

邱崇光  
吕运冰  
张汉兴 编著

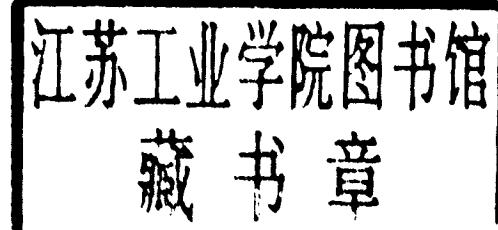
岩石混凝土

断裂力学

武汉工业大学出版社

# 岩石混凝土断裂力学

邱崇光 吕运冰 张汉兴编著



武汉工业大学出版社

## 内 容 简 介

本书在介绍了岩石和混凝土的力学性能之后,比较系统地论述了岩石混凝土的断裂力学理论,对国内外有关岩石混凝土的断裂韧性的测试作了较深入的介绍与评述,此外还扼要地阐述了岩石混凝土损伤力学的基本理论。列举了断裂力学在岩石和混凝土工程中的应用实例。

本书可作为矿山、采矿、水利水电、交通、爆炸工程、基建、冶金、建材、地质等专业的科研工作者和工程技术人员阅读,亦可作为本科生和研究生教材及供有关专业教师参考。

### 岩石混凝土断裂力学

邱崇光 吕运冰 张汉兴 编著

\* 责任编辑:刘志刚

武汉工业大学出版社出版发行(武昌珞珈路14号)

各地新华书店经销

武汉钢铁学院印刷厂印刷

\* 开本:787×1092毫米 1/16 印张:10.375 字数 200千字

1991年7月第一版 1991年7月第一次印刷

印数 1—3000册 定价:5.90元

ISBN 7-5629-0505-3/TQ·0041

## 序 言

经典力学把固体介质抽象成理想的、连续的弹性体或弹塑性体等等,而实际材料都存在这样或那样的缺陷,有时甚至存在宏观裂纹。岩石和混凝土介质在固体介质中具有其特殊地位,它们是一类节理裂隙繁多的多裂纹脆性介质。断裂力学是研究含裂纹体的强度和裂纹扩展规律的新兴学科,而损伤力学是新近发展起来的研究细微观缺陷的形成、演变、聚合,从而导致材料宏观力学性能劣化、强度降低的力学分支。以断裂力学和损伤力学作为基本理论框架,对岩石进行断裂和损伤分析,不少学者对此作了大量研究并取得了丰硕成果,发展到今天,岩石和混凝土断裂力学和损伤力学已具雏形。但是在这方面的专著较少,适用大学相关专业的教材或教学参考书更是不多,本书的编写正适应了这方面的需要。

对于从事岩石工程、土建、水工建筑、地质、矿山等专业的读者,岩石和混凝土是其重要研究对象,他们应当具备一些较系统的岩石断裂和损伤的基本知识,本书为便于读者阅读,力图简明而又较系统地讲清该学科的基本概念,阐述岩石断裂力学的基本理论和基本方法,同时浅略地介绍有关岩石损伤力学的基本知识,尽量避免较抽象的数学工具和繁琐的数学推导,以便使读者通过本书,能够对该领域的全貌有一个明晰的认识,同时为今后继续学习研究,提供必要的理论基础。另外岩石和混凝土的断裂与损伤理论对研究、陶瓷和其它脆性材料也有一定借鉴和指导意义。

本书尽量做到选材精炼、条理清楚。为便于学习,每章前安排有内容提要。

岩石的断裂与损伤研究起步较晚,仍处于发展的初期阶段,许多理论与应用仍在探索中,研究的范围涉猎广泛,要在本书中反映该领域的全部成果是不可能的。加之编者水平有限,致使本书一定存在不少缺点、错误和遗漏,恳请学术界同仁和读者批评指正。

武汉工业大学刘清荣教授对本书的编写给予了热情的帮助,悉心的指导和审核,在此谨致以深切的谢意。

编者

于武汉钢铁学院(430081)采选系

1991.7.15

# 目 录

<b>第一章 岩石和混凝土的力学性质</b>	1
§ 1-1 岩石的力学性质	1
§ 1-2 岩石的应力应变曲线	3
§ 1-3 混凝土的力学性质	5
§ 1-4 岩石和混凝土的破坏准则	6
<b>第二章 断裂理论概述</b>	10
§ 2-1 断裂力学的由来和发展	10
§ 2-2 完整晶体的强度	11
§ 2-3 Griffith 缺陷理论	14
§ 2-4 应力集中与 Griffith 能量平衡理论	15
§ 2-5 Irwin 理论	20
<b>第三章 基本型裂纹的应力强度因子</b>	22
§ 3-1 I 型裂纹的求解	22
§ 3-2 II 型, III 型裂纹的求解	24
§ 3-3 应力强长因子和断裂判据	32
§ 3-4 能量释放率 $G^*$ 与应力强度因子 $K$ 的关系	34
<b>第四章 复合型裂纹的应力强度因子</b>	36
§ 4-1 平面问题的复变函数解法	36
§ 4-2 I - II 复合型裂纹的应力强度因子	39
§ 4-3 用叠加法求应力强度因子	44
§ 4-4 有限尺寸对应力强度因子的影响	51
§ 4-5 三维情况下椭圆裂纹的应力强度因子	54
§ 4-6 计算应力强度因子的数值方法	56
§ 4-7 确定应力强度因子的实测方法	63
<b>第五章 裂纹尖端附近小范围屈服</b>	67
§ 5-1 线弹性断裂力学与小范围屈服	67
§ 5-2 Hutchinson 和 Rice 对 III 型问题的求解	68
§ 5-3 Irwin 的塑性区修正理论	70
§ 5-4 Dugdale 模型	76
§ 5-5 岩石混凝土微裂区的确定	77
<b>第六章 复合型裂纹的脆性断裂理论</b>	81
§ 6-1 最大拉应力理论	81
§ 6-2 应变能密度因子理论	85

