

2007

考研数学

全真模拟试卷及精析

编著：蔡子华

数学一

按照2007年新大纲内容要求

涵盖历年真题所有知识点

题模式完全依据真题模式

体现考研命题指导思想

编试题与真题难度最逼近

随堂演习名师精解各个击破



卷之三

2007

卷之三

全國性社會組織

全國性社會組織



全國性社會組織

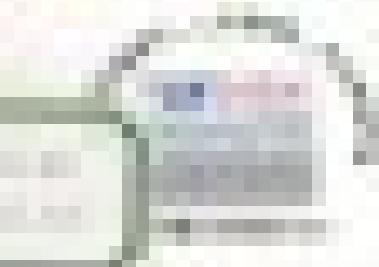
全國性社會組織

全國性社會組織

全國性社會組織

全國性社會組織

全國性社會組織



全國性社會組織

013-44
C072. 1/2

2007-44
/ C072.1/2 8

2007

考研数学

全真模拟试卷及精析

编著：蔡子华

数学一

按照2007年新大纲内容要求

涵盖历年真题所有知识点

考题模式完全依据真题模式

体现考研命题指导思想

精选试题与真题难度最逼近

随堂演习名师精解各个击破

中国国际广播音像出版社

2007 考研数学全真模拟试卷及精析(数学一)/蔡子华主编.—北京:中国国际广播音像出版社,
2006.8

ISBN 7-89995-427-4

I. 2... II. 蔡... III. 高等数学—研究生—入学考试—习题

IV. 013—44

2007 考研数学全真模拟试卷及精析(数学一)

编 者:蔡子华

责任编辑:王兴旺 肖幸娟

出版发行:中国国际广播音像出版社

地 址:北京市复兴门外大街 2 号

邮政编码:100866

文都网址:<http://www.wendu.com>

销售服务热线:010—88820136 转 833、830(传真)

经 销:新华书店经销

印 刷:北京龙兴印刷厂

开 本:787×1092 毫米 1/16

印 张:9.875

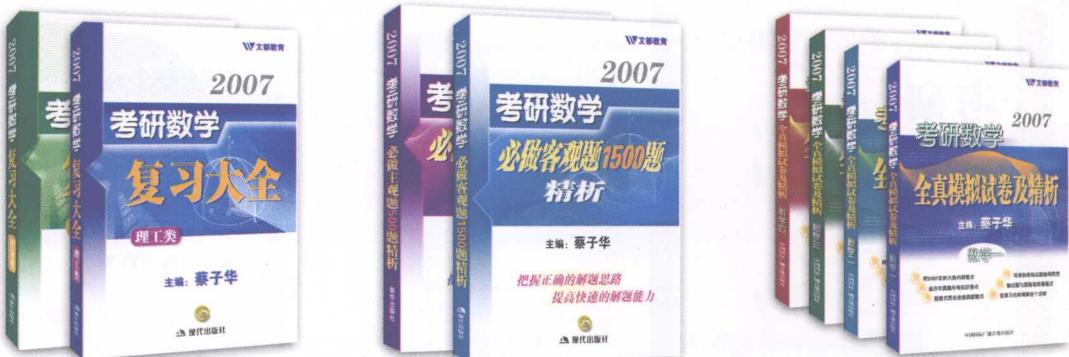
版 本:2006 年 8 月第 2 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-89995-427-4

