发展提供正确的理论指导，成为保险监管部门、保险理论界与实务界的重要课题。

适应这种形势，由国发资本市场研究所牵头，“政产学”界专家教授共同参与，编写了“经济管理类课程教材·保险系列”教材。

一般而言，只有成熟的经济形态，才有成熟的经济理论。在社会主义市场经济体制初步建立，保险业飞速发展，还需要逐步总结完善的时候，编写一套保险系列丛书，是一项探索性的工作。这种探索是对保险

业感性认识去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里的加工整理过程，这个过程可以加深人们对保险业改革与实践的认识，加强人们对保险业运行规律的把握，但不可能穷尽人们对保险工作的认识。这套系列教材紧密结合当前国内外经济金融理论研究的最新成果与中国保险业改革与发展的实际情况，全面阐述了保险的基本原理、基本方法和基本技能。因此，我愿意把它介绍给所有热爱和关心保险业的同志们，希望大家在学习、工作和交流中进一步研究探讨，使这套系列教材能够不断丰富完善。我也相信该系列教材的推出，能够为保险学科的建设与教学改革、为中国保险业人才的培养起到应有的作用，为中国保险业的发展做出重要贡献。

第二版前言

经济越发展，社会越进步，保险越重要。《国务院关于保险业改革发展的若干意见》的颁布，为我国保险业的未来发展指明了方向，我国保险业正在步入又好又快发展的新阶段。做大做强保险业对人才教育和培养提出了新的要求，为此，教育部和保监会联合下发《关于加强学校保险教育有关工作的指导意见》，明确提出将保险教育纳入国民教育体系，在各级学校加强保险专业教育。

作为保险专业教材，本书是由中国人民大学财政金融学院保险系张洪涛教授担任总主编的“21 世纪保险系列教材”中的《寿险精算》（李秀芳、傅安平、李静主编）和《非寿险精算》（王静龙、汤鸣、韩天雄主编）改编而成，自出版以来，在社会上得到广泛好评，并成为教育部和中国保监会的共同推荐教材。为了与保险业快速发展的新形势相适应，根据近年来保险理论与实践发展的新动向，编者立足于新形势、新法规、新问题、新数据，对本书进行全面修订和完善。为此成立了本书修订委员会，张洪涛教授为修订委员会主任，成员包括郑功成、乔林、王绪瑾、庄作瑾、孔泾源、李秀芳、傅安平、李静、王静龙、汤鸣、韩

天雄、陈栋、许飞琼、王颖、魏丽、戴稳胜、胡波、许荣、张俊岩、张美玲、王佳，陆渊、周玉坤、郭韶青、郑宇、王勋、谢香梅、计晓、涂子凡、张炼、夏磊等参加了具体的修订工作。

本书以我国目前应用较为成熟的人寿保险精算为主体，同时对应用较广泛的部分非寿险（主要指财产保险）精算技术进行了阐述，读者通过学习不仅可以较全面地掌握精算的理论基础和数理基础，还可以了解精算在实务应用中的基本思想和方法。本次教材修订吸收了国内外的最新研究成果，同时结合我国寿险及非寿险精算的实践运用了大量的实证分析和实例分析，是一本集精算理论、基本技能和实务应用为一体的精算教材。修订过程中除对寿险及非寿险相应章节进行合并、整理外，还根据《中国人寿保险业经验生命表（2000—2003）》对寿险部分的数据及习题进行了更新。同时在习题中增加了选择题的形式，调整了习题数量，并对其进行适当的更新。当然，由于时间仓促，而我国保险业的发展日新月异，修订过程中难免挂一漏万，希望同行专家和读者对本书提出宝贵意见和建议，以使我们今后能够不断对之加以完善。

