

陕西省中等职业教育规划教材

实用财经数学基础

SHIYONGCAIJING
SHUXUEJICHU

主编 张力



西北大学出版社

陕西省中等职业教育规划教材

实用财经数学基础

SHIYONGCAIJINGSHUXUEJICHU

主 编 张 力

副主编 邓 韬

编 者 王 娟 杨 迎

西 北 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

实用财经数学基础 / 张力主编. — 西安: 西北大学出版社, 2008.2

ISBN 978-7-5604-2431-6

I. 实… II. 张… III. 经济数学 IV. F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第014478号



实用财经数学基础

主 编: 张 力

出版发行: 西北大学出版社

地 址: 西安市太白北路229号

邮 编: 710069

电 话: 029-88305287

经 销: 全国新华书店

印 装: 陕西向阳印务有限公司

开 本: 787毫米×960毫米 1/16

印 张: 11.5

字 数: 225千字

版 次: 2008年2月第1版第1次印刷

书 号: ISBN 978-7-5604-2431-6

定 价: 18.50元

前言

为了落实“以服务为宗旨,以就业为导向”的职业教育要求,把“教学与实践零距离,教师与学生零间隙,毕业与上岗零过渡”作为教育教学改革的具体目标,积极探索半工半读、工学结合、弹性学制等技能型人才培养的新途径,我们组织编写了本教材。

本教材以减少理论证明、降低难度、保证基础、加强应用为主导,由浅入深循序渐进,以小学的分数、百分数为起点,逐步衔接到中职数学内容,结合专业特点每章加入了实训课题,如股票指数、纳税、房贷、利息、分期付款、利润最大化、彩票中签率等财经类专业常用的数学计算方法与实例,以拓宽学生的知识面,增强学生解决实际问题的能力,使学生从中感受到数学与现实生活息息相关。在教材的编写上,努力贯彻以学生为主体的教学理念,注重教学的互动性,力求启发和引导学生自主学习,激发学生的学习热情。

在本教材编写过程中,我们广泛征求了长期从事数学教学的各位教师的意见,也得到了陕西银行学校领导及各位教师的帮助和支持,在此表示衷心的感谢。

限于编者水平,同时编写时间也比较仓促,因而教材中一定存在不妥之处,希望广大读者提出批评和指正,以便今后修订完善。

编 者

2008 年 1 月

目 录

第一章 实数及其基本运算	/1
§ 1.1 分数	/1
§ 1.2 百分数	/6
§ 1.3 实数的基本概念与运算法则	/9
§ 1.4 二次根式及其运算	/16
§ 1.5 实训课题一	/20
本章小结	/22
第二章 方程与方程组	/28
§ 2.1 方程的基本知识	/28
§ 2.2 二元一次方程组	/30
§ 2.3 一元二次方程及其解法	/33
§ 2.4 根式方程	/35
§ 2.5 实训课题二	/39
本章小结	/42
第三章 集合与不等式	/45
§ 3.1 集合	/45
§ 3.2 集合之间的关系	/48
§ 3.3 集合的运算	/50
§ 3.4 不等式	/53
§ 3.5 实训课题三	/60
本章小结	/62

第四章 函数	/66
§ 4.1 函数的概念	/66
§ 4.2 函数的图象和性质	/70
§ 4.3 反函数	/75
§ 4.4 一元二次函数的性质和图象	/78
§ 4.5 待定系数法	/81
§ 4.6 实训课题四	/82
本章小结	/84
第五章 指数函数与对数函数	/88
§ 5.1 指数概念的推广	/88
§ 5.2 指数函数	/91
§ 5.3 对数	/95
§ 5.4 对数函数	/98
§ 5.5 实训课题五	/100
本章小结	/102
第六章 数列	/106
§ 6.1 数列的概念	/106
§ 6.2 等差数列	/109
§ 6.3 等比数列	/115
§ 6.4 实训课题六	/121
本章小结	/127



第七章 排列与组合	/131
§ 7.1 计数的基本原理	/131
§ 7.2 排列	/134
§ 7.3 组合	/141
§ 7.4 实训课题七	/146
本章小结	/148
第八章 概率	/152
§ 8.1 随机事件及其概率	/152
§ 8.2 古典概型	/157
§ 8.3 n 次独立重复试验模型	/161
§ 8.4 统计初步	/165
§ 8.5 实训课题八	/169
本章小结	/172

第一章 实数及其基本运算

本章选取了分数与百分数的意义及其运算、实数的有关概念与运算法则、二次根式等部分同学掌握较薄弱的小学、初中数学基本知识,较全面地复习了相关知识中的概念、性质、公式和方法,要求同学做到正确理解,熟练掌握,从而轻松过渡到现阶段的数学学习.