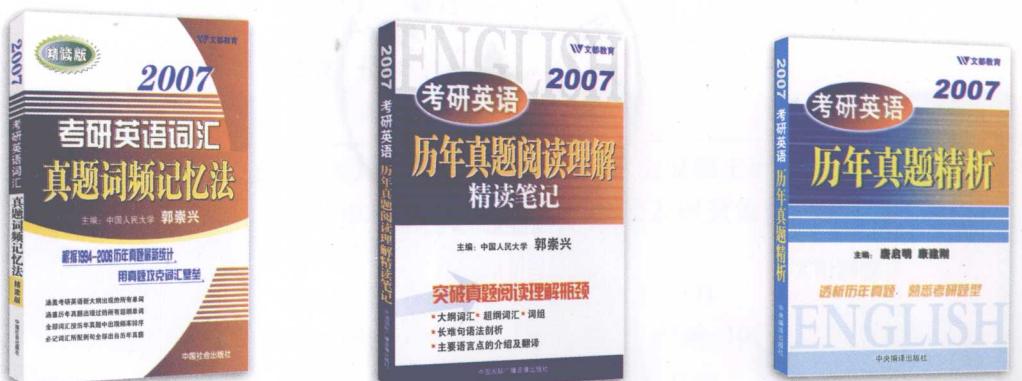
定 价:12.00 元



考研数学畅销图书

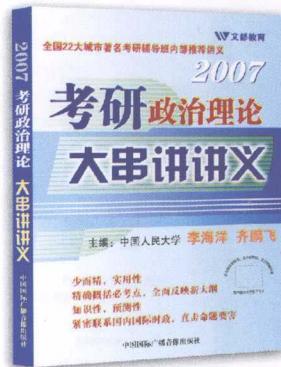
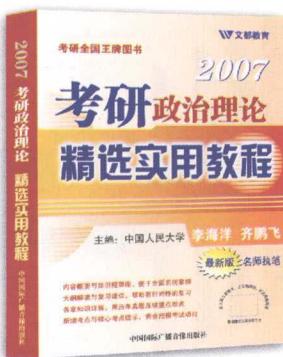


考研英语畅销图书

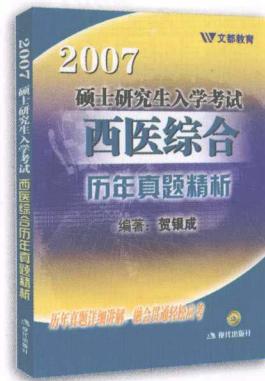
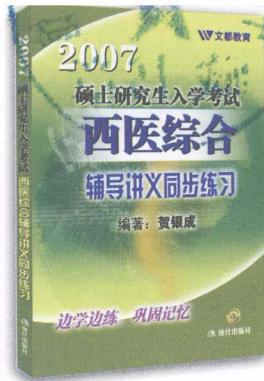
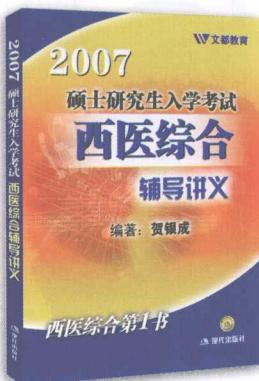




考研政治畅销图书



考研西医综合畅销图书



编写说明

2007年的考研复习即将进入冲刺阶段。对于广大考生来说，最大的愿望是能找到一种既能尽快提高自己熟悉考试题型及掌握特定解法的能力，又有实战感受的方法。

《2007年考研数学全真模拟试卷及精析》即为此而编写。

本全真模拟试卷严格按照《2007年全国硕士研究生入学考试数学考试大纲》的考试要求编写，考点覆盖全面，题型和题量与2007年考研试题完全一致，难度与真题相当。试卷后附有分析及详细解答。

本全真模拟试卷的编者长期从事高校数学教学工作，参加过多种层次的考试命题，并连续多年参与研究生入学数学考试的辅导及阅卷工作；熟悉考试的重难点及考生的知识薄弱点，对命题规律等亦颇有研究。

