教育部高职高专规划教材

应用数学基础

（五年制）

下册

阎章杭　哈　斯　李月清　主编

化学工业出版社
教材出版中心

教育部高职高专规划教材

应用数学基础

（五年制）

下册

阎章杭　哈　斯　李月清　主编

化学工业出版社
教材出版中心
·北京·

（京）新登字 039 号

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础（五年制）下册/阎章杭，哈斯，李月清主编.—北京：化学工业出版社，2004
教育部高职高专规划教材
ISBN 7-5025-5491-2

Ⅰ.应… Ⅱ.①阎…②哈…③李… Ⅲ.应用数学-高等学校：技术学院-教材 Ⅳ.029

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 041688 号

教育部高职高专规划教材
应用数学基础
五年制）
下册
阎章杭 哈 斯 李月清 主编
责任编辑：高 钰
文字编辑：贾 婷
责任校对：蒋 宇
封面设计：郑小红
*
化学工业出版社
教 材 出 版 中 心 出版发行
（北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029）
发行电话：(010)64982530
http://www.cip.com.cn
*
新华书店北京发行所经销
北京管庄永胜印刷厂印刷
三河市延风装订厂装订
开本 787mm×1092mm 1/16 印张 25 字数 719 千字
2004 年 6 月第 1 版 2004 年 6 月北京第 1 次印刷
ISBN 7-5025-5491-2/G·1432
定 价：38.00 元

出版说明

高职高专教材建设工作是整个高职高专教学工作中的重要组成部分。改革开放以来，在各级教育行政部门、有关学校和出版社的共同努力下，各地先后出版了一些高职高专教育教材。但从整体上看，具有高职高专教育特色的教材极其匮乏，不少院校尚在借用本科或中专教材，教材建设落后于高职高专教育的发展需要。为此，1999年教育部组织制定了《高职高专教育专门课课程基本要求》（以下简称《基本要求》）和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》（以下简称《培养规格》），通过推荐、招标及遴选，组织了一批学术水平高、教学经验丰富、实践能力强的教师，成立了“教育部高职高专规划教材”编写队伍，并在有关出版社的积极配合下，推出一批“教育部高职高专规划教材”。

“教育部高职高专规划教材”计划出版500种，用5年左右时间完成。这500种教材中，专门课（专业基础课、专业理论与专业能力课）教材将占很高的比例。专门课教材建设在很大程度上影响着高职高专教学质量。专门课教材是按照《培养规格》的要求，在对有关专业的人才培养模式和教学内容体系改革进行充分调查研究和论证的基础上，充分吸取高职、高专和成人高等学校在探索培养技术应用性专门人才方面取得的成功经验和教学成果编写而成的。这套教材充分体现了高等职业教育的应用特色和能力本位，调整了新世纪人才必须具备的文化基础和技术基础，突出了人才的创新素质和创新能力的培养。在有关课程开发委员会组织下，专门课教材建设得到了举办高职高专教育的广大院校的积极支持。我们计划先用2～3年的时间，在继承原有高职高专和成人高等学校教材建设成果的基础上，充分汲取近几年来各类学校在探索培养技术应用性专门人才方面取得的成功经验，解决新形势下高职高专教育教材的有无问题；然后再用2～3年的时间，在《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》立项研究的基础上，通过研究、改革和建设，推出一大批教育部高职高专规划教材，从而形成优化配套的高职高专教育教材体系。

本套教材适用于各级各类举办高职高专教育的院校使用。希望各用书学校积极选用这批经过系统论证、严格审查、正式出版的规划教材，并组织本校教师以对事业的责任感对教材教学开展研究工作，不断推动规划教材建设工作的发展与提高。

