教育部职业教育与成人教育司推荐教材

高等数学 微积分初步

GAODENGSHUXUE

同步练习册

主编 张波

中国财政经济出版社

教育部职业教育与成人教育司推荐教材辅导丛书

高等数学

（微积分初步）
同步练习册

主编　张波

中国财政经济出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学（微积分初步）同步练习册/张波主编. —北京：中国财政经济出版社，2007.11
（教育部职业教育与成人教育司推荐教材辅导丛书）
ISBN 978-7-5005-8684-5

Ⅰ.高…　Ⅱ.张…　Ⅲ.微积分-高等学校：技术学校-习题　Ⅳ.O172-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2005）第122258号

中国财政经济出版社 出版

URL：http：//www.cfeph.cn

E-mail：jiaoyu@cfeph.cn

社址：北京市海淀区阜成路甲28号　邮政编码：100036

发行电话：88190616　88190655（传真）

北京金华印刷有限公司印刷

787×1092毫米　16开　5.75印张　123 000字

2007年11月第1版　2007年11月北京第1次印刷

定价：8.00元

ISBN 978-7-5005-8684-5/O·0048

（图书出现印装问题，本社负责调换）

前　言

本书是与教育部职业教育与成人教育司推荐教材《高等数学（微积分初步）》配套的同步练习册。

本练习册紧扣教材内容，着眼于强化基础知识的理解和掌握。通过练习使学生进一步理解基本概念，掌握常用的数学方法，提高解题的基本技能，培养学生应用知识的能力。

本练习册对原教材中必学内容的每一节配备了一定量的基础训练题（其中加*号的为选作题），每一章配备了综合测试题。考虑到部分学生的需要，适当地补充了部分“专升本”的内容——知识拓展和相应的练习题。本书未配备相应的答案或提示，旨在培养学生独立思考问题和解决问题的能力。

本练习册由张波主编，参加编写的人员有：夏成生（第三、四章），毛大会（第二章），张波（第一、五、六章）。

限于编者的水平和时间，不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

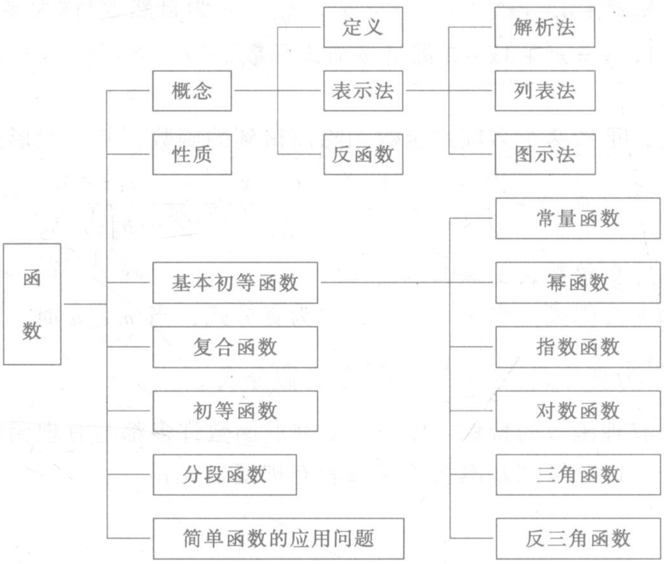
2005 年 7 月

目　录

第一章

函　　数

知识网络



知识拓展

1. 库存问题

例　某厂生产某种产品，年产量为 a 件，分若干批生产，每批的生产准备费为 b 元，

设产品均匀投入市场，即年库存量是生产批量（即每批生产的数量）的一半，每件产品的年保管费为 c 元，试建立该产品每年所用生产准备费与库存费之和与批量之间的函数关系．