§ 6-3 能量释放率理论 .....	93
§ 6-4 等 $W$ 线上的最大拉应力理论 .....	97
§ 6-5 几种判据的比较及工程断裂判据 .....	98
§ 6-6 岩石的断裂力学分析 .....	103
<b>第七章 弹塑性断裂力学概述 .....</b>	<b>106</b>
§ 7-1 $J$ 积分的定义及其守恒性 .....	106
§ 7-2 弹性材料 $J$ 与 $G$ 的关系, $J$ 判据 .....	109
§ 7-3 弹塑性材料 $J$ 积分与势能差率 .....	112
§ 7-4 裂纹顶端张开位移 .....	113
§ 7-5 线弹性小范围屈服及弹性断裂力学的一般分析 .....	116
<b>第八章 岩石混凝土断裂韧性的测试 .....</b>	<b>118</b>
§ 8-1 $K_{Ic}$ 的测试方法概述 .....	118
§ 8-2 岩石的 $K_{Ic}$ 的测试 .....	120
§ 8-3 岩石断裂韧性的现场测量 .....	127
§ 8-4 混凝土断裂韧性的测试 .....	127
§ 8-5 $J_{Ic}$ 的测试 .....	128
<b>第九章 动态裂纹扩展和止裂 .....</b>	<b>131</b>
§ 9-1 动态断裂的基本概念 .....	131
§ 9-2 高速加载下的动态断裂 .....	132
§ 9-3 裂纹的动态扩展和动态断裂韧性 .....	132
§ 9-4 动态扩展时裂纹的分叉 .....	136
§ 9-5 动态扩展的止裂原理与止裂韧性 .....	137
<b>第十章 岩石混凝土断裂力学工程应用举例 .....</b>	<b>139</b>
§ 10-1 岩石断裂力学应用概述 .....	139
§ 10-2 准静态压力作用下岩体爆破成缝的研究 .....	143
§ 10-3 对大坝裂缝的分析 .....	146
<b>第十一章 损伤力学在岩石和混凝土中的应用 .....</b>	<b>148</b>
§ 11-1 各向同性损伤及其在混凝土力学中的应用 .....	148
§ 11-2 各向异性损伤及其在混凝土和节理岩体中的应用 .....	152
§ 11-3 岩石损伤力学的应用 .....	157
<b>参考文献</b>	

# 第一章 岩石和混凝土的力学性质

**提要:**岩石和混凝土断裂力学研究含宏观裂纹的岩石与混凝土的断裂与破坏规律。为此,对岩石和混凝土的常规力学性质有一定基本认识是必要的。本章简略介绍它们的有关部分内容。

## § 1—1 岩石的力学性质

### 一、岩石构造概述

十六公里厚的地壳由各种岩石组成,岩石可分为三大类:火成岩、沉积岩和变质岩。火成岩占绝大多数,约为95%,它是原生岩石,是直接由地球内部上升的岩浆凝结而成。沉积岩和变质岩都是次生岩石,即由原生岩石经过各种物理、化学和生物变化而后再形成的岩石。

岩石是由许多种矿物组成的,主要的造岩矿物约有二十多种,其中石英硬度最高,莫氏硬度可达7。硅酸铝,铁镁硅酸盐和氧化物的硬度也较高。碳酸盐类,硫酸盐类,氯化物类,泥质矿物和云母的硬度较低,大约在莫氏硬度2~3.5之间。

组成岩石的各种矿物晶体的晶格构造就其结合力的方式而言,是通过离子键形成的。在离子晶体中,晶格中的质点结合力很强。这种离子键的结合力决定了离子晶体具有硬度大、熔点高、导电性能差等特点。这些特点也反映在岩石的宏观力学性质上,使岩石整体多呈现高脆性、低韧性、多数坚固岩石弹性模量较大,泊松比较低。

多数岩石都是由晶体矿物颗粒组合而成的,它们的组合方式可分为两类:一种是由晶体面间分子的相互作用力结合在一起;另外一种则是由外来的胶结物把矿物晶粒胶结在一起。此外还有极少的非晶质岩石,例如火山玻璃等。晶体的结构是十分复杂的,由专门的结构学研究,晶体的物理性质是由晶格决定的,多有方向性,属于各向异性,而晶质岩石则由各种数量庞大的晶体矿物颗粒组成,这样的集合体多没有方向性,一般属于各向同性体。

晶质岩石由不同化学成分和不同结晶格架的晶体组成,这些晶格是由晶胞构造而成,而晶胞则是按一定周期性规律排列的各种离子,原子或分子而形成的。由于各组成成份的化学键各不相同,其分子内聚力也不相同,晶体的强度便取决于晶体分子之间的内聚力。一般来说,晶粒越大,内聚力越小。由于晶体间的内聚力都小于晶体内部分子间的内聚力,所以裂纹一般出现在晶粒之间。根据晶体的体积来分,可分为粗粒、中粒和隐晶三种。对粗粒晶体用肉眼即可辨认外形,对中粒晶体则需用放大镜,隐晶结构就只能求助于显微镜了。晶体结构按其子晶形成时的发展方向来分,可分为三种:即三维的体积晶体,二维的板状晶体和单向的针状晶体或柱状晶体。按晶粒的大小情况可分为等粒结构和不等粒结构,等粒结构的晶粒大小几乎相等。

