

RESERVOIR GEOPHYSICS

储层地球物理学

牟永光 著



石油工业出版社

储层地球物理学

牟永光 著

石油工业出版社

内 容 提 要

储层地球物理学是90年代发展起来的一门新兴学科。它主要研究地震波在油气储层中的传播规律及其它地球物理场在储层中的分布规律。根据这些规律,可对油气储层进行预测和静态描述,并可对油气开采进行动态监测,制定合理的开发方案。

该书是作者自80年代中期以来从事储层地球物理学的基础理论研究和相关国家重点科研项目研究及教学成果的总结。作者将储层地球物理学建立在双相介质和各向异性的理论基础上,解决了储层参数的确定问题。书中,作者建立了储层地球物理模型,讨论了双相介质中弹性波问题的数值解及波场模拟,以及双相介质分界面上的反射与透射问题。书中还讨论了如何充分利用人工智能、小波变换等方法来获取储层地球物理学所需的高质量的地震资料,提出了反演并确定储层参数的方法。

本书可供应用地球物理学科的专业技术人员及大专院校师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

储层地球物理学/牟永光著.

北京:石油工业出版社.1996.8

ISBN 7-5021-1781-4

I. 储…

II. 牟…

III. 储集层-地球物理学

IV. P618.130.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 12013 号

石油工业出版社出版

(100011 北京安定门外安华里二区一号楼)

石油工业出版社印刷厂排版印刷

新华书店北京发行所发行

*

787×1092毫米 16开本 6 $\frac{1}{2}$ 印张 115千字 印1—1500

1996年8月北京第1版 1996年8月北京第1次印刷

ISBN 7-5021-1781-4/TE·1505

定价:20.00元

前 言

油气储层是石油和天然气勘探学家的勘探目标,也是石油和天然气地球物理勘探学家研究的对象。储层地球物理学是 90 年代发展起来的一门新兴学科,虽然只有短短几年的时间,它已经在砂岩储层地震勘探和碳酸盐岩储层地震勘探方面取得了令人瞩目的成就。

但是,储层地球物理学作为一门新兴学科,它还缺乏稳固的理论基础。目前,人们在研究储层地震学时,仍然沿用声波方程和弹性波方程。例如,研究储层性质时采用 Zoeppritz 方程及其变化形式。这种单相介质波动方程显然是与油气储层既含有固体岩石组分又含有孔隙或裂隙中流体组分的双相或多相介质不相适应的。因此,需要将储层地球物理学建立在双相介质或多相介质理论上。作者自 80 年代中期以来即着手于储层地球物理学理论基础的研究工作。特别是在“八五”期间,作者承担了中国石油天然气总公司重点科研项目《储层地球物理模型及反演技术研究》和国家自然科学基金委员会、中国科学院、中国石油天然气总公司、大庆石油管理局共同资助的重大项目《陆相砂泥岩薄互层油储地球物理理论与方法研究》中的三级课题,在这些科研项目的研究过程中,作者都将储层地球物理学的理论基础做为重点研究内容,并在指导博士生过程中,加强了有关储层地球物理学的研究。本书是在总结这些研究成果的基础上写成的。王尚旭、魏修成、张金强、吴爱弟、陆文凯、王润秋、李来林、胥帆、韩其玉为本书提供了有关资料,安勇参与了本书的整理工作,在此一并致谢。

储层地球物理学是一门新学科,目前它正处于发展的初期阶段,尚不够完善,热切期望广大读者对本书不当之处提出宝贵意见。

作 者

1996 年 6 月 12 日

目 录

绪言	(1)
第一章 储层地球物理模型	(5)
第一节 储层地球物理模型的建立	(5)
第二节 双相介质中地震波方程	(7)
第二章 双相介质中弹性波问题的有限元数值解及波场模拟	(15)
第一节 双相介质中弹性波有限元运动方程的建立	(15)
第二节 双相介质中地震波传播的特点	(19)
第三章 双相各向异性介质中弹性波问题的有限差分数值解及波场模拟	(25)
第一节 差分方程的建立及求解	(25)
第二节 波场模拟	(27)
第四章 双相介质分界面上的反射与透射问题	(29)
第一节 两种双相介质分界面上的反射与透射问题	(29)
第二节 弹性固体与双相介质分界面上的反射与透射问题	(34)
第五章 二维小波变换在提高地震资料信噪比及分辨率中的应用	(48)
第一节 二维连续小波变换	(48)
第二节 提高信噪比	(49)
第三节 提高分辨率	(51)
第六章 人工智能在提高地震资料信噪比及分辨率中的应用	(54)
第一节 模式识别改进奇异值分解(SVD)滤波	(54)
第二节 神经网络子波反褶积	(59)
第七章 神经网络法测井资料外推	(64)