分析：工厂的生产一般是按年计划分批进行的，如果批量大则库存费多，而生产准备费少；如果批量小则库存费少，而生产准备费多．可见批量的大小直接影响库存费和生产准备费．

解：设批量为 x 件，生产准备费与库存费之和为 y 元，则每年生产的批数为 $\frac{a}{x}$，生产准备费为 $b\cdot\frac{a}{x}$；

库存量为 $\frac{x}{2}$，库存费为 $c\cdot\frac{x}{2}$

故所求函数 $y=\frac{ab}{x}+\frac{c}{2}x$

∵ 批量 x 及批数 $\frac{a}{x}$ 都应为正整数，所以此函数的定义域为 $(0,\ a]$ 中 a 的正整数因子．

2. 有理函数

(1) 多项式函数

函数 $P_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ （n 为自然数）称为多项式函数．

例如 $y=2x+1$，$y=x^2+3x-2$ 都是多项式函数．

(2) 有理函数

所谓有理函数，是指两个多项式函数相除而得到的函数，其一般形式为

$$f(x)=\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}=\frac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots a_1x+a_0}{b_mx^m+b_{m-1}x^{m-1}+\cdots b_1x+b_0}$$

其中 m，n 为非负整数，$a_n\neq0$，$b_n\neq0$.

设分子、分母无公因式，当 $m>n$ 时，称为真分式；当 $m\leqslant n$ 时，称为假分式．

例如 $y=\frac{2x+1}{1-x^2}$ 为真分式；$\frac{x-1}{x+2}$、$\frac{1+2x^2}{x-2}$ 为假分式．

多项式函数是有理函数的特例．以后所研究的函数许多都与有理函数有关．例如本章所学习的复合函数，可以分解到基本初等函数和有理函数为止．

基础训练 1－1

一、单选题

(　　) 1. 下列各组函数为同一函数的是

A. $f(x)=\sqrt{x^2}$ 与 $g(x)=(\sqrt{x})^2$　　B. $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$ 与 $g(x)=x-1$

C. $f(x)=1$ 与 $g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$　　　　D. $f(x)=\lg x^2$ 与 $g(x)=2\lg x$

(　　) 2. 函数 $y=\sqrt{5-x}+\lg(x-1)$的定义域是

A. $(0,5]$　　　　B. $(1,5]$

C. $(1,5)$　　　　D. $(1,+\infty)$

(　　) 3. 设函数 $f(x)$的定义域为$[0,1]$,则 $f(2x-1)$的定义域是

A. $\left[\frac{1}{2},1\right]$　　　　B. $[0,1]$

C. $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$　　　　D. $\left[-\frac{1}{2},1\right]$

(　　) 4. 若函数 $f(x)=\frac{1-2x}{1+x}$的图像与函数 $g(x)$的图像关于直线 $y=x$ 对称,则 $g(x)$ 的表达式为

A. $\frac{1+x}{x-2}$　　　　B. $\frac{1+2x}{x-2}$

C. $\frac{1-x}{x+2}$　　　　D. $\frac{1-2x}{x+2}$

二、填空题

1. 设 $f\left(\frac{1}{x}\right)=x+\frac{1}{x^2}$,则 $f(x)=$____________.

2. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2+2 & -2<x\leqslant 1,\\ 5-x & 1<x\leqslant 2.\end{cases}$ 则 $D(f)=$____________.

$f(-1)=$____________;$f\left(\frac{3}{2}\right)=$____________.

3. $y=\frac{1}{x+2}+\sqrt{4-x^2}$的定义域为____________.

4. 函数 $y=2^x+1$ 的反函数是____________.

三、解答题

1. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\frac{1}{1-x^2}$;　　　　(2) $y=\sqrt{3x+2}$;

(3) $y=\sqrt{16-x^2}$;　　　　(4) $y=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$;

(5) $y=\frac{2x}{x^2-4x+3}$；　　(6) $y=\frac{1}{\ln(x+1)}$；

(7) $y=\frac{1}{9-x^2}+\sqrt{x-1}$；　　*(8) $y=\sqrt{x^2-x-6}+\arcsin\frac{2x-1}{7}$.

2. 设函数 $f(x)=x^2-1$,求 $f(0),f(-1),f(x+1),f(x)+1,f\left(\frac{1}{x}\right)$.

