高等数学达标训练

第二版

陈孝萱　谢兴武　朱荣昌　主编

GAOD[illegible] SHUXUE DABIAO XUNLIAN

武汉工业大学出版社

高等数学达标训练

（第二版）

主　编　陈孝萱　谢兴武　朱荣昌
副主编　李德宜　姚金城　谢　鹏　管典安

武汉工业大学出版社

(鄂)新登字 13 号

图书在版编目(CIP)数据

高等数学达标训练/陈孝萱等主编.—2 版.—武汉:武汉工业大学出版社,1995.7 重印
ISBN 7-5629-0994-6

I. 高… Ⅱ. 陈… Ⅲ. 高等数学-习题-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. O13

武汉工业大学出版社出版发行
(武汉市珞狮路 14 号 邮政编码 430070)
湖北省国营华严彩印厂印刷
开本:787×1092 1/16 印张:19.125 字数:385 千字
1993 年 12 月第 1 版 1995 年 7 月第 2 版 1995 年 7 月第 2 次印刷
印数:8001—18000 册
定价:15.80 元

第一版前言

本书按照同济大学《高等数学》(第三版)的章节次序编写,基本上每节安排一份习题(个别情况下,也有将前后两节合成一节的,打 * 号的节则一律删去),在选题和编排上注意了以下几点:

1. 题量充足,但不过多,教师在使用时可酌情适量增删,但一般不需要作很大变动。

2. 编入了大量标准化题(是非判断、单项选择、填空),希望通过这些习题,使学生对基本概念和定理理解得更深刻、更细微些,另外也可使教师在批改作业方面节省不少时间和精力。

3. 在基本题下留出了做题的空白,使学生节省了抄题的时间,也方便了批阅。

4. 每一节都选了少量参考题,参考题一般不要求学生作为作业完成(因此未留空白),只供有余力的同学选作。

5. 每一章末安排一次复习自测题,供学生在学完一章后复习提高用。

6. 采取活页形式以便教师检查和批阅,答案部分集中排印,教师可根据本班情况,在适当的时候将答案发给学生。

7. 为了节省篇幅,答案部分只给出标准化题及计算题的答案,一般不给出图象,部分证明题给出提示或证明要点(写得比较简略,不能作为学生在证题时的书写规范)。

本书由武汉工业大学、中国地质大学、武汉钢铁学院部分教师联合编写,具体分工是:工大——第一、十一章(陈孝萱),第二、七章(朱荣昌),第六章(管典安),地大——第三、五、十二章(谢兴武),第四章(姚金城);钢院——第八、九章(李德宜),第十章(谢鹏)。

限于编者的水平和编写时间的仓促,错误和缺点恐怕在所难免,诚恳希望读者批评指正。

编者

1993.7.20

第二版前言

本版在版面安排上较第一版作了较大的改动，主要给教师批阅作业带来更大的方便。在第一版的基础上，本版将内容分成四大块，使得其结构更加合理。

其一，计算练习题部分供读者课后作业。习题配置大体与课时内容一致，题型选择面宽，重点突出且少而精，能充分反映出《高等数学》各章节的基本内容、基本概念与基本方法的训练，同时也是《高等数学》课后学习所必不可少的重要环节；其二，标准化题（含是非判断、单项选择题）部分供读者课后复习用。该部分以基本概念、常用解题方法为主，从正反两个方面指出学习过程中常犯与易犯的各类错误。对于读者正确理解基本概念、巩固基本方法的掌握会起到很大的作用；其三，参考题部分结合历届研究生入学考试的基本要求，按章节精选了一定量的典型的难度稍大的题目。一方面为教师习题课的选题提供了一定量的素材；另一方面，读者可用来提高自身的数学素质，并为考研作好进一步的准备；其四，题目的答案与提示部分供读者参考（参考题有较为详细的解答）。