教育部高等教育司

2001年4月3日

前　言

数学是五年制高等职业教育的一门必修课，是提高学生文化素质，学习有关专业知识、专门技术的重要基础。为了确保高等职业教育的培养目标及教学质量，为了逐步构建适合高职教育公共数学课程的教材体系，探索五年制高职教育数学教材建设的新路子、新思想，在教育部高职高专规划教材专家组的关怀和指导下，开封大学、包头职业技术学院、北京工业职业技术学院、洛阳大学、徐州建筑职业技术学院、石家庄职业技术学院、漯河职业技术学院、三门峡职业技术学院、黄河水利职业技术学院、吉林交通职业技术学院、黑龙江农业职业技术学院、商丘职业技术学院、天津渤海职业技术学院、石家庄邮电职业技术学院、开封教育学院、石家庄铁路职业技术学院及南阳理工学院等院校的教师和专家，结合当前我国五年制高职教育的新形式、新特点，经过长时间的酝酿和研究，认真编写了一套面向21世纪比较符合当前我国五年制高职数学教学实际的系列教材，这套教材包括《应用数学基础》上册、下册，《应用数学基础习题课指导》上册、下册。

在该套教材的编写过程中，以国家教育部关于五年制高职教育数学教学大纲为重要依据组织教学内容编写，并广泛吸取同类教材的长处，力争使教材更具科学性和实用性。

本套教材共设三篇。第一篇初等数学，第二篇一元函数微积分，第三篇专业数学。

教材特点如下。

在该套教材的编写过程中，努力遵循“拓宽基础，强化能力，立足应用”的原则。突出五年一贯制及职业教育的特色，具体反映为：

① 在初等数学与高等数学的内容编排上，除了注意它们的共性规律外，还注意到它们不同的规律。初等数学部分，强调其基础性、实用性和系统性，注意与初中数学知识的衔接；高等数学与专业数学部分，比较强调对综合素质和能力的培养，注重教材内容的应用性，注意与专业知识的结合。

② 在保证基础、重视素质教育的前提下，能突破传统教材体系，精选内容、主次分明、删减枝节、注意应用、讲究实效。对一些较繁的定理、公式及很明显的结论，有的只给出结果，有的用几何直观予以说明，所选例题和习题均以帮助学生理解概念、掌握方法为目的，删去单纯的技巧或较难的题目，增加富有启发性或为专业服务的题目。

③ 采用了新颖的编排格式，如在主册正文，用冠以符号“?”，“!”的形式，分别对教材的重点、难点、疑点部分提出思考或指出内容的依据和出处，以利于学生学习。本套教材还加大了选修的内容，各学校可根据不同专业、不同的学生类别，按模块选学不同的内容，供选择的面较宽，而每块内容又比较精炼，因而所用学时数较少。

④ 本套教材文理兼用，不仅优化了数学在物理方面的应用，而且增加了数学在经济领域内的应用，这样有利于学生综合素质的提高。

⑤ 考虑到计算机已经越来越普及以及 Mathematica 软件的广泛使用，本书以数学实验的形式，将 Mathematica 软件的应用穿插到有关章节中，以供有条件的学校选用。

《应用数学基础》下册内容包括：一元函数微积分、多元函数微积分、概率数理统计、线性代数、线性规划、无穷级数、常微分方程以及拉普拉斯变换等。标有 * 号的内容是供不

同专业根据专业的需要选用。

与该书配套的还有辅助教材《应用数学基础习题课指导》下册。其内容包括：主册每章内容小结、常见问题分类及解题方法、典型习题解答与提示、备选习题。辅助教材为该门课程的习题课教学提供了必要的素材和条件。

该书由阎章杭总策划、负责组织实施。主编：阎章杭、哈斯、李月清，副主编：马幼梅、刘青桂、路世英。

参加该书编审人员（按章节顺序排名）：

李媛媛、拜云胜、马幼梅、王霞（第十三、十四、十五章），郭建萍、韩成标、安岩（第十六、十七章），牛铭、崔树祥、刘青桂、张卫华（第十八、十九、二十章），李希洛、庞进生、阎章杭（第二十一、二十二章），李月清、路世英、辛自力、白景华（第二十三、二十四、二十五章），白水周、哈斯、拜云胜、杜跃鹏（第二十六、二十七、二十八章）。

在本书编写过程中，得到有关学校领导和专家的大力支持和帮助，杜跃鹏老师积极参与了利用 Mathematica 软件进行数学实验内容的编写，河南大学阎育华与王国胜教授对本书的专业数学部分进行了认真的审核，并提出许多宝贵建议，在此一并表示衷心的谢意！