§ 1.1 分数

一、分数的基本概念

1. 分数的意义

把一个物体平均分成若干份,这样的一份或几份可以用分数来表示.

例如,把一条线段平均分成 5 份,每份是它的 $\frac{1}{5}$,4 份是它的 $\frac{4}{5}$.

我们也可以把许多物体看作一个整体,如一个班的学生,一个计量单位,都可以用自然数 1 来表示,叫做单位“1”.

把单位“1”平均分成若干份,表示这样的一份或几份的数,叫做分数.如把 4 个苹果看作一个整体,平均分成 4 份,1 个苹果就是这个整体的 $\frac{1}{4}$,3 个苹果就是这个整体的 $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

【练一练】

- $\frac{3}{5}$ 是把单位“1”平均分成_____份,表示这样_____份的数.
- $\frac{3}{5}$ 表示有_____个 $\frac{1}{5}$.
- 把全班学生分成 6 组,一个组的人数是全班人数的几分之几;两个组的

人数是全班人数的几分之几.

4. 某小学五年级一班有 42 人, 其中 5 人是三好学生, 三好学生人数占全班人数的几分之几?

2. 分数的基本性质

分数的分子和分母同时乘以或除以相同的数(0 除外), 分数的大小不变.

例 1 把 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{16}{20}$ 化成分母是 10 而大小不变的分数.

$$\text{解 } \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{16}{20} = \frac{16 \div 2}{20 \div 2} = \frac{8}{10}$$

例 2 判断下面每组中的两个分数是相等的还是不相等的.

$$(1) \frac{9}{18} \text{ 和 } \frac{1}{9}$$

$$(2) \frac{7}{12} \text{ 和 } \frac{21}{36}$$

$$\text{解 } (1) \because \frac{9}{18} = \frac{9 \div 9}{18 \div 9} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{9}$$

$$\therefore \frac{9}{18} \neq \frac{1}{9}$$

$$(2) \because \frac{7}{12} = \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{21}{36}$$

$$\therefore \frac{7}{12} = \frac{21}{36}$$

3. 约分

公约数只有 1 的两个数, 叫做互质数.

【练一练】

1. 写出 8 和 12 的公约数.

2. 指出哪两个数是互质数: 3 和 8, 12 和 18.

把一个分数化成同它相等, 但分子、分母都比较小的分数, 叫做约分.

分子、分母是互质数的分数,叫做最简分数.

例如, $\frac{18}{24}$ 的分子、分母有公约数 2, 用 2 去除分子、分母得 $\frac{18}{24} = \frac{9}{12}$, $\frac{18}{24}$ 有最大公约数 6, 用 6 去除分子、分母得 $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$. 显然, $\frac{3}{4}$ 是最简分数, $\frac{9}{12}$ 不是最简分数.

约分是用分子和分母的公约数(1 除外)去除以分数的分子和分母, 要除到最简分数为止. 如果很快能看出分子和分母的最大公约数, 直接用它们的最大公约数去除比较简便.

【练一练】

1. 把下面的分数约分

$$\frac{21}{28} \quad \frac{30}{45} \quad \frac{84}{96} \quad \frac{105}{120}$$

4. 通分

几个数公有的倍数, 其中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数.

例 3 求下面每组中两个数的最小公倍数

6 和 8 8 和 9 9 和 27

例 4 比较 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{5}{6}$ 的大小.

解 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{5}{6}$ 的分子和分母都不相同, 不能直接比较大小. 可以把它们化成分母相同的分数, 再进行比较. 这个相同的分母必须是 4 和 6 的最小公倍数 12, 我们称它为公分母.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$$

$$\therefore \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$

$$\therefore \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

通分的一般方法: 先求出几个分母的最小公倍数, 然后把各分数分别化成

用这个最小公倍数作分母的分数.

例 5 把 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{5}{7}$ 通分

解 3 和 7 的最小公倍数是 21, 用 21 作公分母

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{14}{21} \quad \frac{5}{7} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21}$$

【练一练】

1. 把下列每组数进行通分

$$\frac{3}{8} \text{ 和 } \frac{7}{24} \quad \frac{4}{9} \text{ 和 } \frac{5}{12} \quad \frac{3}{4} \text{ 和 } \frac{7}{10}$$

二、分数的基本运算

1. 分数的加减法

(1) 同分母分数相加减: 分母不变, 只把分子相加减.

(2) 异分母分数相加减: 先通分, 然后按照同分母分数加减法法则进行计算.

例 6 计算 $\frac{9}{10} - \frac{11}{15}$

解 $\frac{9}{10} - \frac{11}{15} = \frac{9 \times 3 - 11 \times 2}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

2. 分数的乘除法

(1) 分数乘整数: 用分数的分子和整数相乘的积作分子, 分母不变.