### 二、岩石的应力、应变特性

根据所受的外载荷不同,岩石表现出不同的力学性质。载荷分为静载荷,动载荷,而后者主

要包括周期性的交变载荷和短时间内达到很高值的冲击载荷,爆破载荷就表现为冲击波和弹性波的形式。本书主要研究静载荷下的力学性质,它也是研究其它形式载荷的基础。

各种不同种类的岩石在不同载荷下,可表现为弹性、塑性、粘弹性、弹脆性和脆性。大多数岩石在常温静载作用下,可视为线弹性体。同样地,岩石在不同情况下有着不同的变形特点,如弹性变形,塑性变形和流变变形。它们的应力—应变曲线将在下一节详细研究。

岩石的弹性,塑性和脆性不是绝对的,它们随受力状况,加载速度,温度等条件的变化而变化。例如,多数岩石在单向和三向低压应力作用下,表现出脆性,但是,在三向高压应力作用下,脆性岩石破坏前却表现出很大的塑性变形。在静载荷作用下产生塑性变形的岩石,在冲击载荷作用下却表现出明显的脆性。在常温下表现为脆性的岩石,在高温下却有十分强烈的塑性表现。

在一定范围内,岩石与其它弹性体一样,可用虎克定律来描写,力学特征可用以下几个弹性常数描写。

弹性模量  $E$ :岩石在简单拉伸或压缩时的应力与应变之比,即  $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ 。在线弹性阶段,  $E$  是一个常数,如果的非线性弹性的,  $E$  就是一个变量,它随应力的增大而变化,对于无明显直线段的  $\sigma-\epsilon$  曲线材料,也可取其割线的斜率,近似地反映  $E$  的值。

泊松比  $\mu$ :岩石的横向应变  $\epsilon'$  与沿载荷作用方向的纵向应变  $\epsilon$  之比值,即  $\mu = |\epsilon'|/\epsilon$ 。泊松比的值也不是固定不变的,它随应力增高而有增大的趋势,但不会超过 0.5。由理论分析可知  $\mu = 0.5$  时意味着不发生体积变形,即此时岩石体积不可压缩。

剪切模量  $G$ :岩石在受纯剪切时的剪应力与剪应变之比值,即  $G = \tau/\gamma$ 。由材料力学知识可知,在线弹性情况下,剪切模量可以由弹性模量及泊松比求出。对于各向同性岩石仍有:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (1-1)$$

体积压缩模量  $K$ :岩石在三向应力作用下,体积应力  $\Theta = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  与相对应的体积应变  $\theta = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$  之比,即  $K = \Theta/\theta$ 。在线弹性范围内体积压缩模量  $K$  可由弹性模量与泊松比求出:

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\mu)} \quad (1-2)$$

很多岩石本质上是非均质各向异性的,只是在分析十分困难时,近似地把它们视为均质各向同性体。很显然的事实告诉我们,由于各向异性,故在不同方向加载时,岩石表现出不同的变形特征,其应力—应变曲线,弹性模量,泊松比也不相同。我们从弹性理论分析可知,对于极端各向异性体,是需要 21 个弹性常数才能描写的。

各向异性情况中有两种令人感兴趣的,这就是正交各向异性体和横向各向同性体,它们的弹性常数分别为 9 个和 5 个。这样用实验方法测定它们就方便一些了。

### 三、岩石的强度特性

#### 1、强度与破坏形式

岩石强度是表示岩石抵抗压、剪、拉等引起岩石破坏的能力。岩石破坏时可能承受的最大应力称为岩石的强度极限。岩石的拉伸,压缩,剪切的强度相差较大,单向压缩,双向压缩,三向压缩的强度也相差很大。一般来说,单向抗压强度>单向抗剪强度>单向抗弯强度>单向抗拉强度。例如,一般岩石的抗压强度值约为  $2 \times 10^7 \sim 3 \times 10^7 \text{ Pa}$ ,个别情况可达  $5 \times 10^8 \sim 6 \times 10^8 \text{ Pa}$ ,

而抗剪强度仅为抗压强度的 $1/8 \sim 1/12$ 。抗拉强度值最低,仅为抗压强度的 $1/10 \sim 1/50$ 。从应力状态来看三向抗压强度>双向抗压强度>单向抗压强度。

岩石的破坏形式主要是两种:脆性断裂和塑性流动。脆性断裂包括拉伸断裂和剪切断裂。塑性流动则是指岩石在剪应力作用下产生塑性变形,当其线应变达10%时就算是塑性破坏了。

## 2、岩石的抗压强度

岩石在压应力作用下发生破坏是由于其一截面剪应力达到岩石的抗剪强度而引起的。单轴抗压强度是指在单轴压力下的极限强度,数值上等于破坏时的最大压力,可在普通试验机上,用标准加载速度 $14.7 \times 10^5 \text{ Pa/S}$ ,对标准试件进行压缩试验得到。对于非标准试件和含水量不同的岩石应使用相应的系数加以修正。双轴抗压强度比单轴抗压强度有明显的增加,岩石愈软,强度增加得愈多。例如硬煤在双轴压缩下强度增加18%,软煤增加108%。岩石的三轴抗压强度比单轴与双轴强度更高,抗压强度随围压的提高而增大,同时围压的提高也导致了塑性变形。目前有公式可以由单轴强度计算出三轴强度来。三轴应力试验的标准岩石试件为圆柱体,试验可在三轴试验机上进行。

## 3、岩石的抗拉强度

对已知截面的试样,施加均匀拉伸载荷,可求出岩石的抗拉强度,试件为长园柱形或8字形。由于试件的加工和夹持均很困难,加上岩石的不均质性和微裂隙的存在,容易使试验结果十分分散。目前多采用劈裂法得到的抗拉强度,其试件为园盘状,集中荷载对径压缩,然后由理论分析可得。劈裂法得到抗拉强度是在既有拉应力也有压应力的情况下得到的,故与单轴拉伸情况略有差别,但十分接近,故目前多采用。作者曾与人合作,在1978年发表论文,研究用稍稍加工而成的岩石椭球体试件去计算测定岩石强度的方法。

