



高职高专公共基础课“十一·五”规划教材

高等应用数学基础

GAO DENG YING YONG SHU XUE JI CHU

王英杰 王新芳 ○ 主编



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高职高专公共基础课“十一五”规划教材

高等应用数学基础

主 编 王英杰 王新芳
副主编 周 凯
参 编 翟钰风 董丽筠
主 审 杜 力



机械工业出版社

本书是根据《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的若干意见》等文件，以及高职高专教育高等数学课程的教学基本要求编写的。

本书共 10 章，内容涉及函数、函数的极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、随机事件与概率、数理统计简介、矩阵、线性方程组等。

本书可作为高职高专理工科(机械类、电子类、管理类、经济类专业)教材，也可作为成人教育教材。

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学基础/王英杰,王新芳主编. —北京:
机械工业出版社, 2006. 7

高职高专公共基础课“十一五”规划教材

ISBN 7-111-19455-1

I. 高... II. ①王... ②王... III. 应用数学—高等
学校: 技术学校—教材 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 070673 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 宋学敏 责任编辑: 李大国 版式设计: 霍永明

责任校对: 陈延翔 封面设计: 王伟光 责任印制: 李妍

北京铭成印刷有限公司印刷

2006 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

169mm×239mm·9.375 印张·364 千字

0001—5000 册

定价: 15.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68326294

编辑热线电话(010)68354423

封面防伪标均为盗版

前 言

《高等应用数学基础》是面向 21 世纪高等职业技术教育需要而编写的规划教材。本书是根据《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的若干意见》等文件，以及高职高专教育高等数学课程的教学基本要求编写的。本书主要适用于高职高专理工科（机械类、电子类、管理类、经济类专业）学生，学时数定位在 70 学时左右。

针对目前高等应用数学课程教学过程中出现的新要求、新情况以及某些教材中存在的问题，我们查阅了大量的参考资料，进行了多次专题交流与研讨，并积极汲取各种现有教材的精华，认真制订了编写提纲，并进行了认真细致的编写工作。

本书内容包括：一元函数微分学、一元函数积分学、概率论与数理统计、线性代数四大组成部分。本书符合经济类、管理类及其他应用类专业对高等应用数学的教学基本要求，在使用本书时，教师可以根据不同专业的实际需要适当删减教材的内容，或增发一些补充讲义。

在编写过程中本书主要突出以下几个方面：

- (1) 内容涉及的知识面要适当宽些，内容要浅，便于学生自学。
- (2) 注重内容的系统性和逻辑性。
- (3) 语言精炼，通俗易懂，图表直观。
- (4) 举例密切联系生活、生产和工程实践，突出理论与实践相结合。
- (5) 练习题紧紧与内容相扣，不出难题、怪题以及与日常生活不相关的题，突出让学生掌握和巩固最基本的概念、定义、定律、定理、推论等知识。
- (6) 练习题包括填空题、选择题、计算题、综合题等形式，适应大多数学生的基本情况。

本书由王英杰和王新芳任主编，周凯任副主编，王英杰负责拟订

IV

编写提纲与要求，并负责对编写内容进行统稿。

本书第1章至第4章及第10章(10.3和10.4)由王新芳编写，第5章和第6章由周凯编写，第7章和第8章由翟钰风编写，第9章和第10章(10.1和10.2)由董丽筠编写。

本书由杜力主审，他对本书稿进行了认真的审阅，提出了许多中肯的意见和有价值的建议。同时，本书在编写过程中参考了大量的文献资料，在此向文献资料的作者致以诚挚的谢意。

由于编写时间及编者水平有限，书中难免有错误和不妥之处，恳请广大读者批评与指正。

编 者

目 录

第 1 篇 一元函数微分学

第 1 章 函数	1
1.1 函数的概念	1
1.2 函数的特性	7
1.3 初等函数	8
1.4 常用的经济函数举例	12
练习题一	17
第 2 章 函数的极限与连续	19
2.1 极限的概念	19
2.2 极限的运算法则	26
2.3 两个重要极限	31
2.4 函数的连续性	33
练习题二	39
第 3 章 导数与微分	43
3.1 导数的概念	43
3.2 求导的基本公式与运算法则	48
3.3 复合函数和隐函数的导数	52
3.4 函数的微分	56
练习题三	59
第 4 章 导数的应用	62
4.1 微分中值定理	62
4.2 利用导数研究函数的性态	63
4.3 洛必达法则	74
4.4 导数在经济分析中的应用	77
练习题四	83

第 2 篇 一元函数积分学

第 5 章 不定积分	87
5.1 原函数的性质和存在定理	87

VI

5.2 不定积分的概念和直接积分法	89
5.3 不定积分的换元积分法	94
5.4 不定积分的分部积分法	103
5.5 有理函数的不定积分	107
5.6 微分方程简介	110
练习题五	121
第6章 定积分及其应用	124
6.1 定积分的概念和性质	124
6.2 定积分的计算方法	130
6.3 数值积分	136
6.4 定积分的应用	141
6.5 广义积分	155
练习题六	159

第3篇 概率论与数理统计

第7章 随机事件与概率	162
7.1 随机事件	162
7.2 事件的概率	166
7.3 概率的运算	170
7.4 事件的独立性与全概率公式	174
7.5 随机变量及其分布	180
7.6 随机变量的数字特征	191
练习题七	203
第8章 数理统计简介	207
8.1 总体 样本 统计量	207
8.2 随机变量的参数估计	211
8.3 随机变量的参数检验	217
练习题八	224