编者

2008 年 1 月

目　录

第 1 章　利息的基本概念 ······ 1

1.1　实际利率与实际贴现率 ······ 1

1.2　名义利率和名义贴现率 ······ 6

1.3　利息强度 ······ 10

第 2 章　年金 ······ 15

2.1　期末付年金 ······ 15

2.2　期初付年金 ······ 20

2.3　任意时刻的年金值 ······ 24

2.4　永续年金 ······ 27

2.5　连续年金 ······ 29

第 3 章　生命表基础 ······ 32

3.1　生命函数 ······ 32

3.2　生命表 ······ 38

第 4 章　人寿保险的精算现值 …… 46
4.1　死亡即付的人寿保险 …… 46
4.2　死亡年末给付的人寿保险 …… 56
4.3　死亡即付人寿保险与死亡年末付人寿保险的精算现值的关系 …… 61
4.4　递增型人寿保险与递减型人寿保险 …… 62
第 5 章　年金的精算现值 …… 70
5.1　生存年金的概念 …… 70
5.2　连续给付型生存年金 …… 71
5.3　离散型生存年金 …… 79
5.4　每年给付数次的生存年金 …… 85
第 6 章　期缴纯保费与营业保费 …… 90
6.1　全连续型寿险的纯保费 …… 91
6.2　全离散型寿险的纯保费 …… 99
6.3　每年缴纳数次的纯保费 …… 106
6.4　营业保费 …… 109
第 7 章　准备金 …… 118
7.1　全连续型寿险的责任准备金 …… 119
7.2　全离散型寿险的责任准备金 …… 125
7.3　半连续型寿险的责任准备金 …… 132
7.4　责任准备金的递推公式 …… 133
7.5　修正准备金方法 …… 136
7.6　IBNR 准备金的估计方法 …… 142
第 8 章　保单现金价值与红利 …… 149
8.1　保单现金价值 …… 149
8.2　保单选择权 …… 156
8.3　资产份额 …… 160
8.4　保单红利 …… 163
第 9 章　现代寿险的负债评估 …… 170
9.1　利率敏感型寿险的评估 …… 170
9.2　年金评估 …… 178
9.3　变额保险的评估 …… 192
第 10 章　风险投资和风险理论 …… 198

10.1 引言 …… 198
10.2 投资工具 …… 199
10.3 投资策略 …… 214
10.4 财务报表分析 …… 222
10.5 考虑投资收入的费率定价模型 …… 225
10.6 短期个别风险模型 …… 228
10.7 短期聚合风险模型 …… 237
10.8 长期聚合风险模型 …… 246

练习题答案 …… 259
附表 1 中国人寿保险业经验生命表(2000—2003) 非养老金业务男表(CL1) …… 265
附表 2 中国人寿保险业经验生命表(2000—2003) 非养老金业务女表(CL2) …… 269
附表 3 中国人寿保险业经验生命表(2000—2003) 养老金业务男表(CL3) …… 273
附表 4 中国人寿保险业经验生命表(2000—2003) 养老金业务女表(CL4) …… 277

参考文献 …… 281

第1章

利息的基本概念

1.1 实际利率与实际贴现率

所谓利息，是指在一定时期内借款人向贷款人支付的使用资金的报酬。

如果我们把每项业务开始时投资的金额称为本金，而把业务开始一定时间后回收到的总金额称为该时刻的积累值（或终值），则积累值与本金的差额就是这一时期的利息金额。

假定在投资期间不再加入或抽回本金，则决定积累值的两个最主要的因素就是本金金额和从投资日算起的时间长度。时间长度可以用不同的单位来度量，如日、周、月、季、半年、一年等。用来度量时间的单位称为“度量期”或“期”，其中最常用的期是年。

考虑投资一单位的本金。我们定义该投资在时刻 t 的积累值为积累

函数$a(t)$，显然，$a(0)=1$，积累函数 $a(t)$ 也可称为 t 期积累因子，因为它是单位本金在 t 期期末的积累值。一般情况下，本金金额不是 1 个单位，而是 k 个单位，这时我们定义一个总量函数 $A(t)$，它是本金为 k 的投资在时刻 $t\geqslant 0$ 时的积累值。