由于水平有限，错误和不当之处在所难免，恳请广大读者批评指正！

编者

2004 年 3 月

目　录

第二篇　一元函数微积分学

---

* 为选学内容。

第三篇　专 业 数 学

第二篇　一元函数微积分学

主要内容

- 函数极限和连续
- 导数与微分
- 导数的应用
- 一元函数积分学
- 定积分应用

第十三章　函数、极限与连续

微积分是数学中的重要分支，是高等数学的核心．而函数和极限分别是微积分的研究对象和工具，因此本章将在复习和加深函数有关知识的基础上，着重讨论函数的极限和函数的连续性等问题．

第一节　函　　数

一、函数的概念

1. 函数的定义

定义 1　设 D 是一个数集，如果对属于 D 的每一个数 x，按照某个对应关系 f，都有确定的数值 y 与之对应，则称 y 是定义在数集 D 上的 x 的**函数**，记作 $y=f(x)$，x 叫作**自变量**，数集 D 叫作函数的**定义域**，当 x 取遍 D 中的一切数时，与它对应的函数值的集合 M 叫作函数的**值域**．当自变量取某一数值 x_0 时，函数 y 具有确定的对应值，则称函数在 x_0 处有定义．

如果对于每一个 $x\in D$，都有惟一的 $y\in M$ 与之对应，那么称这种函数为**单值函数**，否则为**多值函数**．（$\boxed{?}$你能举出一个多值函数的例子吗?）

本书所研究的函数若无特殊说明均指单值函数．

在函数定义中，并没有要求自变量变化时，其函数值一定要变，只要求对于每一个自变量 $x\in D$ 都有确定的 y 值与之对应，因此，常量 $y=c$ 也符合函数的定义，即当 $x\in \mathbf{R}$ 时，所对应的 y 值都是确定的常数 c，称这样的函数为**常量函数**．

通过函数定义，可以发现，构成函数的两个重要因素为对应关系与定义域．

显然，两个函数只有当它们的定义域和对应关系完全相同时，这两个函数才认为是相同的．

例如，函数 $y=\sin^2 x+\cos^2 x$ 与 $y=1$，它们的定义域和对应关系都相同，所以它们是相同的函数．

又如，函数 $y=\frac{x^2}{x}$ 与 $y=x$，它们的定义域不同，所以它们是不同的函数.

2. 函数的定义域

定义域是构成函数的重要因素之一，因此研究函数，就必须注意函数的定义域. 在考虑实际问题时，应根据问题的实际意义确定定义域. 例如，匀速直线运动的位移 $s=vt$，t 是时间，故只能取非负数. 对于用数学式表示的函数，其定义域由函数表达式本身来确定，即使运算有意义. 如：

① 函数中有分式，要求分母不能为零；

② 函数中有根式，要求负数不能开偶次方；

③ 函数中有对数式，要求真数必须大于零；

④ 函数中有三角函数式和反三角函数式，要求符合它们的定义域；

⑤ 若函数式是上述各式的混合式，则应取各部分定义域的交集.

例 1　求下列函数的定义域.

(1) $y=\frac{1}{4-x^2}+\sqrt{x+2}$；(2) $y=\lg\frac{x-1}{x-2}$；(3) $y=\arcsin\frac{x+1}{3}+\sqrt{x+1}$.

解　(1) 因为 $4-x^2\neq 0$，所以 $x\neq\pm 2$. 又因为 $x+2\geqslant 0$，所以 $x\geqslant -2$，

因此函数定义域为 $(-2,2)\cup(2,+\infty)$.

(2) 因为 $\frac{x-1}{x-2}>0$，所以 $x>2$ 或 $x<1$，所以函数定义域为 $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$.

(3) 因为 $-1\leqslant\frac{x+1}{3}\leqslant 1$，所以 $-3\leqslant x+1\leqslant 3$，即 $-4\leqslant x\leqslant 2$.

又因为 $x+1\geqslant 0$，所以 $x\geqslant -1$，因此函数的定义域为 $[-1,2]$.