相信本全真模拟试卷能在有效提高应试技巧和实战能力诸方面给考生以较大的帮助。顺祝广大考生取得理想的考研成绩。

编 者
2006年8月

考研数学试题(2001年——2003年)知识点分布表

数学一

所 属 单 元	考 试 年 份	2001	2002	2003
一元函数 微分学		①函数的单调性,凹凸性 ②导数的定义,洛必达法则 ③拉格朗日中值定理,泰勒公式	①隐函数的二阶导数 ②可导、有界及极限 ③高阶无穷小的概念 ④洛必达法则 ⑤函数的连续性 ⑥导数的定义 ⑦导数的几何意义	①洛必达法则 ②极值的必要充分条件 ③极限的性质 ④切线 ⑤数列的极限,建立数列的递推公式 ⑥反函数的二阶导数 ⑦单调性的判别 ⑧利用单调性证不等式
一元函数 积分学		①不定积分(分部积分)	①广义积分(区间无限) ②变上限的函数的导数	①面积、旋转体的体积 ②定积分的计算
空间解析 几何			①三平面相交于一直线的条件	
多元函数 微分学		①空间曲线的切线 ②多元复合(抽象)函数求导 ③梯度	①二元函数的连续、可微、偏导数连续的关系 ②梯度与方向导数,条件极值	①曲面的切平面 ②二元函数的极值
多元函数 积分学		①散度 ②变换二次积分的次序 ③斯托克斯公式 ④体积、曲面面积	①二重积分的计算 ②与路径无关的积分 ③对坐标轴的曲线积分的计算(与路径无关的积分) ④对面积的曲面积分的计算	①格林公式 ②二重积分的性质及对称性的应用 ③重积分的计算(球坐标、极坐标)
级数		①将函数展开成幂级数并求常数项 ②幂级数的和	①常数项级数的敛散性的判定 ②幂级数求和函数	①傅里叶系数 ②展开函数为幂级数 ③常数项级数求和
微分方程		①二阶常系数线性齐次方程 ②体积、曲面面积建立方程(可分离变量)	①可降阶的高阶方程的特解 ②二阶常系数非齐次方程的特解	①二阶常系数线性非齐次方程的特解
线性代数		①用定义求逆矩阵 ②合同、相似的判定 ③ $AX=0$ 的基础解系 ④线性相关(无关) ⑤矩阵的行列式	①二次型矩阵的标准形 ②非齐次方程组的解的判定 ③非齐次方程组的解 ④线性相关性 ⑤矩阵相似与特征多项式的关系	①基变换,过渡矩阵 ②向量组的线性相关 ③两齐次线性方程组的解与秩的关系 ④特征值及特征向量(伴随矩阵) ⑤非齐次线性方程组有唯一解的问题
概率统计		①切比雪夫不等式 ②相关系数 ③条件概率、二项分布 ④联合分布律 ⑤统计量的分布,无偏性数学期望	①求正态分布的参数 ②相互独立的随机变量的函数的分布 ③连续型随机变量已知密度求概率 ④二项分布数学期望与方差 ⑤参数的矩估计与最大似然估计	①求二维连续型随机变量的概率 ②置信区间 ③统计量的分布(F分布的定义) ④求离散型随机变量的分布律及数学期望 ⑤全概率公式 ⑥求分布函数 ⑦求min的分布函数 ⑧无偏性