## 4、岩石的抗剪强度

岩石的抗剪强度概念有些不一致,一般是指岩石抵抗剪切作用的能力,它应等于试件破坏时单位面积上的剪切力。测定岩石的抗剪强度的试验方法可分为三种:直接剪切试验,变角剪切和三轴压缩试验,其中直接剪切试验又分为单面剪切和双面剪切两种。从理论上说,剪切强度只与材料的固有性质有关,但实际上,由于试验方法的不同,得到的抗剪强度亦有差异。

在研究岩石的断裂问题时,我们要涉及到岩石的一个新的很重要的力学参数——断裂韧度,它直接关系到材料的抵抗断裂破坏的能力,有关这个力学参数的意义和它的测试方法,需要在本书以后的章节中,详细加以研究。

岩石还具有其它一些力学性质,如与动载荷密切相关的性质,需要时可查阅有关文献。

# § 1—2 岩石的应力应变曲线

刚性压力机的使用,尤其是带伺服控制系统的刚性压力机的出现,为测量岩石的全应力应变曲线提供了可能。图1—1为苏长岩三轴压力下的全应力应变曲线,图上还表明苏长岩在反复杂加载卸载时的影响。

一般岩石的应力应变曲线大致如图1—2所示。一般将曲线视为四个阶段组成,在低压时,曲线上弯由图中OA段表示,此时,微裂隙被压紧。在AB段,这个阶段近似为直线,大致可看

成是线弹性。在  $OA$  段和  $AB$  段, 岩石近似地呈弹性, 有时亦有少量残余变形。这两个阶段中岩石的微观结构和性质变化很小, 仅有细微开裂。 $BC$  段曲线略下弯, 在这个阶段, 有新裂隙萌生、伴以原始裂纹扩展。这个阶段岩石出现不可逆变形, 若在  $BC$  段卸载, 则存在明显残余变形, 且岩石的微观结构和性质也发生了变化。 $C$  点对应着岩石的压缩强度极限。岩石类脆性材料当载荷达到和刚通过  $C$  时, 只有在伺服刚性试验机上才能得到全应力应变曲线的  $CD$  段, 否则会在  $C$  点出现迅猛崩解, 这是因为柔性试验机所释放出的能量导致了试样的破坏。实际上最终破坏不出现在  $C$  点, 而是在  $CD$  段的某点,  $CD$  段为岩石的不稳定阶段, 也称为应变软化阶段。这个阶段应力应变曲线的斜率为负值, 在此阶段卸载出现显著永久变形。大量裂隙在此阶段扩展聚合, 逐渐形成宏观裂纹并导致最终破坏。

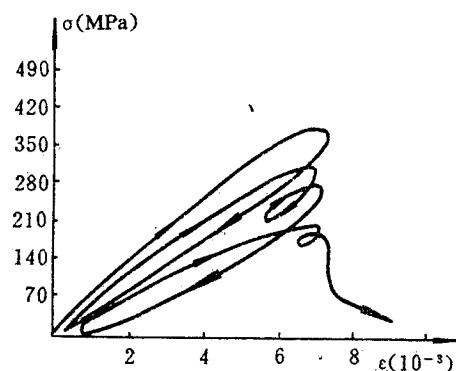


图 1—1

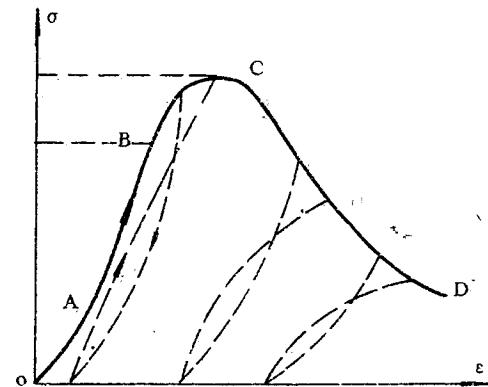


图 1—2

大量岩石的单轴压缩试验所得到的应力应变曲线表明不同类型的岩石的应力应变曲线是不同的。以上四个阶段并非每个类型的岩石都明显表现出来, 一般大致可分为六大类, 如图 1—3。图中纵轴正向表示压应力, 横轴为应变值。

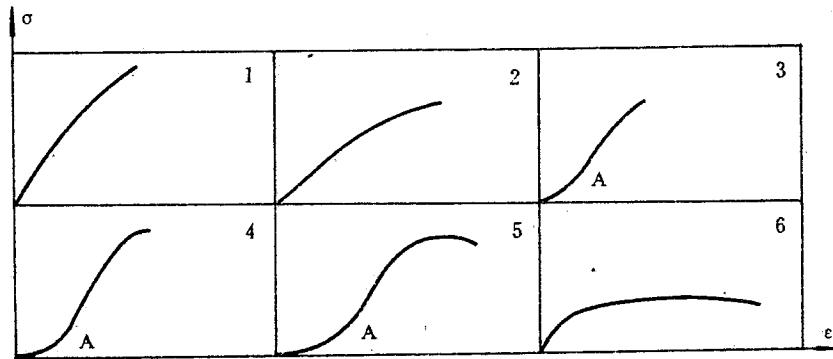


图 1—3 岩石应力应变曲线的类型

类型 1: 应力应变关系近似为一直线, 延性阶段不明显, 整个变形阶段较接近线弹性性质,

如岩石中的玄武岩、石英岩、白云岩和极坚硬的石灰岩。这类岩石在应用断裂力学时可看成线弹性材料的脆性断裂。

类型 2: 应力较低时, 应力应变曲线近似为直线, 应力值增加到一定后, 曲线略向下弯, 随应力增加曲线斜率减小, 但整个阶段仍表现为应变强化。这类岩石实际上主要表现为弹塑性性质, 具有这种性质的岩石有较软石灰岩, 泥岩和凝灰岩。