3. 函数与函数值的记号

通常，y 是 x 的函数，记为 $y=f(x)$，但若同一问题中，需要讨论几个不同的函数，就要使用不同的函数记号，例如，$F(x)$，$\Phi(x)$，$y(x)$，…

函数 $y=f(x)$，当 $x=x_0\in D$ 时，对应的函数值可以记为 $y_0=f(x_0)$.

例 2　若 $f(x)=\frac{|x-2|}{x+1}$，求 $f(2)$，$f(-2)$，$f(0)$，$f(a)$，$f(a+b)$.

解　$f(2)=0$，$f(-2)=\frac{|-4|}{-1}=-4$，$f(0)=\frac{|-2|}{1}=2$，$f(a)=\frac{|a-2|}{a+1}$，$f(a+b)=\frac{|a+b-2|}{a+b+1}$.

4. 函数的表示方法

表示函数的方法，最常用的有以下三种.

(1) 公式法　如 $y=x^a$，$y=\sin x$ 等.

(2) 表格法　如对数表、三角函数表等.

(3) 图像法　用图像表示函数.

有时会遇到一个函数在自变量不同的取值范围内用不同的式子来表示.

例如，函数
$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$$
是定义在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内的一个函数. 当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=\sqrt{x}$；当 $x<0$ 时，$f(x)=$

$-x$. 它的图形如图 13-1 所示.

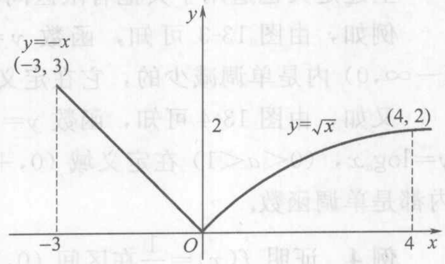


图 13-1 分段函数 $f(x)$图形

在不同的区间内用不同的式子来表示的函数称为**分段函数**，即用几个式子合在一起表示一个函数.

(?解释分段函数为什么也满足函数的定义?)

求分段函数的函数值时，应将自变量的值代入相应取值范围的表示式进行计算.

例如，上述分段函数中 $f(4)=\sqrt{4}=2$；$f(-3)=-(-3)=3$.

二、函数的几种特性

1. 函数的奇偶性

如果函数 $f(x)$ 的定义域关于原点对称，且对任意 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$为**奇函数**；如果 $f(x)$ 的定义域关于原点对称，且对任意 x，都有 $f(-x)=f(x)$，则称$f(x)$ 为**偶函数**. 如果函数既非奇函数，也非偶函数，则称 $f(x)$ 为**非奇非偶函数**.

例如，函数 $y=\sin x$，$y=x^3$ 等都是奇函数；又如，函数 $y=\cos x$，$y=x^2$ 等都是偶函数；而函数 $y=\sin x+\cos x$ 是非奇非偶函数.

奇函数的图形关于原点对称，偶函数的图形关于 y 轴对称，如图 13-2 所示.

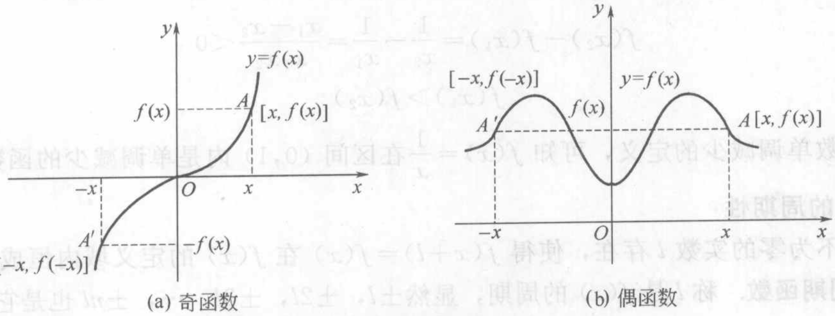


图 13-2 奇函数与偶函数的图形

例 3 判断函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$的奇偶性.

解 因为 $f(-x)=\ln[(-x)+\sqrt{(-x)^2+1}]=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$

$$=\ln\frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}+x}=\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$$

$$=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)^{-1}=-\ln(\sqrt{x^2+1}+x)=-f(x)$$

所以 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$为奇函数.