考研数学试题(2004年——2006年)知识点分布表

数学一

所属单元 考试内容 年份	2004	2005	2006
一元函数 微分学	①切线方程 ②无穷小的阶 ③导数的定义 ④保号性 ⑤用单调性证不等式 ⑥拉格朗日中值定理 ⑦方程的唯一实根	①渐近线 ②导数的定义 ③原函数、导函数的特性 ④导数的几何应用 ⑤拐点的必要条件 ⑥零点定理 ⑦拉格朗日定理 ⑧数列的极限的求法	①等价无穷小替换 ②罗必达法则 ③极限存在的准则 ④重要极限 ⑤导数的几何应用(单调性, 凸凹性) ⑥微分的几何意义—一元函数 积分学
一元函数 积分学	①不定积分计算 ②变上限的定积分求导 ③广义积分	①积分上限函数的导数 ②定积分的分部积分法	
空间解析 几何			①点到平面的距离
多元函数 微分学	①多元函数无条件极值(隐函数)	①方向导数 ②二重偏导数 ③隐函数的存在定理	①高阶偏导数的求法 ②复合函数求导法 ③二元函数的条件极值
多元函数 积分学	①对坐标的曲线积分的计算 ②高斯公式 ③二次积分 ④计算三重积分(柱面坐标)	①高斯公式 ②二重积分的计算 ③曲线积分与路径无关的条件 ④曲线积分的性质 ⑤三重积分的计算	①二重(次)积分的变换 ②二重积分的计算 ③三重积分的性质 ④投影法求曲面积分 ⑤高斯公式 ⑥格林公式
级数	①常数项级数收敛(抽象级数用比较法)	①幂级数的收敛区间 ②幂级数的和函数	①常数项级数的性质 ②将函数展开成幂级数
微分方程	①欧拉方程 ②导数的物理意义列方程(可分离变量的方程或二阶常系数线性齐次方程)	①一阶线性方程、特解 ②可分离变量的方程	①可分离变量的微分方程 ②可降阶的高阶微分方程
线性代数	①解矩阵方程 ②求矩阵的行列式 ③矩阵的初等变换与初等矩阵 ④向量组的线性相关性 ⑤求齐次线性方程组有非零解的条件及求通解 ⑥矩阵相似于对角矩阵的问题	①行列式的性质及计算 ②矩阵的乘法, 方阵的行列式 ③矩阵的初等变换 ④二次型、矩阵的秩, 标准形 ⑤齐次线性方程组的通解 ⑥向量组的线性相关性 ⑦矩阵的特征值与特征向量	①矩阵的运算 ②方阵的行列式 ③向量组线性相关性的定义 ④矩阵的初等变换和初等矩阵 ⑤线性方程组解的性质及通解(非齐次) ⑥特征值、特征向量的定义 ⑦向量组的正交规范化 ⑧矩阵秩的定义 ⑨矩阵对角化
概率统计	①指数分布的数字特征及求概率的问题 ②标准正态分布的上 α 分位点及概率的求法 ③方差、斜方差的性质 ④二维(离散型)随机变量的分布及相关系数 ρ ⑤矩估计、最大似然估计	①条件概率 ②随机变量的独立性 ③统计量分布 ④二维随机变量的边缘密度 ⑤二维随机变量函数的分布 ⑥随机变量的方差的计算 ⑦随机变量的协方差的计算	①事件的关系 条件概率 加法公式 ②独立性 ③均匀分布求概率 ④正态分布标准化及概率 ⑤随机变量的函数的分布 ⑥二维随机变量的概率求法 ⑦最大似然估计