第一节	神经网络法测井资料外推方法原理	(64)
第二节	神经网络法测井资料外推实际资料处理	(69)
第八章	双相介质地震资料储层参数反演	(74)
第一节	孔隙度反演	(74)
第二节	渗透率反演	(76)
第三节	双相介质地震资料储层参数反演	(77)
第九章	比奥—喷射理论在储层参数确定中的应用	(82)
第一节	比奥—喷射(BISQ)模型	(82)
第二节	比奥—喷射模型在储层参数确定中的应用	(85)
第十章	马尔可夫—贝叶斯方法储层参数确定	(88)
第一节	马尔可夫—贝叶斯方法的理论基础	(89)
第二节	马尔可夫—贝叶斯协方差模型及算法特点	(90)
第三节	马尔可夫—贝叶斯方法预测油层孔隙度的分布	(94)
参考文献		(97)

绪 言

一、石油地球物理勘探的发展

石油地球物理勘探是在 20 世纪初发展起来的一种新的石油和天然气勘探方法。1919 年德国人 Mintrop 提出了地震折射法并获得专利。1924 年,应用此方法在墨西哥湾沿岸寻找与石油有关的盐丘构造^[1]时,在美国得克萨斯州发现了 Orchard 盐丘。20 年代初,Karcher 研制了反射地震仪。在 1927 年之前,应用地震反射法勘探了美国俄克拉何马州的 Maud 油田。此后,由于对石油和天然气资源需求量的急剧增长,因而,地震反射法迅速发展起来。地震反射法经历了初期利用光点照像记录的光点地震勘探阶段,50 年代利用模拟磁带记录的磁带地震勘探阶段,60 年代应用数字磁带地震仪记录和数字计算机进行地震数据处理的数字地震勘探阶段。

在石油和天然气地球物理勘探进入数字化阶段后,由于地球物理勘探方法自身的迅速发展及电子计算机技术的突飞猛进,石油和天然气地球物理勘探的能力和范围发生了巨大的变化。近十几年来,石油和天然气地球物理勘探的发展明显地表现出下述趋势:

(1)从构造勘探向岩性勘探的方向发展。以前的地震反射法勘探主要利用地震波的运动学特征,即利用地震波的旅行时和波速,计算出地层分界面上各点的埋藏深度,从而确定出地层的构造形态,寻找有利于油气储藏的构造圈闭。现在的地震反射法勘探除了利用地震波的运动学特征外,还利用地震波的动力学特征,即利用地震波的振幅、波形、频谱、吸收、衰减等特征来研究地层的岩性,在寻找构造圈闭的同时,还寻找和发现岩性圈闭及直接进行烃类检测。

(2)从一般的地层研究向储层研究的方向发展。以往的地震反射法勘探主要研究沉积区域一般地层的构造特征。随着地震反射法勘探能力和精度的提高,石油地球物理勘探学家越来越将注意力集中于油气储层这个直接勘探目标上来了。石油地球物理勘探学家利用高信噪比、高分辨率、高保真度的反射地震资料研究储层的厚度、空间展布、孔隙度、渗透率和含油气饱和度。

(3)从油气勘探阶段向油气开发阶段发展。与上述两点相关联,石油和天然气地球物理勘探从以往只应用于油气的勘探阶段向油气的开发阶段延伸,对油气储层进行静态描述和油气开采过程中的动态监测,合理地制定开发方案。

二、储层地球物理学(Reservoir Geophysics)

随着石油地球物理勘探向岩性勘探和储层研究的方向发展,储层地球物理学也自然地随之诞生了。1990年在英国召开的第13届国际沉积学大会上,讨论了“储层沉积学和建立地质模型”专题。美国勘探地球物理学家协会(SEG)和欧洲勘探地球物理学家协会(EAEG)也联合召开了储层地球物理专题讨论会。