2. 函数的单调性

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内随着 x 的增大而增大（或减小），即对于 (a,b) 内任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$[或 $f(x_1)>f(x_2)$]，则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内单调增加（或单调减少）. 在定义域内单调增加或单调减少的函数，统称为**单调函数**，其中 (a,b) 叫作函数 $f(x)$ 的单调增加（或单调减少）区间，也称**单调区间**.

单调增加（或单调减少）函数的图形沿 x 轴的正向上升（或下降）.

上述定义也适用于其他有限区间和无限区间的情形.

例如，由图 13-3 可知，函数 $y=x^2$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内是单调增加的，而在区间 $(-\infty,0)$ 内是单调减少的，它在定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内不是单调函数.

又如，由图 13-4 可知，函数 $y=\log_a x$，$(a>1)$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 内单调增加；函数 $y=\log_a x$，$(0<a<1)$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 内是单调减少的，所以，它们在定义域 $(0,+\infty)$ 内都是单调函数.

例 4 证明 $f(x)=\dfrac{1}{x}$在区间 $(0,1)$ 内是单调减少的函数.

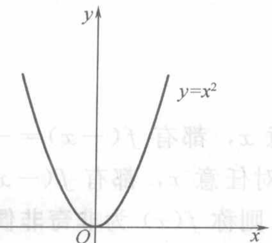


图 13-3 函数 $y=x^2$ 图形

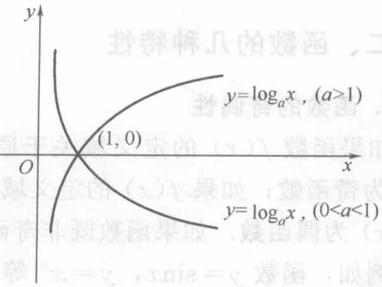


图 13-4 函数 $y=\log_a x$ 图形

证 在区间$(0,1)$内任取两点 x_1，x_2，设 $x_1<x_2$，则 $x_1-x_2<0$. 因为

$$f(x_2)-f(x_1)=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}<0$$

所以

$$f(x_1)>f(x_2)$$

根据函数单调减少的定义，可知 $f(x)=\dfrac{1}{x}$在区间 $(0,1)$ 内是单调减少的函数.

3. 函数的周期性

如果有不为零的实数 l 存在，使得 $f(x+l)=f(x)$ 在 $f(x)$ 的定义域内恒成立，则称函数 $f(x)$ 为**周期函数**. 称 l 是 $f(x)$ 的周期，显然$\pm l$，$\pm 2l$，$\pm 3l$，…，$\pm nl$也是它的周期，通常所说的函数的周期是指最小正周期. (□周期不惟一.)

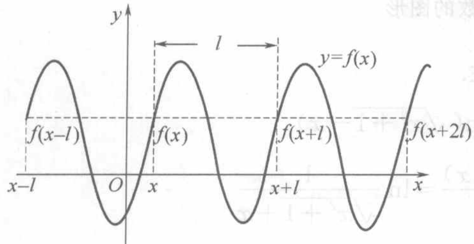


图 13-5 以 l 为周期的函数图形

一个以 l 为周期的函数，它的图形在定义域内每隔长度为 l 的相邻区间上，都有相同的形状，如图 13-5所示.

例如，函数 $\cos x$，$\sin x$ 以 2π 为周期，而 $A\sin(\omega x+\varphi)$，$(\omega>0)$ 以$\dfrac{2\pi}{\omega}$为周期.

4. 函数有界性

设函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义，如果存在一个正数 M，使得对于区间 (a,b) 内的一切 x 值，对应的函数值 $f(x)$ 都有$|f(x)|\leqslant M$成立,则称$f(x)$ 在区间 (a,b) 内有界；如果不存在这样的正数 M，称 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内无界.

上述定义也适用于闭区间和无穷区间.

例如，函数 $f(x)=\sin x$ 在定义域$(-\infty,+\infty)$内是有界的，因为对于一切 $x\in\mathbf{R}$，$|\sin x|\leqslant 1$ 都成立，这里 $M=1$.