显然，$A(t)$ 与 $a(t)$ 仅相差一个倍数 k，即

$$A(t)=k\cdot a(t) \tag{1.1.1}$$

我们称积累函数 $a(t)$ 的倒数 $a^{-1}(t)$ 为 t 期折现因子或折现函数。特别地，把一期折现因子 $a^{-1}(1)$ 简称为折现因子，并记为 v。容易发现，t 期折现因子 $a^{-1}(t)$是为了使在 t 期期末的积累值为 1，而在开始时投入的本金金额。事实上，将 $k=a^{-1}(t)$ 代入式（1.1.1），就有

$$A(t)=k\cdot a(t)=a^{-1}(t)\cdot a(t)=1$$

我们把为了在 t 期期末得到某个积累值，而在开始时投入的本金金额称为该积累值的现值。显然，$a^{-1}(t)$ 是在 t 期期末支付 1 的现值，在 t 期期末支付 k 的现值为 $k\cdot a^{-1}(t)$。

在某种意义上，积累与折现是相反的过程，$a(t)$ 为 1 单位本金在 t 期期末的积累值，而 $a^{-1}(t)$ 是在 t 期期末支付 1 单位终值的现值。

另外，把从投资日起第 n 个时期得到的利息金额记为 I_n，则

$$I_n=A(n)-A(n-1),\quad n\geqslant 1 \tag{1.1.2}$$

式中，I_n 为一个时间区间上所得利息的量；$A(n)$ 为在一特定时刻的积累量。

1.1.1 实际利率

某一度量期的实际利率，是指该度量期内得到的利息金额与此度量期开始时投入的本金金额之比。实际利率通常用字母 i 表示。

对于有多个度量期的情形可以分别定义各个度量期的实际利率。这时，用 i_n 表示从投资日算起第 n 个度量期的实际利率，则

$$i_n=\frac{A(n)-A(n-1)}{A(n-1)}=\frac{I_n}{A(n-1)},\quad n\geqslant 1，n\text{ 为整数} \tag{1.1.3}$$

【例 1.1.1】 某人到银行存入 1 000 元，第 1 年年末的存款余额为 1 020 元，第 2 年年末的存款余额为 1 050 元，问第 1 年、第 2 年的实际利率分别是多少？

解 显然

$$A(0)=1\ 000$$
$$A(1)=1\ 020$$
$$A(2)=1\ 050$$

因此
$$I_1=A(1)-A(0)=20$$
$$I_2=A(2)-A(1)=30$$
$$i_1=\frac{I_1}{A(0)}=\frac{20}{1\ 000}=2\%$$
$$i_2=\frac{I_2}{A(1)}=\frac{30}{1\ 020}=2.941\%$$

故第 1 年的实际利率为 2%，第 2 年的实际利率为 2.941%。

1.1.2 单利和复利

前面讨论的实际利率是针对某一个度量期而言的，若投资期为多个或非整数个度量期，那么如何进行利息的度量呢？最重要的度量方式有单利和复利两种。

考虑投资一单位本金。如果其在 t 时的积累值为

$$a(t)=1+i\cdot t \tag{1.1.4}$$

则该笔投资以每期单利 i 计息，并将这样产生的利息称为单利。

如果其在 t 时的积累值为

$$a(t)=(1+i)^t \tag{1.1.5}$$

则该笔投资以每期复利 i 计息，并将这样产生的利息称为复利。

由上述定义可知：

(1) 若以每期单利 i 计息，那么，在投资期间，每一度量期产生的利息均为常数 i。不过，这并不意味着实际利率为 i。事实上，按定义，对于整数 $n\geqslant 1$，第 n 期的实际利率为

$$\begin{aligned} i_n &=\frac{a(n)-a(n-1)}{a(n-1)}\\ &=\frac{(1+in)-[1+i(n-1)]}{1+i(n-1)}\\ &=\frac{i}{1+i(n-1)} \end{aligned}$$

显然，i_n 关于 n 单调递减。也就是说，常数的单利意味着递减的实际利率。

（2）若以每期复利 i 计息，则在投资期间的不同时期将产生不同的利息。事实上

$$\begin{aligned} I_n &= a(n) - a(n-1) \\ &= (1+i)^n - (1+i)^{n-1} \\ &= i \cdot (1+i)^{n-1} \\ &= i \cdot a(n-1) \end{aligned}$$