储层地球物理学是用地球物理学理论和方法(主要是地震和测井方法)进行油气储层研究的一门新学科。其主要内容是研究地震波在油气储层中的传播规律及其它地球物理场在储层中的分布规律。在此基础上,对油气储层进行预测并进一步确定油气储层的空间展布及其储层参数(孔隙度、渗透率、含油气饱和度),对油气储层进行静态描述和油气开采动态监测,合理制定开发方案。

为了达到储层地球物理学的上述目的,必须将地震方法与测井方法紧密结合起来,同时还必须与地质、钻井互相结合,才能实现储层地球物理学的研究目标。由于储层研究是石油和天然气勘探、开发的主要研究课题,可以预见,储层地球物理学必将在石油和天然气工业发展中发挥重要的作用。

三、储层地球物理学的现状

储层地球物理学是90年代发展起来的,虽然只有短短几年的时间,但它已经在砂岩储层地震勘探和碳酸盐岩储层地震勘探等方面取得了令人瞩目的成就。

在砂岩储层地震勘探方面,N. A. Anstey在他的《砂岩油气藏的地震勘探》^[10]一书中详细讨论了下述各类成因砂岩的地震特征及其识别方法:

- (1)大规模厚层砂岩。
- (2)薄层砂岩(①滨海砂岩;②三角洲前缘席状砂岩)。
- (3)不整合圈闭砂岩储层。
- (4)生长断层圈闭砂岩储层。
- (5)河成砂岩体(①冲积扇砂岩;②网状河沉积砂岩;③切割河道砂岩;④曲流河砂岩)。
- (6)三角洲砂岩。
- (7)滨海砂体。
- (8)海底扇与浊积岩。

对上述各类砂岩油气储层还给出了一些勘探实例。

在砂岩储层烃类直接检测方法中,在60年代亮点技术烃类直接检测的基础上,80年代发展了地震波振幅随炮检距变化(AVO)技术^[4]。利用这一技术,在美

墨西哥湾地区直接进行烃类检测,取得了一些成果。

在碳酸盐岩储层地震勘探方面,J. M. Fontaine^[5]等曾研究了碳酸盐岩的地球物理特征,并着重对下述各类碳酸盐岩的地震剖面特征及识别方法进行了研究:

- (1)盆地深海沉积;
- (2)岩屑沉积;
- (3)陆棚沉积;
- (4)礁体。

S. Crampin^[6,7]研究了定向裂缝介质中的横波分裂现象,并探讨了将这种现象应用于碳酸盐岩裂缝性油气储层研究的可能性。

四、储层地球物理学存在的问题

尽管储层地球物理学在砂岩储层和碳酸盐岩储层勘探中取得了一些实际效果,但是,目前储层地球物理学研究还存在着一些亟待解决的重要问题。其中最主要的是:

(1)理论基础薄弱。以前的储层地球物理学的理论是建立在声波理论或弹性波理论基础上的。这种理论只适于研究固体或流体单相介质中地震波传播规律。然而,无论是砂岩储层还是碳酸盐岩储层,都是由固体和流体两部分组成的。砂岩储层是由石英、长石等固体颗粒与孔隙中饱和的油、气或水等流体组成的;碳酸盐岩储层是由石灰岩、白云岩等固体岩石与其裂缝和溶洞中充填的油、气或水等流体组成的。它们都是由固体相和流体相两部分组成的双相(当孔隙和裂缝中,仅含一种流体时)或多相(当孔隙和裂缝中,含有两种以上流体时)介质。地震波在双相或多相介质中传播时,其传播规律有其与单相介质中明显不同的规律。M. A. Biot 于 1956 年发表的两篇文章^[8,9]及其后来一系列的著作奠定了双相介质中地震波的理论基础。这些理论也应该是研究储层的储层地球物理学的理论基础之一。

此外,过去的储层地球物理学的理论是建立在各向同性理论基础上的。但是,大量的研究证明砂岩储层由于砂、泥岩薄互层的沉积使砂岩储层具有明显的各向异性性质,而碳酸盐岩储层当存在定向裂缝的分布时,也具有显著的各向异性性质。因此,各向异性理论也应该成为储层地球物理学的一种理论基础。

