

实用经济数学基础

(修订本)

暨南大学成人教育学院

林宗振 钱志大 周 冰 编著
李树香 李文献

暨南大学出版社

粤新登字 13 号

实用经济数学基础

(修订本)

李文献 李树香 林宗振 编著
周 冰 钱志大

暨南大学出版社出版

(广州·石牌)

广州市新华书店经销

封开县人民印刷厂印装

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 16 字数: 37.3 万字

1993 年 9 月第 2 版 1994 年 9 月第 3 次印刷

印数: 13001—20000 册

ISBN7—81029—239—0/O·11

定价: 12.80 元

内 容 简 介

本书主要内容为函数，极限与连续，导数与微分，积分，多元函数微积分，行列式与矩阵，线性方程组，概率基础知识以及随机变量数字特征等。书末附有数学公式，希腊字母表，积分表以及二项分布、正态分布表及主要中英数学名词对照表。

本书除注意到数学学科的内在系统性之外，还根据经济类专业对数学的实际需要和成人教育的特点，精选实际应用内容，注意理论与实际相结合。

为了读者便于自学，本书编写中尽量做到说理浅显，叙述详细，例题较多，本书可作大专教材及经济管理干部自学用书或参考书。

愿本书

为培养经济数学人材作出贡献

卢 文

登南园

再 版 序

《实用经济数学基础》是我院组织有实践教学经验的教师专为成人教育经济类专业大专班学生而编写的。自1989年出版后，得到成人教育广大师生的好评，不少兄弟院校来函来人索购，国家教委教材处也已将此书作为公共课、文科类教学用书，并已列入1993年秋季大、中专公共课、文科类教学用书汇编（下册）。

为了满足我校及兄弟院校成人教育学生用书之需要，我院再次组织参与过编写并已试用了此书三年的有经验教师进行了修改补充，并将于今年秋季再版发行。再版的《实用经济数学基础》，将更加突出地显示出如下五个特点：

1. 专为成人高校大专学生而编，便于自学、易学；
2. 注重理论与实际相结合，精选、突出实际应用内容；
3. 在叙述和分析上，突出重点、难点、每章有提示、小结、思考题；
4. 选编了大量经济模型的实际案例；
5. 配合主教材的《实用经济数学基础学习指导》书，能帮助学员更好地完成自学任务。

本书的再版，希望能得到更多成人教育师生的关心和指教，以使本书更臻于完善。

暨大成人教育学院院长 彭大火

1994年9月

前 言

这是一本为专科和成人教育编写的教材。以前，专科和成人教育使用的有关教材多是普通高校课本。教学实践证明，由于它的内容多而全，未能适合教学时间短、应用性强的需要，因此，编写适合专科和成人教学的有关教材就显得十分必要。鉴于上述情况，暨南大学成人教育学院组织有关教师编写了这本教材。

本教材主要供函授大学、夜大学、职工大学、职业大学、电视大学等成人高等学校经济类专业的大专班使用；也可作为普通大专学校、普通高校中的大专班以及专业证书班同类专业的教材，并可供经济工作者参考。

本教材根据经济类专业对数学的实际需要和成人教育的特点，精选实际应用的内容，注重理论与实际相结合；对重点、难点作较详细的叙述和分析。每章前有学习要求提示，后有小结，每节附思考题；书后附主要数学名词中英文对照表、数学公式以及希腊字母表。

本教材另一个显著特点是结合各章所学内容编入经济模型方面计算例题。

为了便于自学，配合主教材，编有《实用经济数学基础学习指导》。书中包含学习每章的基本要求、重点、难点，根据编者多年的教学经验指出学员学习中容易出现的问题以及解决的方法；并根据教材的内容编入难题选解以及教材的习题答案，为了学员继续深造的需要，我们编入部分超过教材

的内容如级数、方程的近似解等等。本书不仅可供学员使用，也可用作教师的教学参考书。

《实用经济数学基础》全书共十一章。参加编写的有以下几位教授、副教授：（按章节为序）

第一、二章	李文献
第三、四章	李树香
第五、六章	周冰
第七、八章	钱志大
第九、十、十一章	林宗振

中山大学卢文教授指导了整个编写工作。全书由卢文教授和冼其尤副教授审校。暨南大学数学系的领导大力支持本教材的编写，特别是冯志刚、林德荫、黎镇銮、甘露如、张春汉、柏元淮等老师，对本教材提出了宝贵建议，在此表示感谢。