基础训练 1－2

一、单选题

(　　) 1. 下列函数为奇函数的是

A. $x^2+\sin x$　　B. $x+\cos x$

C. $\frac{e^x-e^{-x}}{2}$　　D. $\frac{1+x}{x^3}$

(　　) 2. 设函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义,下列函数不一定为偶函数的是

A. $y=|f(x)|$　　B. $y=f(x^2)$

C. $y=f(x)+f(-x)$　　D. $y=c$

(　　) 3. 函数 $y=x^2\sin x$ 是

A. 奇函数　B. 偶函数　C. 有界函数　D. 周期函数

(　　) 4. 函数 $f(x)=\tan(2x+3)$的最小正周期是

A. $\frac{\pi}{2}$　B. π　C. 2π　D. 4π

(　　) 5. 函数 $y=\lg x$ 有界的区间是

A. $(0,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $(0,2)$　　D. $(1,2)$

(　　) 6. 函数 $y=-x^2+2x-1$ 单调递减的区间是

A. $(-\infty,+\infty)$　　B. $(-\infty,1)$

C. $(1,+\infty)$　　D. 不存在

二、填空题

1. 按奇偶性填空

(1) 偶函数加上偶函数为________;

(2) 奇函数加上奇函数为________;

(3) 奇函数加上偶函数为________;

(4) 偶函数乘以偶函数为________;

(5) 奇函数乘以奇函数为________;

(6) 奇函数乘以偶函数为________.

2. 函数 $y=|\sin x|$ 的周期是________.

3. 函数 $y=-x^2+1$ 在区间________内单调增加，在区间________为单调减少.

4. 函数 $f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$ 在区间________内有界.

*5. 函数 $f(x)=\lg(x+\sqrt{1+x^2})$ 的奇偶性是________.

基础训练 1-3

一、单选题

( ) 1. 下列函数为基本初等函数的是

A. $y=2x^2$　　B. $y=x+1$

C. $y=x^e$　　D. $y=\arcsin\dfrac{1}{x}$

( ) 2. 下列函数不为基本初等函数的是

A. $y=\sqrt[3]{x^2}$　　B. $y=\dfrac{1}{x^2}$

C. $y=\cos\dfrac{1}{x}$　　D. $y=\sqrt{2e}$

( ) 3. 下列函数为增函数的是

A. $y=\dfrac{1}{x}$　　B. $y=x^2$

C. $y=x^3$　　D. $y=|x|$

( ) 4. 下列函数为减函数的是

A. $y=e^x$　　B. $y=\ln x$

C. $y=x^{\frac{1}{2}}$　　D. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

( ) 5. 下列函数图像关于 y 轴对称的是

A. $y=2^x$　　B. $y=x\sin x$

C. $y = \arccos x$

D. $y = x\cos x$

（　　）6. 下列函数图像关于原点对称的是

A. $y = \arcsin x$

B. $y = \ln x$

C. $y = 1$

D. $y = x^3 + \cos x$

（　　）7. 下列函数有界的是

A. $f(x) = \dfrac{1}{x}$

B. $f(x) = \left(\dfrac{1}{e}\right)^x$

C. $f(n) = \cos n!$

D. $f(x) = \ln x$，$x \in (0, 1)$

（　　）8. 下列函数周期为 π 的是

A. $y = \sin(x + \pi)$

B. $y = \cos\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$

C. $y = \tan\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$

D. $y = \cot\left(\dfrac{\pi}{3} - 2x\right)$

二、填空题

1. $\sin(\arcsin 1) =$ ________；$\arcsin 1 =$ ________.

2. $\cos(\arccos 0) =$ ________；$\arccos 0 =$ ________.

3. $\tan(\arctan 1) =$ ________；$\arctan 1 =$ ________.

4. $\arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right) =$ ________；$\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) =$ ________.

三、解答题

1. 作下列函数的图像．

(1) $y = x$；

(2) $y = x^3$；

(3) $y = \dfrac{1}{x}$；

(4) $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$；

(5) $y = \cos x, x \in [0, 2\pi]$；

*(6) $y = \arcsin x$．

2. 如果指数函数 $y=a^x(a>0)$ 的图像经过点 $(2,16)$，求 $f(0),f\left(\frac{1}{2}\right),f(1),f(-2)$.