类型 3: 应力较低时, 应力应变曲线略上弯, 应力增大到某一值后, 曲线成为直线。这类曲线亦可看成弹塑性, 具有这种性质的岩石有砂岩、花岗岩, 某些辉绿岩及片理垂直于压力方向的片岩。

类型 4: 应力较低时应力应变曲线向上弯曲, 应力增大到一定值后, 成为一直线。最后, 曲线向下弯曲, 整个变形过程可近似看成延一弹一延性。具有这种应力应变特征的岩石一般有变质岩, 大理岩、片麻岩。

类型 5: 这类应力应变曲线一般用来描绘有较高压缩性的岩石的力学行为。曲线变化平缓, 当压力垂直于层理方向时, 某些片岩具有这种特征。这类岩石中原裂隙多在节理面方向上尺寸较大。

类型 6: 应力应变曲线开始有一小段直线, 然后出现非弹性曲线部分, 直到几乎平行于横轴。在一恒应力下, 应变不断增加, 具的明显时间效应, 即有明显的蠕变产生, 可用弹性, 延性和蠕变共同描述这类岩石的特征。具有这种特征的岩石为软弱岩石, 特别是盐石。

应该指出: 不同类型的岩石虽可用不同弹、塑、粘性近似描述, 但是严格说来, 每类岩石都表现出不同程度的粘性, 弹性和塑性, 只是不同岩石表现出的性质程度不同, 有些特性表现明显或不明显而已。另外, 在不同应力状态下, 同一岩石的弹性, 塑性和粘性性质表现也不同, 这就使得对某些类型的岩石在一定的应力状态下可用弹性或弹塑性理论处理, 这种方法大家都较为了解, 而在描述岩石的时间效应及流变属性方面, 用弹性或弹塑性理论就存在明显缺陷。大量试验和对岩石的现场测量也表明, 软弱岩石和含有泥质填充物和具有夹层破碎带的岩体, 其流变性都很明显。即使较坚硬的岩体, 由于多组节理或受到新生裂隙的作用, 剪切蠕变也较明显地存在。

### § 1—3. 混凝土的力学性质

混凝土的结构设计时应分别考虑混凝土所处的不同的应力状态。两向或三向受压时混凝土的强度高于单轴抗压强度; 拉压状态的强度低于单轴抗拉强度, 两向或三向抗拉强度大致与单向抗拉强度相等。混凝土不同应力状态的力学性质的差别通常是不同试验条件下所得到的。

#### 一、混凝土的抗压强度

普通材料试验机都可用于测量混凝土的抗压强度。中国、苏联等国规定抗压强度标准试样为边长 15cm 立方体。美国等国家的标准试样为直径 15cm, 高度与直径之比为 2:1 的圆柱体, 试样在普通试验机上进行抗压试验时, 载荷达到峰值时立即崩溃。改进提高试验机的刚度后, 能够得到混凝土压缩时的全应力应变曲线。清华大学以及 T. C. Thomas 和 P. T. Wang 都分别得到了不同试样的全应力应变曲线。图 1—4 描绘出清华大学的试验结果, 图 1—4 说明, 压缩载荷下, 混凝土的应力应变全曲线主要取决于混凝土的抗压强度, 混凝土的强度愈高, 曲线上升

愈快,弹性模量随之增加,应力应变峰值右移。应力应变曲线下降段亦随峰值的提高而变陡,下降段的曲线形状与试样中裂隙的发展过程关系密切,试件的初始裂隙,骨料排列及界面粘着状况等一系列随机因素影响着裂隙的发展和下降段曲线形态。

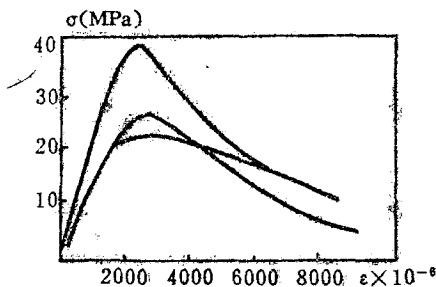


图 1—4

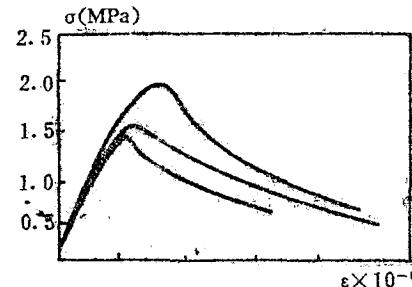


图 1—5

## 二、混凝土的抗拉强度

混凝土的抗拉强度一般远低于它的抗压强度,一般大约为其抗压强度的 6~10%,混凝土的抗拉强度不足,通常是形成混凝土结构破坏的原因。

混凝土的全应力—应变曲线一般不能在普通试验机上得到,通常只能在伺服刚性试验机上得到,Hugles,Eevans 及我国水利科学研究院都用不同方法、不同试样分别得到了混凝土的全应力应变曲线,图 1—5 为 Evans 所测定的拉伸全应力应变曲线,Hugles 和我国水科院的测定曲线也与之有大致相同的外观。