(2)储层参数确定问题。以前的储层地球物理学由于其理论基础是建立在单相介质之上,除了利用地震波的速度来确定储层的孔隙度外,利用地震波的动力学特征,难以准确确定储层的孔隙度。更重要的是利用单相介质地震波理论无法直接测定储层的关键参数——渗透率。但是,根据双相介质地震波理论,就可以

利用地震波动力学特征中的振幅衰减来测定储层的渗透率。

(3)储层厚度确定问题。一般砂岩储层的厚度较小,尤其是我国陆相沉积砂岩储层的厚度更小。在确定薄砂岩储层厚度时,由于砂岩储层顶面和底面反射波互相叠加在一起,形成复合波。这时不能利用顶、底面反射波的时间间隔计算砂岩厚度,而只能利用复合波的振幅按不同厚度叠加的规律来确定其厚度。由于以前储层地球物理学的单相介质地震波理论不能给出准确的振幅值,因而不利于砂岩储层厚度的确定。而根据双相介质地震波理论,可能给出准确的振幅值,从而可能较准确地确定薄砂岩储层厚度。

(4)资料处理质量问题。储层地球物理学要求用于储层研究的地震资料应具有较高的质量,具体来说是要具有高信噪比、高分辨率和高保真度。特别是我国陆相沉积储层的沉积环境变化较大,储层非均质性较强、储层参数变化也较大更需要有高质量的地震资料,才能可靠地确定储层的厚度、空间展布和储层的孔隙度、渗透率和含油气饱和度等储层参数。

第一章 储层地球物理模型

本章主要研究油气储层地球物理模型的建立及油气储层中地震波传播理论。研究了流体饱和孔隙介质中地震波的传播方程,包括 Biot(1956)建立的双相各向同性介质中弹性波方程和双相各向异性介质中弹性波方程,提出了双相各向同性介质中弹性波方程的有限元解法和双相各向异性介质中弹性波方程的有限差分解法,建立了相应的地震正演模拟方法。

第一节 储层地球物理模型的建立

为了对油气储层进行地球物理的理论研究,我们必须首先建立储层地球物理模型。储层地球物理模型是建立在储层地质模型的基础上的。根据储层的地质模型,建立起储层的物理模型,再由储层的物理模型建立储层的数学物理模型,得到最后的储层地球物理模型。对所建立的储层地球物理模型求解,即可得到在油气储层中地震波的传播规律等地球物理结果。

油气储层的地质模型主要可分为砂岩储层模型和碳酸盐岩储层模型两类模型^[10]。砂岩储层是由石英和长石或岩屑颗粒组成储层岩石骨架,在岩石颗粒之间的孔隙中充填有油、气或水,因而砂岩储层是由岩石颗粒的固体相介质与孔隙中充填的流体相介质组成的。如果孔隙中充填的只有一种流体,则该储层为双相介质(图 1-1)。

碳酸盐岩储层是由石灰岩、白云岩、泥灰岩或礁灰岩与充填在岩石裂缝和孔洞中的油、气或水组成的,因而它也是由岩石的固体相介质与缝洞中充填的流体相介质组成的。如果缝洞中充填的只有一种流体,则它也是一种双相介质(图 1-2)。