(2) 分数乘分数: 用分子相乘的积作分子, 分母相乘的积作分母.

(3) 甲数除以乙数 (0 除外), 等于甲数乘以乙数的倒数.

例 7 一个数的 $\frac{5}{8}$ 是 $\frac{1}{12}$, 这个数是多少?

解 设这个数是 x

$$x \times \frac{5}{8} = \frac{1}{12}$$

$$x = \frac{1}{12} \div \frac{5}{8}$$

$$x = \frac{1}{12} \times \frac{8}{5}$$

$$x = \frac{2}{15}$$

例 8 一条裤子的价格是 75.00 元,是一件上衣的 $\frac{2}{3}$. 一件上衣多少元?

分析:把上衣的单价看作单位“1”,那么有下列等量关系:

$$\text{上衣的单价} \times \frac{2}{3} = \text{裤子的单价}$$

解 设上衣的单价是 x 元

$$x \times \frac{2}{3} = 75$$

$$x = 75 \div \frac{2}{3}$$

$$x = 75 \times \frac{3}{2}$$

$$x = 112.50 (\text{元})$$

答:一件上衣 112.50 元.

例 9 计算 $\frac{1}{5} \div \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \times \frac{1}{13} \right]$.

解 原式 $= \frac{1}{5} \div \left[\left(\frac{10}{15} + \frac{3}{15} \right) \times \frac{1}{13} \right]$

$$= \frac{1}{5} \div \left(\frac{13}{15} \times \frac{1}{13} \right)$$

$$= \frac{1}{5} \div \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1}{5} \times 15$$

$$= 3$$

§ 1.2 百分数

一、百分数的意义

在生产、工作和生活中进行调查统计,分析比较,经常要用到百分数.例如,某学校初一年级的 100 名学生中有三好学生 18 人,初二年级的 200 名学生中有三好学生 30 人,很容易算出:初一年级三好学生人数占本年级学生人数的 $\frac{18}{100}$;初二年级三好学生人数占本年级学生人数的 $\frac{3}{20}$.

由于这两个分数的分母不同,要比较出哪个年级的三好学生人数所占的比率大,较困难.为了便于统计和比较,通常用分母是 100 的分数来表示. $\frac{3}{20}$ 可以改写成 $\frac{15}{100}$,这样明显看出,初一年级三好学生占的比率比初二年级的大.

又如,一个工厂从一批产品中抽出 500 件,经过检验,有 480 件合格,由此推算出这批产品合格的比率是 $\frac{480}{500}$,也可以写成 $\frac{96}{100}$.

表示一个数是另一个数的百分之几的数,叫做百分数.

百分数也叫做百分率或百分比,百分数通常不写成分数形,而写作 90%, 64%, 108.5%, 等等.

二、百分数和小数的互化

例 1 把 0.25, 1.4, 0.123 化成百分数.

解 $0.25 = \frac{25}{100} = 25\%$

$$1.4 = 1 \frac{4}{10} = \frac{14}{10} = \frac{140}{100} = 140\%$$

$$0.123 = \frac{123}{1000} = \frac{12.3}{100} = 12.3\%$$

例 2 把 27%, 124%, 0.4% 化成小数.

解 $27\% = \frac{27}{100} = 27 \div 100 = 0.27$

$$124\% = \frac{124}{100} = 124 \div 100 = 1.24$$

$$0.4\% = \frac{0.4}{100} = 0.4 \div 100 = 0.004$$

把小数化成百分数,只要把小数点向右移动两位,同时在后面添上百分号;
把分数化成小数,只要把百分号去掉,同时把小数点向左移动两位.

三、百分数和分数的互化

例 3 把 $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}$ 化成百分数.

解 $\frac{3}{4} = 0.75 = 75\%$

$$\frac{1}{6} \approx 0.167 = 16.7\%$$

例 4 把 $40\%, 12.5\%$ 化成分数.

解 $40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

$$12.5\% = \frac{12.5}{100} = \frac{1}{8}$$

把分数化成百分数,先把分数化成小数(除不尽的,一般保留三位小数),再把小数化成百分数;把百分数化成分数,先把百分数改写成分数,能约分的要约成最简分数.

【练一练】

1. 把下面各数化成百分数

$$0.37 \qquad 1.06 \qquad 8$$

2. 把下面的分数化成百分数

$$\frac{5}{8} \qquad \frac{32}{400} \qquad 3\frac{1}{9}$$

3. 把下面的百分数化成分数

$$3\% \qquad 180\% \qquad 0.6\%$$

四、百分数的一般应用

百分数表示一个数是另一个数的百分之几,所以有关百分数的应用题的解法和分数应用题相同.