本教材是应教学需要而编写的，加上我们的水平有限，缺点和错误在所难免，尚祈专家们和读者加以指正。

编 者

一九九四年九月暨南园

目 录

第一章 函数	(1)
§ 1 函数概念	(1)
§ 2 经济中常用的函数	(7)
§ 3 基本初等函数	(10)
§ 4 复合函数和初等函数	(17)
小结	(20)
习题一	(20)
第二章 极限与连续	(24)
§ 1 极限概念	(24)
§ 2 极限的运算法则	(32)
§ 3 两个重要极限	(35)
§ 4 函数的连续性	(41)
小结	(45)
习题二	(48)
第三章 导数与微分	(52)
§ 1 导数概念	(52)
§ 2 导数的基本公式及运算法则	(58)
§ 3 经济中的边际和弹性概念	(77)
§ 4 高阶导数	(82)
§ 5 微分	(84)
小结	(91)
习题三	(94)

第四章 导数的应用	(100)
§ 1 微分中值定理和洛必塔法则	(100)
§ 2 函数的单调区间的确定	(107)
§ 3 函数的极值	(109)
§ 4 经济中的优化模型	(116)
§ 5 函数的作图	(125)
小结	(132)
习题四	(135)
第五章 积分	(139)
§ 1 不定积分的概念	(140)
§ 2 不定积分的计算	(151)
§ 3 定积分的概念	(169)
§ 4 牛顿——莱布尼兹公式	(176)
§ 5 定积分的计算方法	(181)
§ 6 经济中的积分模型	(194)
§ 7 经济中的微分方程模型	(200)
小结	(214)
习题五	(220)
第六章 多元函数	(228)
§ 1 空间直角坐标系	(228)
§ 2 偏导数与全微分	(233)
§ 3 二元函数的极值及其在经济中的应用	(243)
§ 4 最小二乘法	(252)
§ 5 二重积分	(256)
小结	(275)
习题六	(279)

第七章 行列式与矩阵	(283)
§ 1 2、3 阶行列式	(283)
§ 2 n 阶行列式、克莱姆法则	(292)
§ 3 矩阵及其运算	(303)
§ 4 矩阵的初等变换和秩	(317)
小结	(328)
习题七	(332)
第八章 线性方程组	(338)
§ 1 线性方程组	(338)
§ 2 线性方程组解的结构	(350)
§ 3 经济中的线性方程组模型	(360)
小结	(372)
习题八	(376)
第九章 概率论基础知识	(379)
§ 1 事件及其运算	(379)
§ 2 概率的概念	(386)
§ 3 概率的加法定理	(391)
§ 4 条件概率与概率的乘法定理	(397)
§ 5 全概率公式与贝叶斯公式	(401)
§ 6 独立试验概型	(405)
小结	(411)
习题九	(411)
第十章 随机变量及其分布函数	(415)
§ 1 随机变量概念	(415)
§ 2 离散型随机变量及其分布	(417)
§ 3 连续型随机变量及其分布	(422)

小结.....	(429)
习题十.....	(430)
第十一章 随机变量的数字特征	(432)
§ 1 数学期望与方差	(433)
§ 2 大数定律与中心极限定理	(440)
§ 3 经济学中的概率模型	(449)
小结.....	(458)
习题十一.....	(459)
附录	(461)
I 希腊字母及数学公式和积分表	(461)
II 各种数值表及分布表	(488)
III 中英数学名词及名称对照表	(493)

第一章 函 数

[基本要求]

1. 正确理解函数的概念.
2. 牢记六类基本初等函数的性质及其图形.
3. 熟练掌握复合函数分解的方法.

在中学数学中, 我们已经接触过函数的概念以及六类基本初等函数. 函数是数学分析研究的对象, 在运用数学模型研究实际问题时, 函数扮演着重要的角色. 为了今后学习的需要, 对函数的概念及其有关问题加以回顾, 加深认识, 进一步理解, 使之更加系统化和条理化是很有必要的.

在下面的讨论中, 如果没有特别说明, 我们都是在实数范围内进行.