其它沉积岩如页岩、泥岩及火成岩、变质岩受构造作用产生裂缝或溶蚀作用形成孔洞也可成为储集岩。它们的地球物理模型与碳酸盐岩相类似。

在砂岩储层的双相介质中,如果岩石颗粒排列与孔隙结构沿各方向都是相同的,则该储层为双相各向同性介质。

在砂岩储层的双相介质中,如果岩石颗粒排列与孔隙结构具有方向性,沿各方向表现出不同的性质,则该储层为双相各向异性介质。

在砂岩储层的双相介质中,如果它是由一些薄互层组成的,则该储层将表现

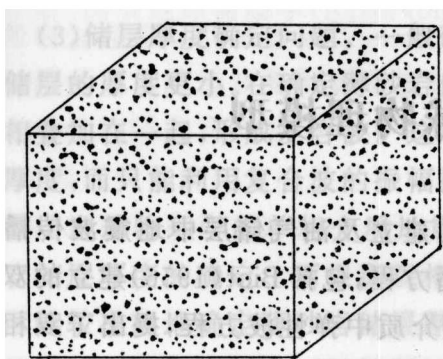


图 1-1 砂岩储层模型

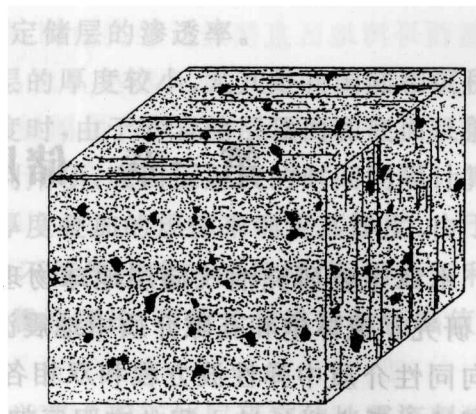


图 1-2 碳酸盐岩储层模型

出各向异性的性质,它在横向上表现出各向同性的性质,该储层称为双相周期性薄层介质,即双相 PTL 介质(图 1-3)。

在碳酸盐岩储层的双相介质中,由于裂缝排列具有方向性,则该储层将表现出明显的各向异性性质,称为双相 EDA 介质(图 1-4)。

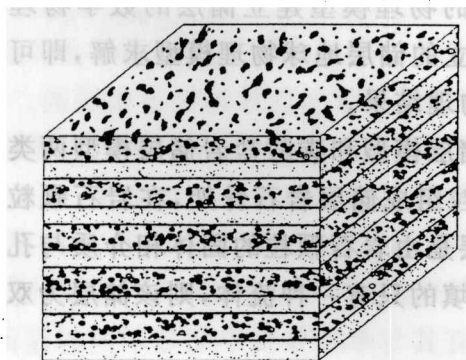


图 1-3 双相 PTL 介质模型

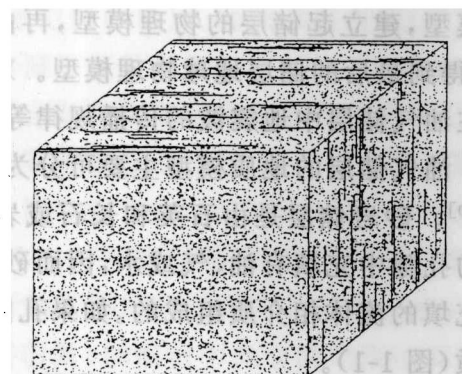


图 1-4 双相 EDA 介质模型

在上述双相各向同性介质模型、双相 PTL 介质模型和双相 EDA 介质模型的基础上建立了相应的弹性波方程式。

在更为一般的情况下,薄互层组成的砂岩储层具有定向裂缝,孔隙和裂缝充填某一种流体,则该储层构成双相 PTL+EDA 介质(图 1-5)。

关于上述各类油气储层模型——双相各向同性介质模型、双相 PTL 介质模型、双相 EDA 介质模型及双相 PTL+EDA 介质模型地震波(弹性波)的传播方程将在下节中给出。

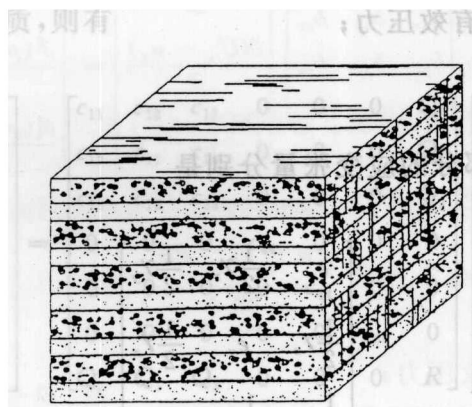


图 1-5 双相 PTL+EDA 介质模型

第二节 双相介质中地震波方程

在本节中,我们研究流体饱和孔隙介质中地震波的传播规律,包括地震波在双相各向同性介质、双相 PTL 介质、双相 EDA 介质和双相 PTL+EDA 介质中的传播方程及其传播规律。

地震波在固相与气相或固相与液相组成的岩石双相系统中传播时,有其特殊规律。描述其性态要考虑岩石系统内流体与固体之间的相互作用,更深入的研究还要考虑它们之间的物理、化学作用以及它们在高温高压环境下的相互作用。