2007 年文都考研精品图书邮购目录

序号	书名	开本	定价	作者	出版时间	出版社
考研英语						
1	《考研英语词汇真题词频记忆法》	16	38/15	郭崇兴	已出版	国际广播
2	《考研英语历年真题阅读理解精读笔记》	16	35	郭崇兴	已出版	国际广播
3	《考研英语必记词组一本通》	32	12	郭崇兴	已出版	国际广播
4	《考研英语看阅读背单词》	16	29	康建刚	已出版	中央编译
5	《考研英语历年真题精析》	16	27	唐启明	已出版	中央编译
6	《考研英语阅读 80 篇经典》	16	20	王建华	已出版	新华
7	《决胜考研英语作文》	32	15	郭崇兴	2006-9	国际广播
8	《考研英语命题预测试卷八套》	16	12	郭崇兴	2006-10	国际广播
考研数学						
9	《考研数学复习大全》(理工类) / (经济类)	16	46/38	蔡子华	已出版	现代
10	《考研数学必做客观题 1500 题精析》	16	30	蔡子华	已出版	现代
11	《考研数学必做主观题 500 题精析》	16	30	蔡子华	已出版	新华
12	《考研数学必备手册》	64	5	蔡子华	已出版	新华
13	《考研数学历年真题精析》(数学一~数学四)	16	66 (全套)	蔡子华	已出版	现代
14	《考研数学全真模拟试卷及精析》(数学一~数学四)	16	12 (单册)	蔡子华	2006-8	国际广播
15	《考研数学考前 10 天三套题》(数学一~数学四)	16	24 (全套)	蔡子华	2006-11	国际广播
16	《考研数学秘决》	16	18	叶盛标	已出版	国际广播
考研政治						
17	《考研政治早知道核心知识精粹及典型真题》	32	10	李海洋齐鹏飞	已出版	国际广播
18	《考研政治历年真题精析》	16	16.8	李海洋齐鹏飞	已出版	现代
19	《考研政治理论精选实用教程》	16	42	李海洋齐鹏飞	已出版	国际广播
20	《考研政治同步训练 1600 题》	16	29	李海洋齐鹏飞	已出版	国际广播
21	《考研政治必背要点系列》(共四册)	64	24 (全套)	李海洋齐鹏飞	已出版	国际广播
22	《考研政治形势与政策》	32	12	齐鹏飞	2006-9	现代
23	《考研政治大串讲讲义》	16	18	李海洋齐鹏飞	2006-10	国际广播
24	《考研政治命题预测试卷八套》	16	12	李海洋齐鹏飞	2006-10	现代
25	《考研政治考前必做题系列之：考前 10 天重点 20 题》	16	8	文都考研	2006-11	国际广播
26	《考研政治考前必做题系列之：考前 10 天三套题》	16	8	文都考研	2006-11	国际广播
考研西医综合						
27	《考研西医综合辅导讲义》	16	56	贺银成	已出版	现代
28	《考研西医综合辅导讲义同步练习》	16	35	贺银成	已出版	国际广播
29	《考研西医综合历年真题精析》	16	32	贺银成	已出版	现代
30	《考研西医综合全真模拟试卷及精析》	16	15	贺银成	2006-8	现代
31	《考研西医综合考前预测试卷及精析》	16	15	贺银成	2006-10	现代

序号	书名	开本	定价	作者	出版时间	出版社
大学数学学习与考研备考指导系列						
32	《高等数学过关与提高》	16	24	黄先开曹显兵	2006-8	国际广播
33	《微积分过关与提高》	16	22	黄先开曹显兵	2006-8	国际广播
34	《线性代数过关与提高》	16	22	黄先开曹显兵	2006-8	国际广播
35	《概率论与数理统计过关与提高》	16	22	黄先开曹显兵	2006-8	国际广播

网址: www.wendu.com www.51testbook.com **咨询电话:** 010—88820093 转 828, 829, 830 (传真)

邮购地址: 北京市海淀区中关村南大街 48 号九龙商务中心 B 座 330 室 **邮编:** 100081

邮购电话: 010—62196759

读者意见反馈表

尊敬的读者：

非常感谢您选择了考研辅导名师蔡子华教授编著的 2007 年考研数学辅导系列丛书。我们的宗旨是出版精品考研辅导用书，最大限度地满足读者的需要，提高读者的应试能力。

希望您在阅读完所购图书后，认真填写《读者意见反馈表》并邮寄给我们，把您的宝贵意见和建议告诉我们，以便我们不断提高图书质量，更好地服务读者。

为了感谢广大读者的鼎力支持，我们将从参与者中挑选出提出建设性意见的参与者，派送“文都网校赠卡”，面值 30 元，凭此卡可免费享用相应网校课程，免费享受专家在线答疑、在线测试、优惠网上购书、免费浏览历年试题及模拟试卷等。

个人信息

姓名： 专业： 毕业时间：
地址： 邮编：
电话： E-mail：

购书信息

书名： 购书时间：
您获知本书的渠道： 书店推荐 书店宣传 媒体宣传
 他人推荐 网络宣传 其他 _____
购书地点： 培训机构 个体书店 新华书店 其他 _____
本书吸引您的因素： 体例 内容质量 名师推荐 其他 _____

您在选购图书时，主要考虑哪些因素？

品牌 定价 作者 纸张质量
 开本 厚度 封面上的文字介绍 封面设计
 查看前言、目录 版式设计 其他因素

您对本书的评价

1、内容： 符合考试要求，内容优秀 一般 差
2、封面设计： 很有创意 比较吸引人 一般 不起眼
3、版式设计： 很有创意 符合考试特点 一般 死板
4、装订、印刷质量： 很好 较好 一般 差