此外，我们还编印了专供教师批阅作业用的计算练习题部分的详细解答。且解答部分的页码及版面形式与本书完全保持一致。同时，每次作业集中于一页纸，相信一定会让教师批阅作业时感到轻松自如。需要解答者请与武汉工业大学出版社发行科联系。

该项修订具体工作由谢兴武（第一、二、三章）、姚金城（第四章）、朱荣昌（第五、六章）、管典安（第七章）、李德宜（第八、九章）、谢鹏（第十、十一章）、陈孝萱（第十二章）等同志完成。并由谢兴武完成第一至第六章的编审，朱荣昌完成第七至第十二章的编审。

因修订工作量较大、时间仓促，仍难免存在一些错误，恳请读者批评指正。

编　者

1995.7.10

目　录

第一部分　计算练习题

第二部分 标准化试题

第三部分 参考题

第四部分 答案与提示

第一部分

计　算　练　习　题

班级______姓名______

第一章　函数与极限

§1-1　函　　数

§1-2　初等函数

一、填空题

1. 若 $f(x)=x^3+1$,则 $[f(x)]^2-f(x^2)=$ ______________.

2. 若 $f(\ln x)=x^2-x, 0<x<+\infty$,则 $f(x)=$ ____________.

3. $\varphi(x)=x^2, \psi(x)=2^x$,则 $\varphi[\varphi(x)]=$ ______________,$\varphi[\psi(x)]=$ ______________,$\psi[\varphi(x)]=$ ______________,$\psi[\psi(x)]=$ ______________.

4. $f(x)=\begin{cases}1, & |x|<1,\\ 0, & |x|=1,\\ -1, & |x|>1,\end{cases}$ $g(x)=e^x$,则 $f[g(x)]=\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$ ______________

$g[f(x)]=\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$ ______________

5. 函数 $y=\log_2[\log_3(\log_4 x)]$,定义域是______________.

6. $y=\sqrt{3-x}+\arcsin\dfrac{3-2x}{5}$,定义域是______________.

二、设 $f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$,$F(x)=f(x-m)+f(x+m)$,$(m>0)$,求 $F(x)$ 的定义域.

三、设 $f(x)$ 为定义在 $(-l,l)$ 内的奇函数,若 $f(x)$ 在 $(0,l)$ 内单调增加,证明 $f(x)$ 在 $(-l,0)$ 内也单调增加.

四、求下列函数的反函数

1. $y=\log_a\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$

2. $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$

五、作函数图象

设 $y = f(x)$ 的图形如图 1-1 所示，试作下列各函数的图形．

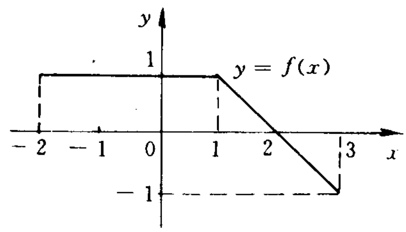

图 1-1

(1)$y = f(x) - 1$ (2)$y = f(x + 1)$

(3)$y = - f(- x)$ (4)$y = |f(x)|$

六、设 $f(x)$ 满足 $af(x) + bf\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{c}{x}$，$a$、$b$、$c$ 为常数，且 $|a| \neq |b|$，(1) 求 $f(x)$ 表达式，(2) 证明 $f(x)$ 为奇函数．

七、设正圆锥的高 H，底半径为 R，现作一个与顶点相距为 x，且与底平行的平面，将锥体截成两部分，试将这两部分体积表为 x 的函数．

§1-3　数列的极限

一、填空题

1. 已知数列 $x_n=\dfrac{1+n}{1+n^2}$，则 $x_1=$________，$x_2=$________，$x_3=$________.

2. x_n 同上，$s_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$，则 $s_1=$________，$s_2=$________，$s_3=$________.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{3^n}=$________；$\lim\limits_{n\to\infty}\left(4+\dfrac{(-1)^n}{n^2}\right)=$________；$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+1}{4n-3}=$________；$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin\frac{n\pi}{2}}{n}=$________.