混凝土不论是拉伸还是压缩,在极限强度 30—40% 以下应力应变关系大致都是线性的。对混凝土内部的亚微观结构分析发现,混凝土承载前就已存在大量随机分布的微裂隙,在线性阶段这些微裂隙一般不会发展,大于极限强度 30—40% 以后,微裂隙不断发展,应变速率大于应力增长速率,表现出明显非线性,这个过程一直持续到极限强度的 80%,属于微裂缝稳定发展的范围,在这个阶段卸载会出现残余变形,超出极限载荷 90% 裂隙不稳定扩展,即使不再加载也会因流变(徐变)而导致破坏。

近二十年来发展起来的混凝土多向应力状态下的实验技术为测定混凝土的多轴强度提供了可能,国内外学术界和工程单位作了这方面的大量研究,结果表明拉压状态的不同组合其强度是明显差别,其表现的力学特性十分复杂,破坏条件可用不同的破坏准则或模型描述,下节所述的 Coulomb—Mohr 准则就是其中简单的一例。

混凝土的强度和应力应变曲线与混凝土的组份,养护期,试样尺寸,形状,加载速度都有关系,这些复杂的试验条件的控制,记录都是混凝土常规力学性能测定时不能忽视的。

## § 1—4 岩石和混凝土的破坏准则

### 一、岩石和混凝土的破坏形式

岩石和混凝土的破坏形式与所受载荷的形式有关。材料试验表明,在单轴拉伸、压缩和围压情况下,大致出现如图 1—6 几种破坏类型,(a)为单轴拉伸情况下,由最大拉应力引起的脆性断裂,破坏面近似于垂直于拉伸方面的平截面;(b)为单轴压力情况下的劈裂。若单轴压力为

线集中力,一般在力作用线方向形成的断口(图 1—6(c))。材料的变形和破坏演变过程与缺陷的演变密切相关,在应力不断增加的情况下,缺陷、微裂隙的数量不断增加,渐至空穴的联通,裂纹的聚合交叉形成宏观裂纹,同时其方向由随机排列渐趋于  $\sigma_1$ (压应力)方向。(d)为围压下的剪切破坏,若在围压下岩石呈延性状态可能出现如图 1—6(e)的多个剪切破坏面。

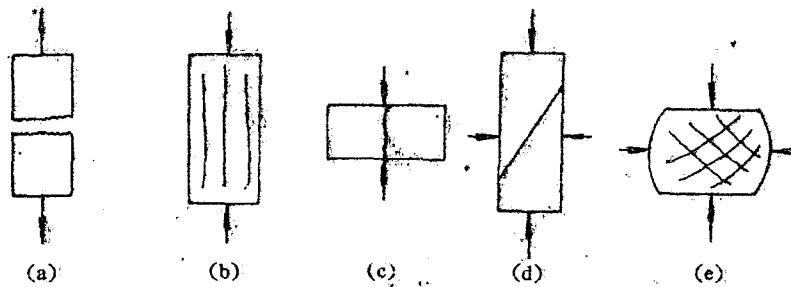


图 1—6 岩石的破坏类型

## 二、岩石和混凝土的强度准则

在岩石工程中确定岩石和混凝土的强度,进行强度校核常常是必须的,有关岩石和混凝土的强度理论或破坏准则是材料研究的基本问题。金属的屈服条件通常只与应力偏张量有关,大量岩石的拉伸和压缩试验表明拉伸和压缩时岩石和混凝土的强度表现不同,而一系列不同围压下的岩石实验又表现出岩石的破坏与静水压力有关。在此基本实验资料的基础上,已建立了各种载荷条件下不同类型的强度理论。随着对岩石和混凝土强度不断细致的实验研究和深入的理论分析,新的理论还在不断建立,这里重点阐述目前使用得较为广泛的 Coulomb 准则和 Mohr 准则。

Coulomb 认为材料的破坏主要是剪切破坏,即当材料内部某一斜面上的剪应力达到材料的抗剪强度  $\tau_s$  时,就会沿该斜面发生破坏,其破坏条件为

$$\tau_s = C - \sigma_n \tan \phi \quad (1-3)$$

式中  $C$  为表示材料粘聚力的固有抗剪材料常数,  $\tau_s$  和  $\sigma_n$  分别是破裂面上的剪应力和正应力,  $\tan \phi$  为材料的内摩擦系数,  $C$  和内摩擦角  $\phi$  都是常数,由实验可确定各种应力状态的极限状态,在  $\sigma-\tau$  平面上作出相应的极限应力圆,见图 1—7。

由图 1—7 知

$$\tau_s = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \phi \quad (1-4)$$

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \phi \quad (1-5)$$

(1—4)(1—5)代入(1—3),可得到用主应力表示的 Coulomb 准则

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = c \cdot \cos \phi - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi \quad (1-6)$$

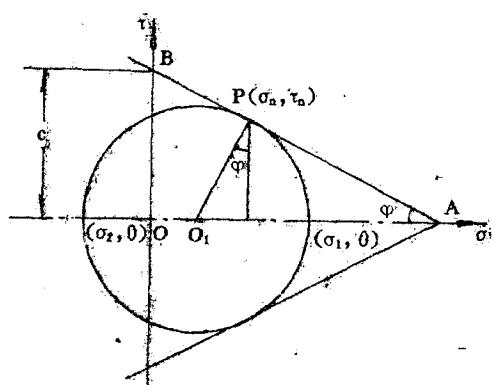


图 1—7 Coulomb 破坏准则

(1—6)式中若  $\psi=0$ , 则退化为很多金属材料静水压力对屈服无影响时满足的, Tresca 屈服条件, 而  $\psi\neq0$  时等式右边的项反映出静水压力对岩石和混凝土破坏的影响。图 1—8 为式(1—6)在  $\pi$  平面上的图象, 图中虚线表示的正六边形为 Tresca 屈服轨迹。