一、双相各向异性介质中的广义虎克定律

在由固体与流体组成的双相介质中,固体相与流体相部分的应力张量分别是

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_x & \tau_y \\ \tau_x & \sigma_y & \tau_z \\ \tau_y & \tau_z & \sigma_z \end{bmatrix}$$

和

$$\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix}$$

$$s = -\phi P$$

式中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ——固体相的正应力;

τ_x, τ_y, τ_z ——固体相的切应力；

s ——流体相的有效压力；

P ——流体压力；

φ ——孔隙度。

固体相与流体相部分的应变张量分别是

$$\begin{bmatrix} e_x & \frac{1}{2}\gamma_x & \frac{1}{2}\gamma_y \\ \frac{1}{2}\gamma_x & e_y & \frac{1}{2}\gamma_z \\ \frac{1}{2}\gamma_y & \frac{1}{2}\gamma_z & e_z \end{bmatrix}$$

和

$$\begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{bmatrix}$$

式中 e_x, e_y, e_z ——固体相的正应变；

$\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ ——固体相的切应变；

ε ——流体相的体积应变。

设双相介质中应力与应变之间具有线性关系，用广义虎克定律表示为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} & Q_1 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} & Q_2 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} & Q_3 \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} & Q_4 \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} & Q_5 \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} & Q_6 \\ Q_1 & Q_2 & Q_3 & Q_4 & Q_5 & Q_6 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

对于双相各向同性介质，上式简化为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 & Q \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 & Q \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 & Q \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ Q & Q & Q & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

• 其中 $c_{12}=c_{11}-2c_{44}$ ，在双相各向同性介质中，只有四个独立的弹性常数。

对于双相 PTL 介质，则有

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & Q_1 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & Q_1 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 & Q_3 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 \\ Q_1 & Q_1 & Q_3 & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

其中 $c_{12}=c_{11}-2c_{66}$ ，在双相 PTL 介质中，有八个独立的弹性常数。

对于双相 EDA 介质，y 轴为对称主轴，则有

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & Q_1 \\ c_{12} & c_{22} & c_{12} & 0 & 0 & 0 & Q_2 \\ c_{13} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 & Q_1 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ Q_1 & Q_2 & Q_1 & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

其中 $c_{13}=c_{11}-2c_{55}$ ，在双相 EDA 介质中，也有八个独立的弹性常数。

对于双相 PTL+EDA 介质，对称轴与坐标轴重合，则有

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & Q_1 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 & Q_2 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 & Q_3 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 \\ Q_1 & Q_2 & Q_3 & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

这种双相 PTL+EDA 介质共有十三个独立的弹性常数。

二、双相各向异性弹性介质中的广义达西定律

对于双相各向异性介质，当孔隙流体相对于固体骨架而流动时，这种流动满足广义达西定律

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} + \rho_2 F_x \\ \frac{\partial}{\partial y} + \rho_2 F_y \\ \frac{\partial}{\partial z} + \rho_2 F_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{xx} & b_{xy} & b_{xz} \\ b_{yx} & b_{yy} & b_{yz} \\ b_{zx} & b_{zy} & b_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial(U_x - u_x)}{\partial t} \\ \frac{\partial(U_y - u_y)}{\partial t} \\ \frac{\partial(U_z - u_z)}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\rho_{12}u_x + \rho_{22}U_x)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial(\rho_{12}u_y + \rho_{22}U_y)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial(\rho_{12}u_z + \rho_{22}U_z)}{\partial t^2} \end{bmatrix}$$

$$\rho_2 = \rho_f \varphi$$

$$\rho_{22} = \rho_2 - \rho_{12}$$

$$b_{ij} = \frac{\eta \varphi^2}{k_{ij}}$$

式中 s ——流体的有效压力；

ρ_2 ——单位体积双相介质中流体的质量密度；

ρ_f ——流体密度；

φ ——孔隙度；

ρ_{12} ——双相介质中固体与流体间的耦合质量；

F_x, F_y, F_z ——单位体积单元上所受外力的分量；

b_{ij} ——与各方向渗透率有关的二阶对称张量，耗散系数；

k_{ij} ——各方向的渗透率；

η ——流体的粘滞系数；

u_x, u_y, u_z ——固体位移分量；

U_x, U_y, U_z ——流体位移分量。

对于双相 PTL 介质，有

$$b_{ij} = \begin{cases} b_{11} & i = j = 1, i = j = 2 \\ b_{33} & i = j = 3 \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