§ 1 函数概念

定义 1.1 在考察过程中, 如果有两个变量 x 和 y , 以及它们之间的一个对应规律或法则, 对于变量 x 在其变化范围内的每一个值, 通过这个规律或法则, 可以得到变量 y 的一个或多个与之对应的值, 则称变量 y 为变量 x 的函数, 记为 $y = f(x)$. 其中变量 x 称为自变量, 变量 y 称为因变量或函数, 变量 x 的变化范围称为函数的定义域.

在函数的定义中指出，对于自变量 x 在其变化范围内的每一个值，函数 y 具有确定的一个或多个对应值。由此，对于只有一个对应值的情形，我们称之为单值函数；而对于有多个对应值的情形，我们称之为多值函数。大量事实告诉我们，对于多值函数，在很多情形下，同一个 x 值所对应的几个不同的函数值之间往往存在着一定的联系，只要知道了其中的一个对应值，就能得到其他的对应值。因此，我们可以限制函数值的变化范围，即适当选取其中一个单值支，对这一单值支的研究就和对单值函数的研究一样。基于上述原因，如果没有另外的说明，使用“函数”这一词总是指单值函数。

例 圆面积 S 和半径 r 之间的关系 $S = \pi r^2$ 给出了一个定义域为 $(0, +\infty)$ 的函数 $S = f(r)$ 。

对于函数的概念，我们一定要注意到：

1. 符号 $y = f(x)$ 只表示 y 是 x 的函数，并不是 y 等于 f 和 x 的乘积。如果同时考察几个函数时，为区别起见，可以分别表示为 $f(x), g(x), \varphi(x), \dots$ 。

2. 函数有两个要素：其对应规律和定义域。我们说给出了一个函数，就是同时给出了它的对应规律和定义域。我们说两个函数相等，就是指两个函数的定义域和对应关系完全相同。给出一个函数，关键在于给出对应关系和定义域，至于用什么字母表示自变量和函数是不重要的，如 $y = \sin x$ 和 $S = \sin t$ 都称为正弦函数。

3. 有时，某些函数的自变量和因变量都指某个确定的具体量，如前面提到的圆面积公式 $S = \pi r^2$ 所表示的函数。这时它的定义域应根据其实际意义，即圆半径 r 只能是正数这一点来决定。一般情况下，如果不考虑函数的具体意义，这时，它的定义域可以从对应关系本身来决定。如式子 $y = \sqrt{1-x^2}$ 给出的

函数，其定义域是能计算 $\sqrt{1-x^2}$ 的一切 x 值，即区间 $[-1, 1]$ 。在这种情况下，给出了对应关系也就给出了定义域，从而给出了整个函数。

4. $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$ 表示函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 的对应值，称为函数在点 x_0 处的值。在定义域内，所有函数值的全体，称为函数的值域。

5. 通常采用分析法（或称公式法）、图示法及表格法等三种方法表示函数。

(1) **分析法**：两个变量之间的函数关系通过公式和分析式子指出：要对自变量施行哪些数学运算（如加、减、乘、除、乘方、开方、取对数、求正弦、余弦等等），以及按怎样的次序来进行这些运算，才能得出函数的对应值。我们说这些函数是用分析法表示的。例如

$$y = ax^2 + bx + c,$$

$$y = \frac{1}{1-x^2},$$

$$y = \sqrt{1 + \sin 2x},$$

等都是用分析法表示的函数。

由于用分析法表示的函数，形式比较简单、完整，便于从数学上对函数作定量的分析和运算，是我们今后主要采用的方法。但在实际问题中，有些函数有时很难、甚至不可能用公式来表示。

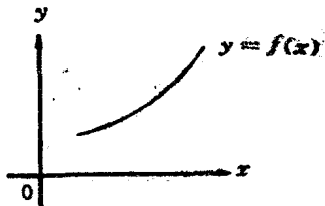


图 1-1

(2) **图示法**：如果把自变量 x 和因变量 y 分别当作直角坐标平面上点的横坐标和纵坐标，则

函数的图形一般说来是坐标平面上的曲线(如图 1-1). 用坐标平面上的曲线表示函数的方法称为图示法. 其优点在于直观、明显, 能从图形上直接看到变量之间的依赖关系和变化趋势. 缺点是不容易描得精确, 有时不便于作理论研究.