基础训练 1-4

一、单选题

(　　) 1. 下列函数是复合函数的为

A. $y=x^{\sqrt{2}-1}$　　B. $y=\sqrt{\sin x-2}$

C. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$　　D. $y=\sqrt{-x}\ (x<0)$

(　　) 2. 设 $f(x)=\sin x^2$，且 $\varphi(x)=x^2+1$，则 $f[\varphi(x)]=$

A. $\sin(x^2+1)^2$　　B. $\sin^2(x^2+1)$

C. $\sin(x^2+1)$　　D. $\sin^2 x^2+1$

(　　) 3. 下列函数不是初等函数的为

A. $y=\frac{x^2-1}{x-1}$　　B. $y=\begin{cases}x+1 & x<1\\ x-1 & x>1\end{cases}$

C. $y=|x|$　　D. $y=\arccos(x^2-2)$

(　　) *4. 设 $f(x)=\begin{cases}1 & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2 & 1<x\leqslant 2\end{cases}$ 则 $g(x)=f(2x)+f(x-2)$

A. 无意义　　B. 在[0, 2]上有意义

C. 在[0, 4]上有意义　　D. 在[2, 4]上有意义

二、填空题

1. 设 $y=3^u,u=v^2,v=\tan x$，则复合函数 $y=f(x)=$ ______________________；

2. 设函数 $f(x)=3x+5$，则 $f[f(x)-2]=$ ______________________；

3. 设 $f(x)=\ln x,g(x)=e^{2x+1}$，则 $f[g(x)]=$ ______________________；

4. 函数 $y=\ln(\arccos x^2)$ 是由简单函数______________________复合而成的；

5. 函数 $y=\sin^2\frac{1}{x^2}$ 是由简单函数______________________复合而成的；

6. 函数 $y=a^{2\sqrt{x}}$ 是由简单函数____________________复合而成的；

7. 函数 $y=\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ 是由简单函数____________________复合而成的；

8. 函数 $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 是由简单函数____________________复合而成的．

基础训练 1－5

解答题

1. 某种商品的需求函数为 $Q=200-5P$，供给函数 $Q=25P-10$，求该商品的均衡价格和均衡商品量．

2. 已知某种商品的需求函数为 $Q=200-5P$，试求该商品的总收益函数和平均收益函数，并求出销售 10 件该商品时的总收入和平均收入．

3. 某玩具厂生产一支电动玩具枪的可变成本为 15 元，每天的固定成本为 2000 元，如果每支玩具枪的出厂价为 20 元，为了不亏本，该厂每天至少应生产多少支玩具枪？

4. 某厂每批生产某种产品 x 千克的费用为 $C(x)=2x+100$ 元，得到的收入为 $R(x)=8x-0.01x^2$ 元．考虑到经济效益和生产能力，每批至少生产 50 千克，至多生产 400 千克，试将每批生产该产品获得的利润 L 表示为产量 x 的函数，并写出函数的定义域．

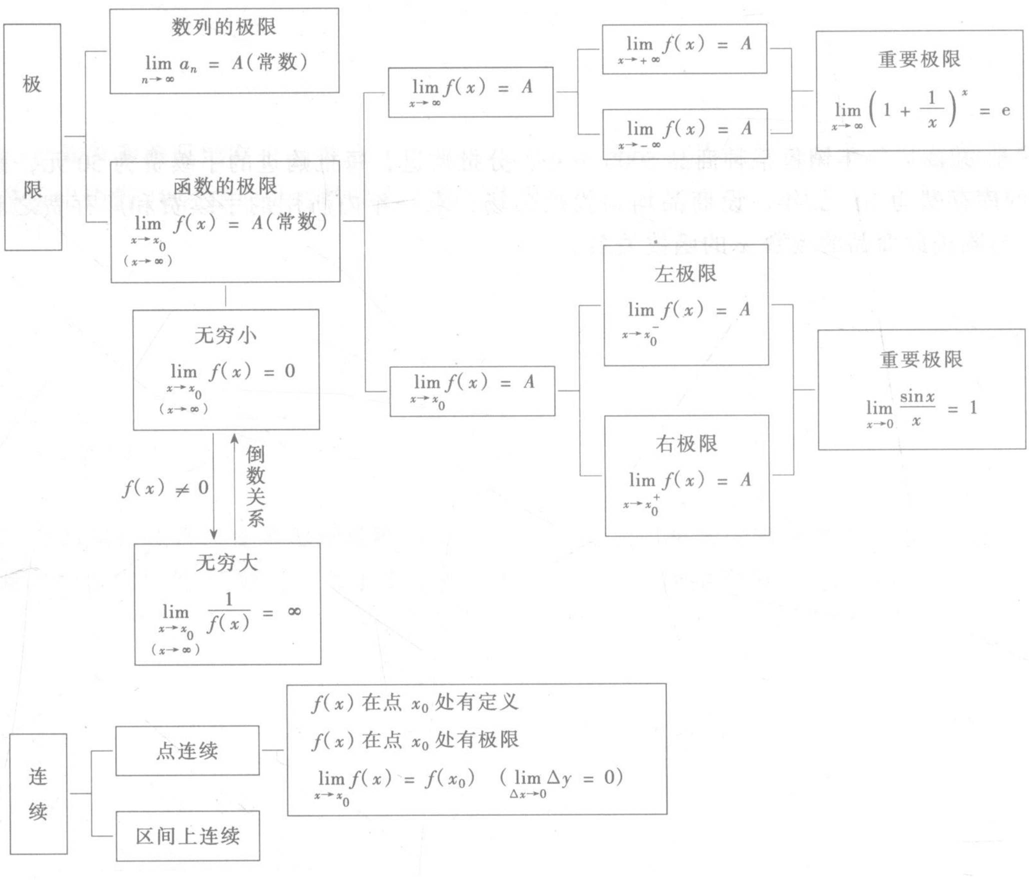
5. 政府规定公民应交纳个人所得税，以每月收入额减去 1600 元后的余额为应纳所得税额，应纳税所得不超过 500 元的部分，税率为 5%；超过 500 元到 2000 元的部分，税率为 10%；超过 2000 元到 5000 元的部分，税率为 15%，求公民应交纳的税款 y(元) 与其月收入 x(元) 之间的函数关系．