Coulomb 准则通常对平面剪切破坏的描述较好, 进一步的三维试验的结果常用 Mohr 提出的破坏准则描述, 在 Mohr 准则中,  $\sigma_1$  和  $\tau_s$  的关系一般不表现为图 1—7 中的直线  $APB$ , 通常表现为  $\sigma_1$ 、 $\tau_s$  间的非线性关系, 用  $\sigma-\tau$  平面上的应力圆的包络线来反映剪切破坏条件, 应力水平在包络线内为稳定区域, 岩石不发生破坏。若  $\sigma_1 \sim \tau_s$ , 包络曲线不再由 Coulomb 直线  $APB$  描述, 而由图 1—9 的曲线  $APB$  代替。随  $\sigma_1$  增加, 曲线的切线渐趋于与  $\sigma_1$  轴平行, 即随静水压力增加,  $\psi$  角逐渐减小。由试验所得到的包络线形式很多, 有直线形、抛物线型、双曲线型和摆线型等等。而直线型就是 Coulomb 准则, 故可认为 Coulomb 准则是 Mohr 准则的一个特例。

在一般应力状态下, 为考虑中间主应力  $\sigma_2$  对岩石和混凝土屈服的影响, 在 Mises 屈服准则中加入一个静水压力因子, 由此得到的推广的 Mises 准则为

$$\sqrt{J_2} - K + \frac{1}{3}\alpha I_1 = 0 \quad (1-7)$$

式中:  $\alpha, K$  为材料常数;  $I_1$  为应力张量第一不变量;  $J_2$  为应力偏张量第二不变量, 随着静水压力的增大, 在  $\pi$  平面上的 Mises 圆半径逐渐扩大, 在平面应变情况下  $K, \alpha$  与  $C, \psi$  之间的关系(详见王仁《塑性力学基础》)为

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\sin \psi}{\sqrt{3(3 + \sin^2 \psi)}} \\ K &= \frac{\sqrt{3} C \cos \psi}{\sqrt{3 + \sin^2 \psi}} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

以上 Coulomb 准则, Mohr 准则和推广的 Mises 准则都假定岩石和混凝土的破坏属剪切破坏。实际上, 从岩石和混凝土破坏过程的机理分析, 岩石的破坏属于裂隙的扩展过程, 最终的破坏形式, 有的为劈裂破坏, 有的为剪切破坏, 因而不是上述准则所能全部描述的, 岩石是裂隙繁多的脆性介质; 由于裂隙的存在, 在裂隙尖端存在应力集中, 当远处拉应力达到一定值时, 裂隙扩展直至破坏。这方面的分析是由 Griffith 作出的, 在以后的章节中, 我们要详细讨论这个问题, 在此不再赘述。

### 三、岩石和混凝土长期强度的确定

如果考虑岩石和混凝土的流变特性, 瞬时强度的满足并不能保证材料在无限长时间内不会因蠕变而引起破坏。岩石由瞬时强度满足转变为由蠕变持续增长而破坏, 这意味着存在一个临界应力值, 当岩石所受的长期应力达到这一临界值时, 岩石由蠕变最后发展至破坏。这个临界应力值称为岩石的长期强度, 也就是使岩石在无限长时间内因蠕变达到破坏时的最低应力值, 以  $\tau_\infty$  或  $\sigma_\infty$  表示。长期强度是岩石特性的重要指标, 与岩石类似, 混凝土的徐变也导致其长

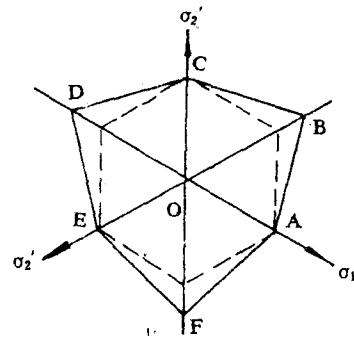


图 1—8 Coulomb 准则在  $\pi$  平面上的轨迹

期强度的降低。

Coulomb、Mohr 强度理论不考虑岩石强度与时间的关系,同一岩石强度的包络线是不变的。而对长期受载的岩体,强度实际上都随时间而降低,即对于不同时加载时间强度包络线是不同的,其中最低一条包络线就是岩石长期强度的包络线。或者说  $t \rightarrow \infty$  的包络线为长期强度包络线。在评价岩体工程的稳定性时,应根据结构的预估寿命以相应时间的包络线进行校核。

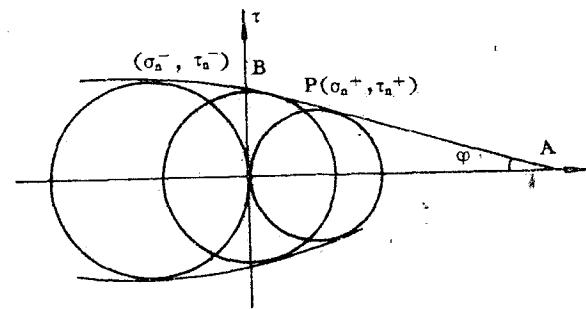


图 1-9

## 第二章 断裂理论概述

**提要:**本章力图给读者二个粗的线条,一是说明断裂力学的产生与发展沿革。传统的材料力学假设研究对象是均匀连续和各向同性的弹性体,而断裂力学在承认一些原假设的前提下,研究含有裂纹的固体。

另一个主线是:首先分析了理想的无缺陷材料的剪切强度和拉伸断裂强度,由于实测值都比理论值小得多,从而引出 Griffith 裂纹效应的概念。然后,本章简要介绍了 Griffith 理论,Orowan 理论和 Irwin 理论。