(3) 表格法: 如常见的对数表、三角函数表等都是把自变量中的一系列值与其对应的函数值列成表, 这种表示函数的方法称为表格法.

表格法的优点在于能从表中直接查出某些函数值, 避免了很多繁琐运算, 使用方便. 缺点是表中所列的值常常不够完全, 有些值也可能不够精确.

为此, 在实际应用中, 必须从实际出发, 选取适当的表示法, 或互相配合、综合使用上述三种方法.

6. 在科学技术及经济领域中, 还经常遇到那些在不同范围内用不同式子分段表示的函数, 称为分段函数.

例如某工厂生产某产品每日最多生产 200 吨, 固定成本为 150 元, 生产量为 0 到 100 吨范围内, 每多生产 1 吨, 成本增加 5 元, 而产量在 100 吨以上, 以后每多生产 1 吨, 成本只增加 3 元, 那么成本 C (元) 是日产量 x 的函数:

$$C = f(x) = \begin{cases} 150 + 5x, & 0 \leq x \leq 100, \\ 650 + 3(x - 100), & 100 < x \leq 200. \end{cases}$$

这个函数就是一个分段函数. 对于分段函数, 求某点的函数值, 首先应判定该点所在的范围, 然后选取函数在这范围内的表达式去计算. 如日产量 50 吨的成本应由第一式去计算, 得

$$C|_{x=50} = 150 + 5 \times 50 = 400 \text{ (元)}$$

而日产量为 110 吨的成本, 应由第二式计算, 得

$$C|_{x=110} = 650 + 3 \times (110 - 100) = 680 \text{ (元)}.$$

7. 函数如下的几个方面特性是今后需要加以注意的:

(1) 有界性

定义 1.2 如果存在一个数 $M > 0$, 使得函数 $f(x)$ 在其定义域 D 内, 不等式

$$|f(x)| \leq M$$

恒成立, 则称 $f(x)$ 在 D 内是有界的. 否则, 就称 $f(x)$ 在 D 内是无界的.

例如, $y = \sin x, y = \cos x$ 在其定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内, 都有

$$|\sin x| \leq 1, |\cos x| \leq 1,$$

所以 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 在其定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内都是有界的.

而 $y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$ 则是无界的.

同样地, $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 在其定义域 $(0, +\infty)$ 内也是无界的.

(2) 单调性

定义 1.3 在区间 (a, b) 内的任意两点 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 如果有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内是单调增加的; 如果有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在区间内是单调减少的.

单调增加的函数的图形是沿 x 轴的正向上升的曲线 (图 1-2), 单调减少的函数的图形是沿 x 轴的正向下降的曲线 (图 1-3).

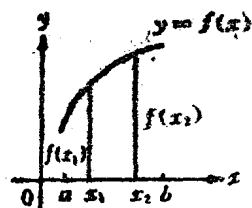


图 1-2

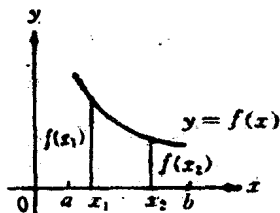


图 1-3

(3) 奇偶性

定义 1.4 设函数 $f(x)$ 的定义域对称于原点, 对于定义域内任一 x , 如果式子

$$f(-x) = -f(x)$$

成立, 则称 $f(x)$ 为奇函数; 如果式子

$$f(-x) = f(x)$$

成立, 则称 $f(x)$ 为偶函数.

奇函数的图形 (图 1-4) 对称于原点, 偶函数的图形 (图 1-5) 对称于 y 轴.

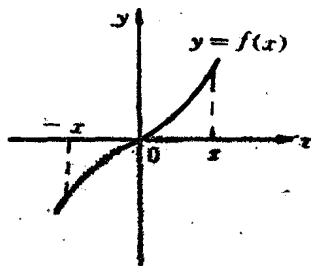


图 1-4

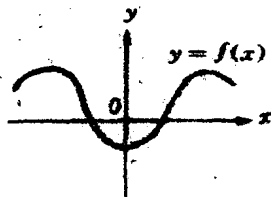


图 1-5