又如，函数 $f(x)=\arctan x$ 在定义域（$-\infty,+\infty$）内是有界的，因为对于一切 $x\in\mathbf{R}$，$|\arctan x|<\dfrac{\pi}{2}$都成立，这里 $M=\dfrac{\pi}{2}$.

再如，函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$在区间（0,1）内是无界的，因为对于区间（0,1）内一切 x，不存在正数 M，使$\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant M$成立. 但是 $f(x)=\dfrac{1}{x}$在区间 $[1,2]$ 内是有界的，因为对于区间 $[1,2]$ 上的一切 x，都有$\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 1$ 成立，这里 $M=1$（见图 13-6）.

显然，如果函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内是有界的，则它的图形在 (a,b) 内必介于两平行线 $y=\pm M$之间（见图 13-7）.（$\boxed{?}$有界函数的界是否惟一?）

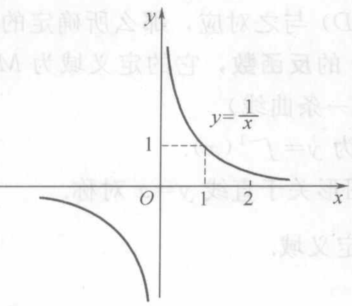


图 13-6　函数 $y=\dfrac{1}{x}$图形

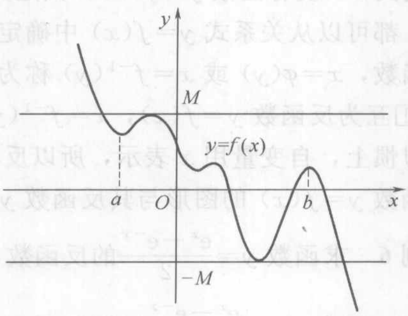


图 13-7　函数 $y=f(x)$的有界性

三、复合函数

在很多实际问题中，变量间的函数关系往往是复杂的.

例如，设有边长为 1 的正方形金属薄片，受热后膨胀，边长膨胀了 x，求受热膨胀以后的面积 y.

由于面积 $y=u^2$，u 表示边长，而 $u=1+x$，因此 $y=u^2=(1+x)^2$.

不难看出，这个函数的值不是直接由自变量 x 来确定的，是通过 $u=1+x$ 来确定的，也就是说对于每一个 x，经过中间变量 u，都有一个 y 的值与之对应，所以 y 是 x 的函数，而且这个函数可以看作是由函数 $u=1+x$ 与函数 $y=u^2$ 复合而成的.

定义 2　如果 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$，通过 u 将 y 表示成 x 的函数，即 $y=f[\varphi(x)]$，那么 y 就叫作 x 的**复合函数**，其中 u 叫作**中间变量**.

但要注意，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域，应该与函数 $y=f(u)$ 的定义域有非空交集，否则复合函数将失去意义.（$\boxed{?}$是否 $u=\varphi(x)$ 的值域必包含在 $y=f(u)$ 定义域之内?）

例如，复合函数 $y=\lg u$，$u=x-1$. 由于 $y=\lg u$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，所以中间变量 $u=x-1$ 的值域必须在 $(0,+\infty)$ 内，即 x 应在 $(1,+\infty)$ 内.

由此可知复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 的定义域应为函数 $u=\varphi(x)$ 的定义域的子集.

当然，也可以由两个以上的函数经过复合构成一个复合函数. 例 $y=\lg u$，$u=\sin v$，$v=\dfrac{x}{2}$,则 $y=\lg\sin\dfrac{x}{2}$，其中 u，v 为中间变量.

下面举例分析复合函数的复合过程. 正确熟练地掌握这个方法，有利于今后微积分

的学习.

例 5 指出下列复合函数的复合过程：

(1) $y=\sqrt{1-x^2}$； (2) $y=\sin^2 x$； (3) $y=\arcsin(\ln x)$； (4) $y=2\cos\sqrt{1-x^2}$.