您的意见及建议

再次感谢您的参与！祝您顺利通过 2007 年全国硕士研究生入学考试，实现您的梦想。

特别提示：正确的电话联系方式是我们与您及时交流的关键。

请将《读者意见反馈表》寄至：

北京市西三环北路 72 号世纪经贸大厦 B 座 2001

北京文都时代文化传播有限公司编辑部 邮编：100037

网址：www.wendu.com www.51testbook.com

目 录

数学一	全真模拟试卷(一)	(1)
数学一	全真模拟试卷(二)	(8)
数学一	全真模拟试卷(三)	(15)
数学一	全真模拟试卷(四)	(22)
数学一	全真模拟试卷(五)	(29)
数学一	全真模拟试卷(六)	(36)
数学一	全真模拟试卷(七)	(43)
数学一	全真模拟试卷(八)	(50)
数学一	全真模拟试卷(九)	(57)
数学一	全真模拟试卷(十)	(64)
数学一	全真模拟试卷(一) 精析	(71)
数学一	全真模拟试卷(二) 精析	(79)
数学一	全真模拟试卷(三) 精析	(86)
数学一	全真模拟试卷(四) 精析	(94)
数学一	全真模拟试卷(五) 精析	(102)
数学一	全真模拟试卷(六) 精析	(110)
数学一	全真模拟试卷(七) 精析	(118)
数学一	全真模拟试卷(八) 精析	(125)
数学一	全真模拟试卷(九) 精析	(132)
数学一	全真模拟试卷(十) 精析	(139)

2007 年全国硕士研究生入学考试

数学(一) 全真模拟试卷(一)

试卷密号：

试卷密号：

此密号考生不得填写

考试科目 数学(一)

题号	得分	评卷人
一		
二		
三	(17)	
	(18)	
	(19)	
	(20)	
	(21)	
	(22)	
	(23)	
	(24)	
总分		

注意：此半页考生不得填写

准考证编号 _____
考试科目 _____
报考学科、专业 _____
报考研究方向 _____
报考单位 _____

注意事项

1. 以上各项除试卷密号之外必须填写清楚。
2. 答案必须写准确、清晰、必须写在试卷上。
3. 字迹要清楚、卷面要整洁。
4. 草稿纸另发，考试结束，统一收回。

数学一 全真模拟试卷(一)

得分	评卷人

一、选择题：1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内。

- (1) 在区间 $(-l, l)$ 上函数 $f(x)$ 的傅立叶系数是 a_0, a_n, b_n ，函数 $g(x)$ 的傅立叶系数是 $\alpha_0, \alpha_n, \beta_n$ ，其中 $n = 1, 2, \dots$ ，若 $f(-x) = -g(x)$ ，则 ()。
- (A) $a_0 = \alpha_0, a_n = \alpha_n, b_n = \beta_n$ (B) $a_0 = -\alpha_0, a_n = -\alpha_n, b_n = \beta_n$
 (C) $a_0 = -\alpha_0, a_n = -\alpha_n, b_n = -\beta_n$ (D) $a_0 = \alpha_0, a_n = \alpha_n, b_n = -\beta_n$
- (2) 下列说法中正确的是 ()。
- (A) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导，则当 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$ 时必有 $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = \infty$
 (B) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导，则当 $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = \infty$ 时必有 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$
 (C) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导，则当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ 时必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \infty$
 (D) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导，则当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \infty$ 时必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$
- (3) 向量 $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ 为其方向余弦，则 ()。
- (A) $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 1$ (B) $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$
 (C) $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$ (D) $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 0$
- (4) 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x|y|}{\sqrt{x^2 + y^2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 则 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ ()。
- (A) 不连续 (B) 连续, 但偏导数不存在
 (C) 连续且偏导数存在, 但不可微 (D) 可微
- (5) 曲线积分 $I = \int_C \frac{y^2}{\sqrt{R^2 + x^2}} dx + [x^3 + 2y \ln(x + \sqrt{R^2 + x^2})] dy$ ，其中 C 为 $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ 上从点 $A(R, 0)$ 到点 $B(-R, 0)$ 的一段弧，则 $I =$ ()。
- (A) $\frac{3}{8}\pi R^4$ (B) $\frac{1}{4}\pi R^4$ (C) $\frac{1}{8}\pi R^4$ (D) $\frac{1}{2}\pi R^4$
- (6) 下列函数在 $x = 0$ 点可导的是 ()。
- (A) $f(x) = \sin|x|$ (B) $f(x) = e^{|x|}$
 (C) $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ (D) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
- (7) A 为四阶方阵，方程组 $AX = \mathbf{0}$ 的通解为 $X = k_1(1, 0, 1, 0)^T + k_2(0, 0, 0, 1)^T$ ， A 的伴随矩阵为 A^* ，则秩 $(A^*)^* =$ ()。
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- (8) 已知二次型 $X^T AX$ 通过正交变换 $X = PY$ 化为 $Y^T BY$ ，则 ① $A \sim B$ ，② $A \simeq B$ ，③ A 与 B