*6. 某商店每年销售某种商品 5000 千克，分批购进，每批购进的手续费为 50 元，而每千克的库存费为 10 元/年，设商品均匀投放市场，求一年内所用的手续费和库存费之和 y(元) 与购进此商品的批数 x 的函数关系．

第二章

极限与连续

知识网络



知识拓展

1. 无穷小量代换法

在求两个无穷小量之商的极限时，其中变量可以用等价无穷小量来代换．它的理论依据是下面的定理：

等价无穷小量的代换定理

设 $\alpha(x)$、$\beta(x)$、$\alpha'(x)$、$\beta'(x)$是非零无穷小量，且 $\alpha(x)\sim\alpha'(x)$，$\beta(x)\sim\beta'(x)$，则当 $\lim\dfrac{\alpha'(x)}{\beta'(x)}$存在时，$\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}$也存在，且 $\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=\lim\dfrac{\alpha'(x)}{\beta'(x)}$

这个法则告诉我们：当计算 $\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}$较为困难时，可以设法寻求与 $\alpha(x)$、$\beta(x)$等价的无穷小量 $\alpha'(x)$、$\beta'(x)$来代替 $\alpha(x)$、$\beta(x)$，从而把 $\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}$的计算转化为对 $\lim\dfrac{\alpha'(x)}{\beta'(x)}$的计算，这种方法叫**无穷小量代换法**．它是解决“$\dfrac{0}{0}$”型极限计算的一种有效的方法．

常用的等价无穷小量代换式：

当 $x\to0$ 时，

$\sin x\sim x, 1-\cos x\sim\dfrac{1}{2}x^2, \tan x\sim x,$

$\ln(1+x)\sim x, e^x-1\sim x, \arctan x\sim x.$

例 1 求下列函数的极限

(1) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin2x}{\sin3x}$　　(2) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{\ln(1+x^2)}$

(3) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin x^2}{e^{x^2}-1}$　　(4) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$

分析：(1) 当 $x\to0$ 时，$2x\to0, 3x\to0,$

$\sin2x\sim2x, \sin3x\sim3x$

(2) 当 $x\to0$ 时，$x^2\to0$，$1-\cos x\sim\dfrac{1}{2}x^2$

(3) 当 $x\to0$ 时，$x^2\to0$，$\arcsin x^2\sim x^2$，$e^{x^2}-1\sim x^2$

(4) 当 $x\to0$ 时，$\tan x-\sin x=\tan x(1-\cos x)$

$$\tan x\sim x,\ 1-\cos x\sim\frac{1}{2}x^2$$

解：(1) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin2x}{\sin3x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x}{3x}=\dfrac{2}{3}$

(2) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{\ln(1+x^2)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\frac{1}{2}x^2}{x^2}=\dfrac{1}{2}$

(3) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin x^2}{e^{x^2}-1}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2}{x^2}=1$