4. 如果对任给 ε________，总存在正数 N，使得对于________时的一切 x_n，不等式________都成立，则说 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$.

二、数列 $x_n=\dfrac{1}{n(n+1)}$，前 n 项和 $s_n=x_1+x_2+\cdots+x_n$，写出 s_1、s_2、s_3 与 s_n，问 $\lim\limits_{n\to\infty}s_n=?$

三、根据数列极限定义证明

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}=0$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+1}{2n+1}=\dfrac{3}{2}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=0$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+a^2}}{n}=1$

四、若$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$，证明$\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=|a|$，并举例说明反过来未必成立．

五、若$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$，又数列$y_n$有界，则$\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n=0$.

六、对于数列x_n，若$x_{2k}\to a(k\to\infty)$，$x_{2k+1}\to a(k\to\infty)$，证明$x_n\to a(n\to\infty)$.

§ 1-4　函数的极限

一、填空题

1. $f(x)=\frac{|x|}{x}$，则 $\lim\limits_{x\to+0}f(x)=$ ________，$\lim\limits_{x\to-0}f(x)=$ ________，$\lim\limits_{x\to0}f(x)=$ ________.

2. 如果对________ $\varepsilon>0$，总 存在 正数 X，使得对适合不等式 $x<-X$ 的一切 x，总有________，则常数 A 称为函数 $f(x)$ 当 $x\to-\infty$ 时的极限，记作________.

3. 根据极限的定义，填写下表：

<table>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$</td><td rowspan="6">任给 $\varepsilon>0$，总存在</td><td></td><td rowspan="6">使得当</td><td></td><td rowspan="6">时，就有 $|f(x)-A|<\varepsilon$</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to x_0+0}f(x)=A$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to x_0-0}f(x)=A$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

二、根据函数极限的定义证明

1. $\lim\limits_{x\to2}(6x+3)=15$

2. $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^2-4}{x+2}=-4$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+x^3}{2x^3}=\frac{1}{2}$

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\cos x}{\sqrt{x}}=0$

三、用函数极限定义证明$\lim\limits_{x\to 2}x^2 = 4$.(提示:因为 $x \to 2$,不妨设 $1 < x < 3$).

四、根据极限定义证明:函数 $f(x)$ 当 $x \to x_0$ 时极限存在的充分必要条件是左极限、右极限各自存在且相等.

五、求函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \leqslant 0, \\ ax + b & , \quad x > 0, \end{cases}$ $g(x) = [x]$

在 $x = 0$ 的左、右极限,并说明它们在 $x \to 0$ 时极限是否存在.

班级________姓名________

§1-5　无穷小与无穷大

一、填空题

1. 如果 α 是 $x \to x_0$ 时的无穷小，且 $f(x) = 3 + \alpha, g(x) = \alpha - 1$，那么 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) =$ ________，$\lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$ ________.

2. 如果 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$，且________，那末 $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = \infty$.

3. 根据无穷大的定义，填写下表：

	$f(x) \to \infty$	$f(x) \to +\infty$	$f(x) \to -\infty$
$x \to x_0$			
$x \to x_0 + 0$			
$x \to x_0 - 0$			
$x \to \infty$		任给 $M > 0$， 总存在 $X > 0$， 使得当 $\lvert x \rvert > X$ 时， 就有 $f(x) > M$	
$x \to +\infty$			
$x \to -\infty$			

4. 指出下列函数哪些是无穷大量，哪些是无穷小量.

$f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4}$，当 $x \to -2$ 时，是____大____.

$g(x) = \ln x$，当 $x \to +\overset{\infty}{0}$ 时，是____大____.

$h(x) = e^{\frac{1}{x}}$，当 $x \to -0$ 时，是________；而当 $x \to +0$ 时，是________.

$u(x) = \dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x$，当 $x \to +\infty$ 时，是________.