等价, ④ $|A| = |B| = 0$ 关系中成立的有()。

- (A) ①③④ (B) ①②③ (C) ②③④ (D) ①②④

(9) 设随机变量 $X_1 \sim N(0,1)$, $X_2 \sim B(2, \frac{1}{2})$, X_3 服从于参数为 $\lambda = 1$ 的指数分布,

设 $A = \begin{bmatrix} E(X_1) & D(X_1) & E(X_1^2) \\ E(X_2) & D(X_2) & E(X_2^2) \\ E(X_3) & D(X_3) & E(X_3^2) \end{bmatrix}$, 则矩阵 A 一定是()。

- (A) 可逆矩阵 (B) 不可逆矩阵
(C) 对称矩阵 (D) 反对称矩阵

(10) 已知随机变量 X, Y , 且 $P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{3}{7}$, $P\{x \geq 0\} = P\{y \geq 0\} = \frac{4}{7}$, 则

$P\{\max(X, Y) \geq 0\} = ()$.

- (A) $\frac{16}{49}$ (B) $\frac{6}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{2}{7}$

得分	评卷人

二、填空题: 11~16 小题, 每小题 4 分, 共 24 分。把答案填在题中的横线上。

(11) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 2x + 1} - x}{x} = -2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

(12) 设 $f(x, y) = x^2 \iint_{\Sigma} f(x, y) ds + x$, 其中 Σ 为 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, 则 $f(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(13) 微分方程 $y' = \cos(x - y)$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(14) 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(2x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \frac{x+1}{x-1}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(15) 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则矩阵 A^* 必有特征值 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(16) 甲袋中有 4 个红球 2 个白球, 乙袋中有 2 个红球。设从袋中取球时各球被取到的可能性相等。今从甲袋中任取一球放入乙袋中, 再从乙袋中任取一球, 则从乙袋中取到的球是白球的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 17~24 小题, 共 86 分。解答应写文字说明、证明过程或演算步骤。

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $f(x+y, y+z) = 0$ 所确定, 求 dz 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

得分	评卷人

(18)(本题满分 10 分)

求中心在原点的椭圆 $x^2 + 4xy + 5y^2 = 1$ 的面积.

得分	评卷人

(19)(本题满分 11 分)

设 n, k 为正整数, 且 $1 \leq k \leq n$.

$$\text{证明: } \frac{2}{\pi} \ln(1 + \frac{k-1}{n}\pi) \leq \int_{\frac{k-1}{n}\pi}^{\frac{k}{n}\pi} |\sin nx| \ln(1+x) dx \leq \frac{2}{\pi} \ln(1 + \frac{k}{n}\pi).$$

并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\pi |\sin nx| \ln(1+x) dx$.