上面讨论的是单位本金，所以采用的是 $a(n)$ 而不是 $A(n)$，显然，I_n 关于 n 单调递增。而对于每期的实际利率，有

$$i_n = \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} = \frac{I_n}{a(n-1)} = i$$

比较单利和复利可以发现，单利具有这样的性质：利息并不作为投资资金而再赚取利息；对复利来讲，在任何时候，本金和到该时为止得到的利息，总是用来投资以赚取更多的利息。

【例 1.1.2】 某银行以单利计息，年息为 2%，某人存入 5 000 元，问 5 年后的积累值是多少？

解 $A(5) = 5\,000 \cdot a(5) = 5\,000 \times (1 + 5 \times 2\%) = 5\,000 \times 1.1 = 5\,500$（元）

即 5 年后的积累值为 5 500 元。

【例 1.1.3】 如果例 1.1.2 中银行以复利计息，其他条件不变，问 5 年后的积累值是多少？

解 $A(5) = 5\,000 \cdot a(5) = 5\,000 \times (1 + 2\%)^5 = 5\,520.4$（元）

即 5 年后的积累值为 5 520.4 元。

1.1.3 实际贴现率

一个度量期的实际贴现率为该度量期内取得的利息金额与期末投资可回收金额之比，通常用字母 d 来表示。

可以看出，实际贴现率 d 与实际利率 i 的定义十分类似。事实上，它们都是一个比例，而且都是利息除以投资金额，只不过实际利率 i 对应的投资金额是在期初实际付出的资金金额，即本金；而实际贴现率 d 对应的投资金额是期末投资者可收回的资金金额。

类似于实际利率，也可以定义任意度量期的实际贴现率，令 d_n 为从投资日算起第 n 个时期的实际贴现率，根据定义，有

$$d_n=\frac{A(n)-A(n-1)}{A(n)}=\frac{I_n}{A(n)},\quad n\geqslant 1,n\text{ 为整数} \tag{1.1.6}$$

式中，I_n 为贴现金额或利息金额。一般来说，像 I_n 一样，d_n 也可能随不同的时期而变化。然而，若在复利假设下，如果实际利率是常数，那么实际贴现率也是常数。

事实上，若每期实际利率为 i，那么对任意正整数，有

$$a(n)=(1+i)^n$$

$$d_n=\frac{a(n)-a(n-1)}{a(n)}=\frac{(1+i)^n-(1+i)^{n-1}}{(1+i)^n}=\frac{i}{1+i}$$

d_n 与 n 无关，为常数，通常把这种情况下的贴现叫做复贴现，这是类似于复利的一个术语。

【例 1.1.4】 重新考虑例 1.1.1 中的存款，若条件不变，求第 1 年、第 2 年的实际贴现率。

解 $$d_1=\frac{A(1)-A(0)}{A(1)}=\frac{20}{1\ 020}=1.961\%$$

$$d_2=\frac{A(2)-A(1)}{A(2)}=\frac{30}{1\ 050}=2.857\%$$

实际利率和实际贴现率都是用来度量利息的，若某人以实际贴现率 d 借款 1，则实际上的本金为 $1-d$，而利息（贴现）金额为 d，若这笔业务的实际利率为 i，则

$$i=\frac{d}{1-d} \tag{1.1.7}$$

这表明，与实际贴现率 d 等价的实际利率为 $\frac{d}{1-d}$。将式（1.1.7）进行变化，有

$$i-id=d \tag{1.1.8}$$

$$d(1+i)=i \tag{1.1.9}$$

$$d=\frac{i}{1+i} \tag{1.1.10}$$

即与实际利率 i 等价的实际贴现率为 $\frac{i}{1+i}$。

贴现率 d 和折现因子 v 之间也存在着重要的关系。由式（1.1.10）可知

$$d=iv \tag{1.1.11}$$

对于式（1.1.11）我们可以这样理解：以贴现率 d 投资 1 赚得的在期初支付的利息是 d，如果该笔业务以利率度量，且等价的实际利率为 i，也就是说，这笔业务如果投资 1，将在期末赚得利息 i。而 i 在期初的现值为 iv，这个值显然应该等于 d。