例 5 高一年级有学生 160 人,达到《国家体育锻炼标准》的有 120 人,达标人数占全年级的总人数的百分之几?

解 以高一年级学生人数作为单位“1”,仍用除法计算,结果是小数,再化成百分数.

$$120 \div 160 = 0.75 = 75\%$$

答:达标人数占高一年级学生人数的 75%.

实行科学种田,播种前需要进行种子发芽试验,然后根据种子发芽率的高低,决定单位面积的播种量.

求发芽率就是求发芽的种子数占试验种子总数的百分之几,通常用下面的公式计算

$$\text{发芽率} = \frac{\text{发芽种子数}}{\text{试验种子数}} \times 100\%$$

例 6 某种子站,用 300 粒玉米种子作发芽试验,结果发芽的种子有 288 粒,求发芽率.

$$\text{解 发芽率} = \frac{288}{300} \times 100\% = 0.96 \times 100\% = 96\%$$

在统计工作中,像例 2 这样求百分数的计算还有很多,例如

$$\text{小麦的出粉率} = \frac{\text{面粉的重量}}{\text{小麦的重量}} \times 100\%$$

$$\text{产品的合格率} = \frac{\text{合格的产品数}}{\text{产品的总数}} \times 100\%$$

$$\text{职工的出勤率} = \frac{\text{实际出勤人数}}{\text{应出勤人数}} \times 100\%$$

例 7 五年级一班有学生 45 人,上学期期末跳高测验有 80% 的同学及格,及格的同学有多少人?

$$\text{解 } 45 \times 80\% = 45 \times 0.8 = 36(\text{人})$$

答:跳高及格的同学有 36 人.

【练一练】

1. 某工厂由于采用了新工艺,现在每件产品的成本是 37.4 元,比原来降低了 15%,原来每件产品的成本是多少元?(提示:设原来每件产品的成本是 x 元)
2. 小李从邮局给家中汇款 500 元,按照规定汇费是汇款数的 1%,小李应付汇费多少元?
3. 某地区 1998 年生产各类汽车 163 万辆,1999 年生产 185 万辆,1999 年比 1998 年增长百分之几?(百分号前面的数保留一位小数)

§ 1.3 实数的基本概念与运算法则

一、实数中的基本概念

1. 自然数

自然数通常表示“事物的个数”,一般记为 $0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots$, 其中 n 表示任意一个自然数.

自然数也就是非负整数,显然,最小的自然数是 0,没有最大的自然数,自然数的个数是无限的.

2. 有理数

整数和分数统称为**有理数**(任何有限小数和无限循环小数都是有理数). 有理数指能表示为两个整数相除形式的数.

3. 无理数

无理数指无限不循环小数,即不能表示为两个整数相除形式的数.

在实际运算中,遇到无理数要求计算结果时,可以按照所要求的精确度用近似的有限小数去代替无理数,再进行计算.

4. 实数的分类

有理数和无理数统称为**实数**,实数分类如图 1-1 所示.

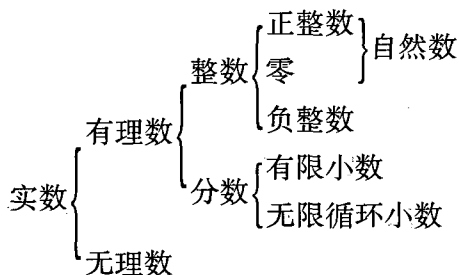


图 1-1

5. 数轴

数轴是规定了原点、正方向、单位长度的直线(图 1-2).

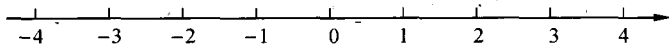


图 1-2

每一个实数都可以在数轴上找一个点来表示,数轴上表示的两个数右边的数总比左边的数大.原点右边的数(大于零的数)为正数,原点左边的数(小于零的数)为负数.若 a 是正数,记做 $a > 0$;若 a 是负数,记做 $a < 0$.正数和 0 通常叫做非负数.若 x 是非负数,记作 $x \geq 0$.0 是一个特殊的数,既不是正整数也不是负整数.

6. 绝对值

一个数 a 的**绝对值**就是数轴上表示数 a 的点到原点的距离,记作 $|a|$.

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

即正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,0 的绝对值是 0.

绝对值有以下性质:

(1) 任何实数都有唯一的绝对值,且绝对值非负;

$$|a| \geq 0$$

(2) 互为相反的一对数,其绝对值相等;

$$|-a| = |a|$$

(3) 乘积的绝对值等于绝对值的成积;