解 (1) 函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ 是由函数 $y=\sqrt{u}$ 和 $u=1-x^2$ 复合而成的；

(2) 函数 $y=\sin^2 x$ 是由函数 $y=u^2$ 和 $u=\sin x$ 复合而成的；

(3) 函数 $y=\arcsin(\ln x)$ 是由函数 $y=\arcsin u$ 和 $u=\ln x$ 复合而成的；

(4) 函数 $y=2\cos\sqrt{1-x^2}$ 是由函数 $y=2\cos u$，$u=\sqrt{v}$ 和 $v=1-x^2$ 复合而成的.

四、反函数

定义 3 设有函数 $y=f(x)$，其定义域为 D，值域为 M，则当变量 y 在 M 中每取一个值时，都可以从关系式 $y=f(x)$ 中确定惟一的 $x(x\in D)$ 与之对应，那么所确定的 y 为自变量的函数，$x=\varphi(y)$ 或 $x=f^{-1}(y)$ 称为函数 $y=f(x)$ 的**反函数**，它的定义域为 M，值域为 D.（$\boxed{!}$互为反函数 $y=f(x)$，$x=f^{-1}(y)$ 的图形为同一条曲线）

习惯上，自变量用 x 表示，所以反函数也可表示为 $y=f^{-1}(x)$.

函数 $y=f(x)$ 的图形与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

例 6 求函数 $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 的反函数，并写出它的定义域.

解 因为 $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$，所以 $e^{2x}-2ye^x-1=0$，

则
$$e^x=\frac{2y\pm\sqrt{4y^2+4}}{2}=y\pm\sqrt{y^2+1}$$

由于 $e^x>0$，故取 $e^x=y+\sqrt{y^2+1}$，

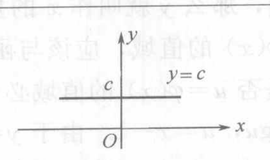
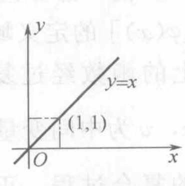
于是
$$x=\ln(y+\sqrt{y^2+1})$$

所以所求反函数为 $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$，定义域为 $\mathbf{R}$.

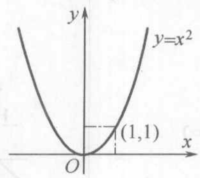
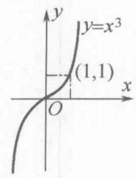
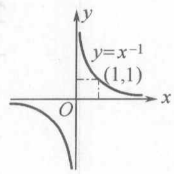
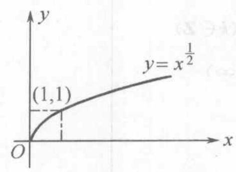
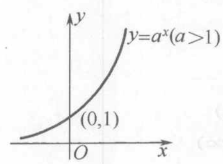
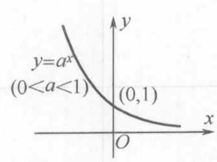
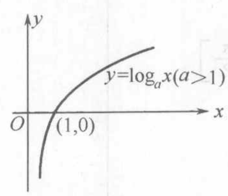
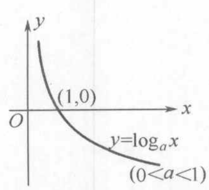
五、初等函数

基本初等函数是幂函数 $y=x^a$，$(a\in\mathbf{R})$，指数函数 $y=a^x$，$(a>0$ 且 $a\neq1)$，对数函数 $y=\log_a x$，$(a>0$ 且 $a\neq1)$，三角函数和反三角函数的统称. 其性质见表 13-1.

表 13-1 基本初等函数的性质

名称	函数	定义域与值域	图形	特性
常数函数	$y=c$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\{c\}$		偶函数，有界
幂函数	$y=x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，单调增加

续表

名称	函数	定义域与值域	图形	特性
幂函数	$y=x^2$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数，在$(-\infty,0)$内单调减少，在$(0,+\infty)$内单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，单调增加
	$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数，单调减少
	$y=x^{\frac{1}{2}}$	$x\in[0,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		单调增加
指数函数	$y=a^x$ $(a>1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调增加
	$y=a^x$ $(0<a<1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调减少
对数函数	$y=\log_a x$ $(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调增加
	$y=\log_a x$ $(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调减少