由式（1.1.11），还有

$$d=\frac{i}{1+i}=\frac{1+i}{1+i}-\frac{1}{1+i}=1-v \tag{1.1.12}$$

或

$$v=1-d \tag{1.1.13}$$

显然，式（1.1.13）两端均可看成是期末支付 1 的现值。

另外，由于

$$d=iv=i(1-d)=i-id \tag{1.1.14}$$

即

$$i-d=id \tag{1.1.15}$$

式（1.1.14）也可理解为，某人可以借款 1 而在期末还 $1+i$；也可借 $1-d$ 而在期末还 1。两种选择本金的差为 d，因此，利息差应为 id，而实际上两种选择的利息差为 $i-d$，于是有式（1.1.15）。

1.2 名义利率和名义贴现率

前面讨论了实际利率和实际贴现率，“实际”一词的主要含义在于，利息为每个度量期支付一次，或在期初，或在期末，视具体情况而定。然而，实际上往往有很多在一个度量期中利息支付不止一次或在多个度量期利息才支付一次的情形。这时，我们称相应的一个度量期的利率和贴现率为“名义”的。

用符号 $i^{(m)}$ 记每一度量期支付 m 次利息的名义利率。m 一般为大于 1 的整数，有时 m 也可以小于 1 或不为整数，只是这种情况很少见。所谓名义利率 $i^{(m)}$，是指每 $\frac{1}{m}$ 个度量期支付利息一次，而在每 $\frac{1}{m}$ 个度量期的实际利率为 $\frac{i^{(m)}}{m}$。也就是说，每一度量期 $i^{(m)}$ 的名义利率等价于每 $\frac{1}{m}$ 度量期 $\frac{i^{(m)}}{m}$ 的实际利率。例如，

若一年为一个度量期，$i^{(4)}=8\%$的名义利率指的是每季度的实际利率为 2%，即每年计息 4 次的年名义利率为 8%。

由等价的定义还可以得到 $i^{(m)}$ 与等价的实际利率 i 之间的关系，即

$$1+i=\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m} \tag{1.2.1}$$

$$i=\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m}-1 \tag{1.2.2}$$

$$i^{(m)}=m\left[(1+i)^{\frac{1}{m}}-1\right] \tag{1.2.3}$$

图 1.2.1 形象地揭示了在一个度量期中以名义利率积累的过程，其中向右的对角线箭头可理解为加号，而向下的箭头则可看成等号。

$$\begin{array}{lcccccc}
\text{时间点：} & 0 & \frac{1}{m} & \frac{2}{m} & \cdots & \frac{m-1}{m} & \frac{m}{m}=1 \\
\text{利　息：} & & \frac{i^{(m)}}{m}\cdot 1 & \frac{i^{(m)}}{m}\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right) & \cdots & \frac{i^{(m)}}{m}\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m-2} & \frac{i^{(m)}}{m}\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m-1} \\
& \nearrow & \downarrow\ \nearrow & \downarrow & & \downarrow\ \nearrow & \downarrow \\
\text{余　额：} & 1 & 1+\frac{i^{(m)}}{m} & \left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{2} & \cdots & \left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m-1} & \left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m}=1+i
\end{array}$$

图 1.2.1　名义利率图

类似地，用符号 $d^{(m)}$ 记每一度量期付 m 次利息的名义贴现率。所谓名义贴现率 $d^{(m)}$，是指每$\frac{1}{m}$个度量期支付利息一次，而在每$\frac{1}{m}$个度量期的实际贴现率为$\frac{d^{(m)}}{m}$。

名义贴现率 $d^{(m)}$ 是一种在每$\frac{1}{m}$个度量期初支付的利息的度量。正如 d 是在一个度量期初支付的利息的度量一样。类似于 $i^{(m)}$ 与 i 之间关系的推导，由等价的含义也可推导出 $d^{(m)}$ 和 d 之间的关系。

事实上，若 $d^{(m)}$ 与 d 等价，则有

$$1-d=\left(1-\frac{d^{(m)}}{m}\right)^{m} \tag{1.2.4}$$

$$d=1-\left(1-\frac{d^{(m)}}{m}\right)^{m} \tag{1.2.5}$$