这时，广义达西定律变为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} + \rho_2 F_x - b_{11} \frac{\partial(U_x - u_x)}{\partial t} &= \frac{\partial(\rho_{12}u_x + \rho_{22}U_x)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial}{\partial y} + \rho_2 F_y - b_{11} \frac{\partial(U_y - u_y)}{\partial t} &= \frac{\partial(\rho_{12}u_y + \rho_{22}U_y)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial}{\partial z} + \rho_2 F_z - b_{33} \frac{\partial(U_z - u_z)}{\partial t} &= \frac{\partial(\rho_{12}u_z + \rho_{22}U_z)}{\partial t^2} \end{aligned}$$

对于双相 EDA 介质，对称主轴沿 y 轴方向，则

则有：

$$b_{ij} = \begin{cases} b_{11} & i = j = 1, i = j = 3 \\ b_{22} & i = j = 2 \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

这时,广义达西定律为

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} + \rho_2 F_x - b_{11} \frac{\partial(U_x - u_x)}{\partial x} &= \frac{\mathcal{F}(\rho_{12}u_x + \rho_{22}U_x)}{\alpha^2} \\ \frac{\partial}{\partial y} + \rho_2 F_y - b_{22} \frac{\partial(U_y - u_y)}{\partial x} &= \frac{\mathcal{F}(\rho_{12}u_y + \rho_{22}U_y)}{\alpha^2} \\ \frac{\partial}{\partial z} + \rho_2 F_z - b_{33} \frac{\partial(U_z - u_z)}{\partial x} &= \frac{\mathcal{F}(\rho_{12}u_z + \rho_{22}U_z)}{\alpha^2}\end{aligned}$$

对于双相 PTL+EDA 介质,则

$$b_{ij} = \begin{cases} b_{11} & i = j = 1 \\ b_{22} & i = j = 2 \\ b_{33} & i = j = 3 \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

这时的广义达西定律变为

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} + \rho_2 F_x - b_{11} \frac{\partial(U_x - u_x)}{\partial x} &= \frac{\mathcal{F}(\rho_{12}u_x + \rho_{22}U_x)}{\alpha^2} \\ \frac{\partial}{\partial y} + \rho_2 F_y - b_{22} \frac{\partial(U_y - u_y)}{\partial x} &= \frac{\mathcal{F}(\rho_{12}u_y + \rho_{22}U_y)}{\alpha^2} \\ \frac{\partial}{\partial z} + \rho_2 F_z - b_{33} \frac{\partial(U_z - u_z)}{\partial x} &= \frac{\mathcal{F}(\rho_{12}u_z + \rho_{22}U_z)}{\alpha^2}\end{aligned}$$

三、双相各向异性介质中的弹性波

当粘滞系数 $\eta \neq 0$ 时,只要孔隙中的流体相对于固体骨架存在位移,就会产生耗散。根据双相各向异性介质的广义虎克定律和广义达西定律,可得到双相各向异性(包括双相各向同性)介质中的弹性波方程

$$\begin{aligned}\sum_{k,p,q=1}^3 \frac{\mathcal{F}(c_{ikpq}u_q)}{\alpha x_i \alpha x_p} + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial(Q_{ik}\epsilon)}{\partial x_k} &= \frac{\mathcal{F}(\rho_{11}u_i + \rho_{12}U_i)}{\alpha^2} - \sum_{k=1}^3 b_{ik} \frac{\partial(U_k - u_k)}{\partial x} \\ \sum_{p,q=1}^3 \frac{\mathcal{F}Q_{pq}u_q}{\alpha x_i \alpha x_p} + \frac{\partial(R\epsilon)}{\partial x_i} &= \frac{\mathcal{F}(\rho_{12}u_i + \rho_{22}U_i)}{\alpha^2} + \sum_{k=1}^3 b_{ik} \frac{\partial(U_k - u_k)}{\partial x} \\ (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$