### § 2—1 断裂力学的由来和发展

断裂力学是研究在不同应力状态下含裂纹材料裂纹扩展规律和断裂机理的一门学科,它的产生与发展是近几十年的事情。岩石断裂力学则是研究岩石,混凝土,陶瓷及玻璃等脆性材料的断裂规律的学问,它是材料力学,弹塑性力学,岩石力学、混凝土力学以及断裂力学等学科的边缘学科,岩石损伤力学的研究更是近年来才开始的事情。

断裂力学起源于工程实际中材料的低应力脆性断裂。近几十年来,特别是第二次世界大战后,大量高强度材料在工程中得到广泛应用,在工作应力低于材料的屈服极限的情况下,发生了不少严重的按当时强度理论无法解释的严重破坏事故,人们称之为低应力脆断,岩石结构中也有类似事故发生。这些事故发生前并无明显的征兆,而造成的人员伤亡和财产的损失十分惨重。问题的严重性迫切要求力学家对此进行深入研究。对多个破损处切割下的试件进行试验分析后,发现事故总是由于构件制造或安装时就存在裂缝,有的则产生于焊接的缺陷,在缺陷处产生应力集中,直到突然发生断裂。

岩石是典型的脆性材料,现在有一种学说认为:地震的发生就是地壳中的各种岩石板块在巨大的地壳运动力的作用下,沿板块结合界面或者裂纹处,突然发生的脆性断裂,矿山工程中类似的灾难性突发事故亦不少见。

事实启发人们从根本上去反省传统的安全设计方法,认识传统强度理论的不足,于是断裂力学应运而生。它从 50 年代兴起,在 60~70 年代得到飞速的发展,目前它在许多领域中已解决了不少生产问题,已用来解决抗断裂设计,合理选材,选择适当的热处理制度和加工工艺,预测构件的疲劳寿命,制定合理的度量验收标准和检测制度等方面。在理论工作上也有很大的进展,线弹性断裂力学日渐完善,弹塑性断裂力学亦有很大的发展。另外微观断裂力学,岩石和混凝土等脆性材料的断裂力学等新分支也不断出现。但是也应该看到断裂力学从诞生至今,只经历了一个不长的过程,基本理论,测试技术和工程应用都存在很多争议和不成熟之处。特别是岩石断裂力学,由于研究对象——岩石固有的复杂性,加之测试困难,远未形成完整的理论体系。因此学习本书应该针对本学科尚不十分成熟的现实,着重掌握基本概念和基本理论,根据具体问题的实际物理背景,密切结合工程实践找出解决问题的方案。

也许研究断裂的人们首先考虑到,既然裂纹(缺陷)是酿成灾难性事故的祸根,是否可以使构件中不存在裂纹呢?我们很快就发现这样既是不可能的也是不必要的和不经济的。一方面材料总是存在大量的缺陷和微裂纹,岩石更是充满了各种裂隙和节理,另一方面很多有缺陷的构件在一定条件下仍能正常工作。于是我们面临的主要任务是:

① 裂纹存在到底使应力场和应变场发生了什么变化?应该怎样计算有裂纹情况下的各力学物理量的分布规律。

② 在什么载荷情况下裂纹会失稳扩展,或者说在一定载荷条件下,允许最长的裂纹是多少而不致发生断裂,或者找到有裂纹构件还能保证正常工作的寿命。

③ 裂纹将沿什么方向开裂,在什么条件下又会止裂。

④ 有裂纹构件和材料的各种有关断裂力学的物理量如何测定。

⑤ 以上考虑的逆问题是对需要断裂的研究对象,载荷应该是多大。预先需要制造出什么样的,多长的裂纹?

⑥ 裂纹产生和扩展过程中岩石和混凝土的内部结构发生了什么变化?断裂机理是什么?

本书将主要围绕以上几个问题展开讨论,着重介绍有关基本概念和基本方法,同时,举出一些工程实际问题来说明断裂力学的应用。

## § 2—2 完整晶体的强度

### 一、完整晶体的剪切强度

断裂力学的研究对象是含有各种微观与宏观的裂纹构件的断裂破坏行为,自然地,我们首先希望了解,如果构件不含有任何微观的裂纹,那么它们的强度应该是多少。下面我们将分别就完整晶体的剪切强度和断裂强度作出估算。这里我们采用 Orowan 内聚力强度的简化模型。

完整晶体是指不含裂纹和缺陷的晶体,也可以称之为理想晶体。

参见图 2—1,小圆圈代表组成完整晶体的原子,由于没有缺陷,它们有规律地排列着,这里仅画出上部和下部两排,上面对下面产生刚性滑移可以定义为剪切变形,使其滑移所需要的剪切应力  $\tau_a$  称为剪切强度。

由于是相对滑动,所以我们可以设下排原子处于静止,而上排原子相对下排沿着  $z$  方向滑动。设沿滑移的方向原子间距为  $b$ ,垂直于滑移面方向两层原子间的距离为  $a$ ,例如原子 2 在  $z$  方向上从  $A$  到达  $C$  位置,同时与其同排的原子也作同样的位移。原子在  $A$ 、 $B$ 、 $C$  位置上的剪切应力  $\tau$  等于零,但其中  $B$  点是一个亚平衡位置,即不稳定平衡的位置。为使原子从  $A$  移到  $B$ ,必须有剪应力作用,从  $B$  到  $C$  也需要有剪应力作用,为了简化分析,将这种周期为  $b$  的剪应力近似地用如下正弦函数表示:

$$\tau = \tau_a \sin \frac{2\pi x}{b}$$

当  $x \ll b$  时,可以近似地表示为:

$$\tau = \tau_a \frac{2\pi}{b} x \quad (a)$$

由剪切虎克定律可知: