模糊数学及其应用

MOHU SHUXUE JIQI TINGYONG

胡淑礼　编著

四川大学出版社

模糊数学及其应用

胡淑礼　编著

四川大学出版社
1994年·成都

责任编辑:石大明
封面设计:罗　光
技术设计:石大明
书名提字:郝锡炯

图书在版编目(CIP)数据

模糊数学及其应用 / 胡淑礼编著. —成都: 四川大学出版社, 1994.12 (2003.7 重印)
ISBN 7-5614-1099-9

Ⅰ.模... Ⅱ.胡... Ⅲ.模糊数学-高等学校-教材 Ⅳ.O159

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 064868 号

书名　**模糊数学及其应用**

作 者　胡淑礼　编著
出 版　四川大学出版社
地 址　成都市一环路南一段 24 号　(610065)
印 刷　郫县犀浦印刷厂
发 行　四川大学出版社
开 本　850mm×1 168mm　1/32
印 张　11
字 数　260 千字
版 次　1994 年 12 月第 1 版
印 次　2003 年 7 月第 2 次印刷
印 数　2 001～4 000 册
定 价　14.00 元

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。电 话:85408408/85401670/85408023　邮政编码:610065
◆本社图书如有印装质量问题,请寄回印刷厂调换。
◆网址:www.scupress.com.cn

序 言

为适应复杂系统处理与控制的需要，美国加州贝克莱大学查德教授提出了模糊集合论。这个新理论也常叫模糊数学。继人类对确定性与随机性的研究之后，模糊性这个昔日的科学禁区被打开了。模糊性是在众多现象中普遍存在的。人的智慧或者人的大脑，较之精确计算机，就是能在信息不完整不精确的情况下作出判断与决策，也就是进行模糊信息处理。模糊性常常是信息浓缩所致（以便于提高交换的效率），一句话，模糊性是积极的特性，问题在于其规律要很好地研究与开发。热衷于模糊技术开发的日本，许多家电产品，已到了不标明模糊技术设计就影响出售的地步。在日本，已形成很大的模糊产业，而美国宇航中心等也十分重视模糊技术在航天中的应用。

另一方面模糊集的提出又丰富了近代数学的基础——集合论。它特别重视数学三大基本结构之一的序结构的分析与研究。这样，在模糊集基础上，形成不少新的数学分支。例如融化拓扑结构与序结构于一体的模糊拓扑就是较成熟的一个例子。模糊拓扑研究把由法国大数学家 Ehresmann 于五十年代末倡导的格上拓扑学（Locale 理论）推向了新的阶段。

综上所述，无论从人们的认识论方面，还是从生产角度和数学理论研究考虑，模糊数学都是一个值得重视的领域。

四川大学早在1974年就在模糊拓扑方面有深刻研究，研究成果获得国家自然科学奖。而作为一般课程在1982年就为数学系学生开设了模糊数学选修课。以后陆续为其它专业学生开出了层次不同的模糊数学课（或专题讲座），均受到学生的欢迎。最近四川联大（四川大学）还将它作为全校公选课首先在文科学生中开设，学生对模糊数学的兴趣可见一斑。

四川大学数学系先后有好几位同志主讲过该课程，尽管国内外这方面教材已有百余种，但他们深感需要有一本理论与实际并重的、切合目前中国大学教学实际的模糊数学教材。现在这本教材就是向这个目标迈出的一步。我愿在此向作者完成这一工作表示祝贺，并愿向读者推荐这本具有理论与应用并重特色的教材。希望更多的对模糊数学感兴趣的同志，特别是青年朋友们，通过本书的学习进入这个新领域。这片沃土正呼唤着有志之士的到来。

刘应明

一九九四年七月

目　录

第一章　模糊集的基本概念

§1.1　经典集及其特征函数

一、集及其运算

集合论是现代数学的基础，集合可以表现概念，集合的运算和变换可以表现判断和推理.

集合(或简称集)是集合论中最基本的、未严格定义的概念.集合论创始人康托(Cantor)说:"一个集合是我们的直观或思维中确定的可区别的诸对象的整体.这些对象称为该集合的元素(成员)".例如，考虑324的素因子的全体的集合，3是这个集合的元素，而4不是这个集合的元素.

集合概念虽然简明，但不加限制地使用集合概念也可能导致矛盾.例如，考虑集合A，它是"不以自己为元素的集合"的全体构成的集.试问:A是不是自己的元素?按照集A的定义，对这个问题不论回答"是"或"不是"都将导致矛盾.这就是罗素(Russell)悖论.这表明符合上述要求的集A不存在.为避免定义不存在的集，有一个简洁的办法，那就是将我们的讨论限制在一定的范围(称为论域)内.事实上，当我们讨论某一议题时，我们并不关心那些跟所论及的议题毫无关系的对象，所以这样的限制和约定也就是很自然的了.

以后我们关于集的讨论，都是在一定的论域内进行.

为了与下一节将引入的模糊集区别，这里所论及的Cantor意

义下的集，又称为经典集(或普通集、分明集).

设 X 为论域，A 是 X 的一个子集，即 A 是 X 中某些元素组成的集. x 是 A 的元素(或 x 属于 A) 记为 $x \in A$，x 不是 A 的元素(或 x 不属于 A) 记为 $x \notin A$. 对任一元素 x 而言，或者 $x \in A$，或者 $x \notin A$，二者居其一且仅居其一. 这说明经典集论中"排中律"成立.

集合可以表现概念，这是由于每个概念都有它的内涵和外延. 概念的内涵就是这个概念的本质属性；概念的外延就是符合这个概念的对象的全体. 对清晰概念来说，论域 X 中的每个对象(即元素)或者符合这个概念，或者不符合这个概念，二者居其一且仅居其一. 因而清晰概念的外延是论域 X 的一个经典集，也就是说，经典集可以表现清晰概念.

由有限个元素 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 或可数个元素 $x_1, x_2, \cdots$ 组成的集，分别记为 $\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 和 $\{x_1, x_2, \cdots\}$. 若 P 是关于论域 X 的元素的一个性质，记号 $\{x \in X : x$ 具有 $P\}$ 表示 X 内具有性质 P 的一切元素的集合. 不含任何元素的集叫空集，记为 $\varnothing$.

定义 1.1 X 为论域

(1) 设 A、B 为 X 的子集，若 A 的元素也是 B 的元素，称 A 含于 B 或 B 包含 A，记为 $A \subset B$.

若 A 与 B 由相同的元素组成，即 $A \subset B$ 且 $B \subset A$，则称 A 与 B 相等，记为 $A = B$.

(2) 称 $\mathscr{P}(X) = \{A : A \subset X\}$ 为 X 的幂集，它是 X 的所有子集构成的集合. $\mathscr{P}(X)$ 的每个子集称为 X 的子集族.

设 T 为某个指标集，$\{A_t : t \in T\} \subset \mathscr{P}(X)$，当 $T \neq \varnothing$ 时，X 的子集族 $\{A_t : t \in T\}$ 的并 $\bigcup_{t \in T} A_t$ 和交 $\bigcap_{t \in T} A_t$ 分别定义为：

$$\bigcup_{t \in T} A_t = \{x \in X : \exists\, t_0 \in T \text{ 使 } x \in A_{t_0}\}$$

$$\bigcap_{t \in T} A_t = \{x \in X : \forall\, t \in T, x \in A_t\}$$

特别，A、$B \in \mathscr{P}(X)$ 时，

$$A \cup B = \{x \in X : x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \in X : x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

当 $T = \varnothing$ 时

$$\bigcup_{t \in T} A_t = \varnothing, \ \bigcap_{t \in T} A_t = X$$

(3) $A, B \in \mathscr{P}(X)$，称集

$$A \backslash B = \{x \in X : x \in A \text{ 但 } x \notin B\}$$

为 A 与 B 的差集. 特别 $X \backslash A$ 称为 A(关于 X) 的补集，记为 A^c.

命题 1.1 $\mathscr{P}(X)$ 的元素间的包含关系“$\subset$”有以下性质：

(1) 自 反 性：$\forall A \in \mathscr{P}(X), A \subset A$

(2) 反对称性：$\forall A、B \in \mathscr{P}(X)$，若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$ 则 $A = B$

(3) 传 递 性：$\forall A、B、C \in \mathscr{P}(X)$，若 $A \subset B$ 且 $B \subset C$ 则 $A \subset C$

若一个非空集合上建立有若干运算，这个集连同集上的运算所组成的系统，称为一个代数系统. 因而($\mathscr{P}(X)$, $\cup$, $\cap$, c) 是一个代数系统.

命题 1.2 代数系统($\mathscr{P}(X)$, $\cup$, $\cap$, c) 有以下性质：

(1) 幂等律： $A \cup A = A,\ A \cap A = A$

(2) 交换律： $A \cup B = B \cup A,\ A \cap B = B \cap A$

(3) 结合律： $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(4) 分配律： $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(5) 吸收律： $A \cap (A \cup B) = A,\ A \cup (A \cap B) = A$

(6) 两极律： $A \cap X = A,\ A \cup X = X,$

$A \cap \varnothing = \varnothing,\ A \cup \varnothing = A$

(7) 复原律： $(A^c)^c = A$

(8) 互补律： $A \cup A^c = X,\ A \cap A^c = \varnothing$

(9) 对偶律(De Morgan 律)：

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c, \ (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

分配律与对偶律有以下更一般的形式：设 T 为某指标集，$\{A_t : t \in T\} \subset \mathscr{P}(X)$，$A \in \mathscr{P}(X)$，有

(4′) $\quad A \cap (\bigcup_{t \in T} A_t) = \bigcup_{t \in T} (A \cap A_t)$

$\quad A \cup (\bigcap_{t \in T} A_t) = \bigcap_{t \in T} (A \cup A_t)$

(9′) $\quad (\bigcup_{t \in T} A_t)^c = \bigcap_{t \in T} A_t^c, \ (\bigcap_{t \in T} A_t)^c = \bigcup_{t \in T} A_t^c$

上述两个命题的证明是显然的，从略.

二、特征函数

经典集及其运算可以由特征函数及相应的运算来表示.

称映射 $\qquad \chi : X \to \{0,1\}$

为 X 上的特征函数. X 上一切特征函数的集记为 $\mathscr{C}(X)$.

$\forall A \in \mathscr{P}(X)$，令

$$\chi_A : X \to \{0,1\}, \ x \mapsto \chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

称 χ_A 为 A 的特征函数，显然 $\chi_A \in \mathscr{C}(X)$. 反之，$\forall \chi \in \mathscr{C}(X)$，令

$$A = \{x \in X : \chi(x) = 1\}$$

则 $A \in \mathscr{P}(X)$ 且 $\chi = \chi_A$. 因而 $\mathscr{P}(X)$ 与 $\mathscr{C}(X)$ 的元素间有一一对应关系.

为了定义 $\mathscr{C}(X)$ 内元素的并、交、补运算，以下用“$\vee$”表示上确界“sup”，用“$\wedge$”表示下确界“inf”，若 $\{a_t : t \in T\}$ 是实数集，则

$$\bigvee_{t \in T} a_t (\text{或} \ \vee \ \{a_t : t \in T\}) = \sup\{a_t : t \in T\}$$

$$\bigwedge_{t \in T} a_t (\text{或} \ \wedge \ \{a_t : t \in T\}) = \inf\{a_t : t \in T\}$$

特别，因有限集的上(下)确界就是它的最大(小)值，故

$$a \vee b = \max\{a,b\}$$

$$a \wedge b = \min\{a,b\}$$

定义 1.2 设 $\chi \in \mathscr{C}(X)$，$\{\chi_t : t \in T\} \subset \mathscr{C}(X)$.

(1) 令
$$(\bigvee_{t\in T}\chi_t)(x)=\bigvee_{t\in T}\chi_t(x),$$
$$(\bigwedge_{t\in T}\chi_t)(x)=\bigwedge_{t\in T}\chi_t(x),$$
则 $\bigvee_{t\in T}\chi_t\in\mathscr{C}(X)$，$\bigwedge_{t\in T}\chi_t\in\mathscr{C}(X)$，分别称 $\bigvee_{t\in T}\chi_t$ 与 $\bigwedge_{t\in T}\chi_t$ 为 $\{\chi_t:t\in T\}$ 的并与交. 特别
$$(\chi_1\vee\chi_2)(x)=\chi_1(x)\vee\chi_2(x)$$
$$(\chi_1\wedge\chi_2)(x)=\chi_1(x)\wedge\chi_2(x)$$
(2) 令
$$\chi^c(x)=1-\chi(x)$$
显然 $\chi^c\in\mathscr{C}(X)$，称 χ^c 为 χ 的补.

由以上定义容易证明(证明留作习题)下面的：

命题 1.3 $\forall A\in\mathscr{P}(X)$，设 χ_A 表 A 的特征函数，若 A、B、$A_t(t\in T)\in\mathscr{P}(X)$，则

(1) $\chi_{A\cup B}=\chi_A\vee\chi_B$，$\chi_{\bigcup\limits_{t\in T}A_t}=\bigvee\limits_{t\in T}\chi_{A_t}$

(2) $\chi_{A\cap B}=\chi_A\wedge\chi_B$，$\chi_{\bigcap\limits_{t\in T}A_t}=\bigwedge\limits_{t\in T}\chi_{A_t}$

(3) $\chi_{A^c}=\chi_A^c$

前面已证明 $\mathscr{P}(X)$ 与 $\mathscr{C}(X)$ 的元素间存在一一对应关系，而命题 1.2 又说明这种对应关系是保持运算的. 因而代数系统 $(\mathscr{P}(X),\cup,\cap,c)$ 与代数系统 $(\mathscr{C}(X),\vee,\wedge,c)$ 同构，即有

定理 1.1 $(\mathscr{P}(X),\cup,\cap,c)\cong(\mathscr{C}(X),\vee,\wedge,c)$.

证明 令 $f:\mathscr{P}(X)\to\mathscr{C}(X)$，$A\mapsto f(A)=\chi_A$

显然 f 是单一满映射，再由命题 1.3 知 f 是同构映射 ※

§1.2 模糊集及其运算

一、模糊集的定义

经典集可以表示有明确外延的、“非此即彼”的清晰概念，它的特征函数仅取 0,1 两个值. $\chi_A(x)=1$ 表明 $x\in A$，即对象 x 符合

集 A 表示的概念；$\chi_A(x)=0$ 表明 $x\notin A$，对象 x 不符合 A 表示的概念.

但是，现实生活中存在大量没有明确外延的、“亦此亦彼”的模糊概念. 例如，以人的集合 X 为论域，由于“年青人”、“老年人”是没有明确外延的模糊概念，因而“年青人的集”、“老年人的集”也就不能用论域 X 上的经典集来表示. 为表现这类概念，有必要将经典集及其运算加以拓广.

对于一个模糊概念，简单地问某个对象是否符合这个概念常常是没有意义的，这里问题的提法应该是：某个对象符合这个概念的程度有多大？扎德(Zadeh)认为具有上述特性的模糊概念可以用模糊集表示，他于 1965 年提出将特征函数拓广为隶属函数，将特征函数值域 $\{0,1\}$ 拓广为区间 $[0,1]$，用 $[0,1]$ 中的数来表示对象与模糊概念相符合的程度. 他认为，论域 X 上的模糊集 $\underset{\sim}{A}$，完全由它的隶属函数

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}: X\to[0,1]$$

确定，$\forall x\in X$，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\in[0,1]$ 为 x 隶属于 $\underset{\sim}{A}$ 的程度. 为了讨论及书写的简便，我们对模糊集及其隶属函数不加区分(正如经典集与其特征函数可以不加区别一样)，因而有以下的

定义 1.3　称映射

$$\underset{\sim}{A}: X\to[0,1]$$

为 X 上的模糊集. $\forall x\in X$，称 $\underset{\sim}{A}(x)$ 为 x 对 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属度. 函数 $\underset{\sim}{A}(x)$ 称为模糊集 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属函数.

X 上一切模糊集的集记为 $\mathscr{F}(X)$.

当 $\underset{\sim}{A}$ 的值域蜕化为 $\{0,1\}$ 时，$\underset{\sim}{A}$ 就是经典集. 所以经典集是模糊集的特例，模糊集是经典集的推广，表示为 $\mathscr{P}(X)\subset\mathscr{F}(X)$.

经典集作为特殊的模糊集，它的隶属函数就是特征函数. 特别，空集 $\varnothing$ 的隶属函数恒为 0：$\varnothing(x)\equiv 0$，集 X 的隶属函数恒为 1：

$X(x) \equiv 1$.

模糊集有几种表示法. 若 $\underset{\sim}{A} \in \mathscr{F}(X)$，可以表示为 $\underset{\sim}{A} = \{(x, \underset{\sim}{A}(x)) : x \in X\}$，也可以表示为 $\underset{\sim}{A} = \int_X \underset{\sim}{A}(x)/x$，这里的"$\int$"不表示积分，只是一个记号. 当 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 是有限集时，也可以表示为 $\underset{\sim}{A} = \dfrac{\underset{\sim}{A}(x_1)}{x_1} + \dfrac{\underset{\sim}{A}(x_2)}{x_2} + \cdots + \dfrac{\underset{\sim}{A}(x_n)}{x_n}$，或表示为模糊向量 $\underset{\sim}{A} = (\underset{\sim}{A}(x_1), \underset{\sim}{A}(x_2), \cdots, \underset{\sim}{A}(x_n))$. 在前一种表示法中，"+"不是求和而只是一个记号，而且使 $\underset{\sim}{A}(x) = 0$ 的项可以略去，在后一种表示法中 $\underset{\sim}{A}(x) = 0$ 的项不能略去.

例 1.1　设 $X = \{1, 2, 3, \cdots, 10\}$，$\underset{\sim}{A}$ 表示"接近 5 的整数"这一模糊集. 论域 X 中的元素"5"肯定隶属于 $\underset{\sim}{A}$，故 $\underset{\sim}{A}(5) = 1$. X 中元素"4"和"6"隶属于 $\underset{\sim}{A}$ 的程度为 80%，我们规定 $\underset{\sim}{A}(4) = \underset{\sim}{A}(6) = 0.8$. X 中的元素"3"和"7"隶属于 $\underset{\sim}{A}$ 的程度为 50%，　规定 $\underset{\sim}{A}(3) = \underset{\sim}{A}(7) = 0.5$，类似地规定 $\underset{\sim}{A}(2) = \underset{\sim}{A}(8) = 0.2$. 于是得到 X 上的模糊集 $\underset{\sim}{A}$：

$$\underset{\sim}{A} = \frac{0.2}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0.8}{6} + \frac{0.5}{7} + \frac{0.2}{8}$$

如果用模糊向量表示，则

$$\underset{\sim}{A} = (0, 0.2, 0.5, 0.8, 1, 0.8, 0.5, 0.2, 0, 0)$$

例 1.2　以年龄作论域，扎德给出"年老"与"年青"两个模糊集 $\underset{\sim}{O}$ 与 $\underset{\sim}{Y}$，它们的隶属函数分别为：

$$\underset{\sim}{O}(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant x \leqslant 50 \\ \left[1 + \left(\dfrac{x - 50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}, & x > 50 \end{cases} \tag{1-1}$$

$$\underset{\sim}{Y}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leqslant x \leqslant 25 \\ \left[1 + \left(\dfrac{x - 25}{5}\right)^{2}\right]^{-1}, & x > 25 \end{cases} \tag{1-2}$$

“年老”$\underset{\sim}{O}$ 与“年青”$\underset{\sim}{Y}$ 的隶属函数图象如图 1 — 1. 以“年老”为例，从隶属函数可知，年龄在 50 岁以下的人肯定不是“年老”的人，年龄为 60 岁的人，由于 $\underset{\sim}{O}(60) = 0.8$，他们关于“年老”的隶属度为 80%，而 $\underset{\sim}{O}(80) = 0.97$ 表明年龄为 80 岁的人属于“年老”的程度是 97%.

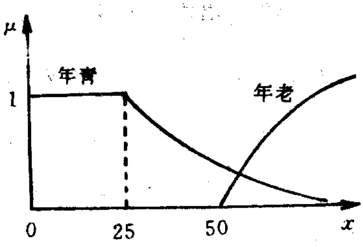

图 1 — 1

二、模糊集的运算

定义 1.4 设 $\underset{\sim}{A}$、$\underset{\sim}{B} \in \mathscr{F}(X)$

(1) 若 $\forall x \in X$ 有 $\underset{\sim}{A}(x) \leqslant \underset{\sim}{B}(x)$. 称 $\underset{\sim}{A}$ 含于 $\underset{\sim}{B}$ 或 $\underset{\sim}{B}$ 包含 $\underset{\sim}{A}$，记为 $\underset{\sim}{A} \subset \underset{\sim}{B}$.

(2) 若 $\forall x \in X$ 有 $\underset{\sim}{A}(x) = \underset{\sim}{B}(x)$，称 $\underset{\sim}{A}$ 与 $\underset{\sim}{B}$ 相等，记为 $\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{B}$.

由定义 1.4 易证下面的

命题 1.4 $\mathscr{F}(X)$ 上的包含关系“$\subset$”有以下性质：

(1) $\forall \underset{\sim}{A} \in \mathscr{F}(X)$，$\varnothing \subset \underset{\sim}{A} \subset X$

(2) 自反性： $\forall \underset{\sim}{A} \in \mathscr{F}(X)$，$\underset{\sim}{A} \subset \underset{\sim}{A}$

(3) 反对称性：$\forall \underset{\sim}{A}$、$\underset{\sim}{B} \in \mathscr{F}(X)$，若 $\underset{\sim}{A} \subset \underset{\sim}{B}$ 且 $\underset{\sim}{B} \subset \underset{\sim}{A}$，则 $\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{B}$

(4) 传递性： $\forall \underset{\sim}{A}$、$\underset{\sim}{B}$、$\underset{\sim}{C} \in \mathscr{F}(X)$，若 $\underset{\sim}{A} \subset \underset{\sim}{B}$ 且 $\underset{\sim}{B} \subset \underset{\sim}{C}$，则 $\underset{\sim}{A} \subset \underset{\sim}{C}$

定义 1.5 设 $\underset{\sim}{A}$、$\underset{\sim}{B} \in \mathscr{F}(X)$，$\{\underset{\sim}{A}_t : t \in T\} \subset \mathscr{F}(X)$

(1) 令

$$\bigcup_{t \in T} \underset{\sim}{A}_t : X \to [0,1], \quad x \mapsto \left(\bigcup_{t \in T} \underset{\sim}{A}_t\right)(x) = \bigvee_{t \in T} \underset{\sim}{A}_t(x)$$

则 $\bigcup\limits_{t\in T}\underset{\sim}{A_t}\in\mathscr{F}(X)$，称 $\bigcup\limits_{t\in T}\underset{\sim}{A_t}$ 为 $\{\underset{\sim}{A_t}:t\in T\}$ 的并.

特别， $\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B}:X\rightarrow[0,1],x\mapsto(\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B})(x)=\underset{\sim}{A}(x)\vee\underset{\sim}{B}(x)$

称 $\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B}$ 为 $\underset{\sim}{A}$ 与 $\underset{\sim}{B}$ 的并.

(2) 令

$$\bigcap_{t\in T}\underset{\sim}{A_t}:X\rightarrow[0,1],\quad x\mapsto(\bigcap_{t\in T}\underset{\sim}{A_t})(x)=\bigwedge_{t\in T}\underset{\sim}{A_t}(x)$$

则 $\bigcap\limits_{t\in T}\underset{\sim}{A_t}\in\mathscr{F}(X)$，称 $\bigcap\limits_{t\in T}\underset{\sim}{A_t}$ 为 $\{\underset{\sim}{A_t}:t\in T\}$ 的交.

特别， $\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B}:X\rightarrow[0,1],\quad x\mapsto(\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B})(x)=\underset{\sim}{A}(x)\wedge\underset{\sim}{B}(x)$

称 $\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B}$ 为 $\underset{\sim}{A}$ 与 $\underset{\sim}{B}$ 的交.

(3) 令

$$\underset{\sim}{A}^c:X\rightarrow[0,1],\quad x\mapsto\underset{\sim}{A}^c(x)=1-\underset{\sim}{A}(x)$$

则 $\underset{\sim}{A}^c\in\mathscr{F}(X)$，称 $\underset{\sim}{A}^c$ 为 $\underset{\sim}{A}$ 的补.

$\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{A}^c$ 的隶属函数曲线参见图 1 — 2 的甲、乙、丙.

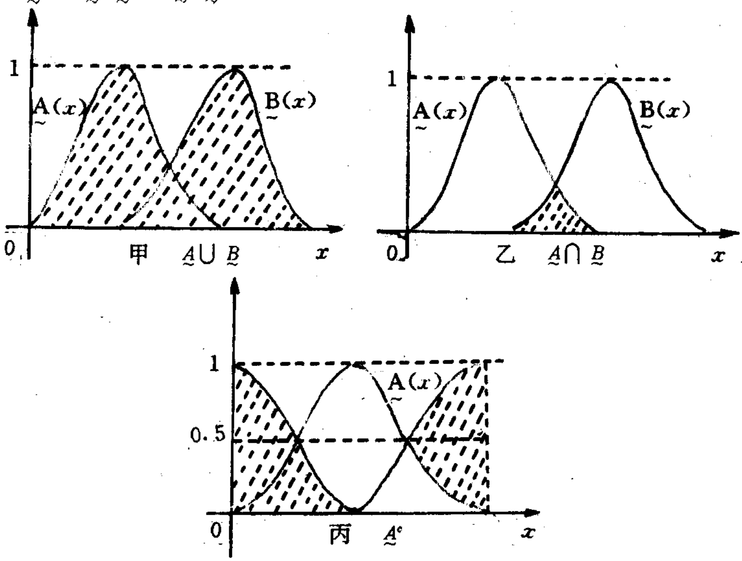

图 1 — 2