第4篇 线性代数

第9章 矩阵	225
9.1 矩阵概念及其代数运算	225
9.2 n 阶矩阵的行列式	235
9.3 矩阵的秩	240
9.4 逆矩阵	244

练习题九	248
第 10 章 线性方程组	251
10.1 克莱姆法则	251
10.2 n 维向量	253
10.3 线性方程组有解性的判别	258
10.4 线性方程组的解法	260
练习题十	267
练习题参考答案	270
附录	283
附表 1 泊松分布数值表	283
附表 2 标准正态分布函数数值表	287
附表 3 t 分布临界值表	288
附表 4 χ^2 分布临界值表	289
参考文献	290

第 1 篇 一元函数微分学

第 1 章 函 数

函数是近代数学中最重要的基本概念之一，是现实世界中量与量之间依存关系在数学中的反映，是高等数学的主要研究对象。本章将在复习有关函数内容的基础上，进一步研究函数的性质，分析初等函数的结构。

1.1 函数的概念

1.1.1 实数概述

1. 实数集

随着社会的发展、人类的进步，数由正整数发展到整数、整数发展到有理数、有理数发展到实数。零和正整数构成自然数。自然数的全体构成的集合称为自然数集，记做 \mathbf{N} ；正整数的全体构成的集合称为正整数集，记做 \mathbf{Z}_+ ；整数的全体构成的集合称为整数集，记做 \mathbf{Z} ；有理数的全体构成的集合称为有理数集，记做 \mathbf{Q} ；实数的全体构成的集合称为实数集，记做 \mathbf{R} 。

实数的全体充满整个数轴，即实数不但是稠密的，而且是连续的。实数与数轴上的点形成一一对应关系。也就是说，任何一个实数在数轴上都有一个点与之对应；反过来，数轴上的任何一个点都表示一个实数。

2. 实数的绝对值

实数的绝对值，记做 $|x|$ ，它是一个非负实数，即

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$|x|$ 的几何意义为：数轴上的点 x 到原点的距离。

实数 x 的绝对值 $|x|$ 有如下性质：

- 1) 对于任意实数 x ，有 $|x| \geq 0$ ，当且仅当 $x=0$ 时，才有 $|x|=0$ 。
- 2) 对于任意实数 x ，有 $|-x| = |x|$ 。

- 3) 对于任意实数 x , 有 $|x| = \sqrt{x^2}$.
- 4) 对于任意实数 x , 有 $-|x| \leq x \leq |x|$.
- 5) 设 $a > 0$, 则 $|x| < a$ 的充分必要条件是 $-a < x < a$.
- 6) 设 $a \geq 0$, 则 $|x| \leq a$ 的充分必要条件是 $-a \leq x \leq a$.
- 7) 设 $a \geq 0$, 则 $|x| > a$ 的充分必要条件是 $x < -a$ 或 $x > a$.
- 8) 设 $a \geq 0$, 则 $|x| \geq a$ 的充分必要条件是 $x \leq -a$ 或 $x \geq a$.

关于实数四则运算的绝对值, 有以下的结论:

- 1) $|x+y| \leq |x| + |y|$ (三角不等式).
- 2) $|x| - |y| \leq ||x| - |y|| \leq |x-y|$.
- 3) $|xy| = |x||y|$.
- 4) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$ ($y \neq 0$).

3. 区间与邻域

(1) 区间

定义 1.1 区间是介于两实数 a, b ($a < b$) 之间的实数构成的集合. 它是高等数学中常用的实数集, 有以下九种形式, 如表 1-1 所示.

表 1-1

分类	定义	名称	符号	数轴表示
有限区间	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	闭区间	$[a, b]$	
	$\{x \mid a < x < b\}$	开区间	(a, b)	
	$\{x \mid a \leq x < b\}$	右开区间	$[a, b)$	
	$\{x \mid a < x \leq b\}$	左开区间	$(a, b]$	
无限区间	$\{x \mid x \geq a\}$		$[a, +\infty)$	
	$\{x \mid x > a\}$		$(a, +\infty)$	
	$\{x \mid x \leq b\}$		$(-\infty, b]$	
	$\{x \mid x < b\}$		$(-\infty, b)$	
	$\{x \mid -\infty < x < +\infty\}$		$(-\infty, +\infty)$	

其中, a, b 是确定的实数, $a < b$. a, b 分别称为区间的左端点和右端点. 有限区间的左、右端点之间的距离 $b - a$ 称为区间的长度. $+\infty$ 读做“正无穷”

大”，表示沿 x 轴正向无限增大， $-\infty$ 读做“负无穷大”，表示沿 x 轴反向绝对值无限增大，它们不表示任何确定的数。

(2) 邻域

定义 1.2 1) 以点 a 为中心的任何开区间称为点 a 的邻域，记做 $U(a)$ 。

2) 设 δ 是任一正数，则开区间 $(a - \delta, a + \delta)$ 是点 a 的一个邻域，这个邻域称为点 a 的 δ 邻域，记做 $U(a, \delta)$ 。即 $U(a, \delta) = \{x \mid a - \delta < x < a + \delta\}$ ($U(a, \delta)$ 表示与点 a 距离小于 δ 的一切点 x 的全体)。

3) 设 δ 是任一正数，则开区间 $(a - \delta, a) \cup (a, a + \delta)$ 也是点 a 的一个邻域，这个邻域称为点 a 的 δ 去心邻域，记做 $U_0(a, \delta)$ 。即

$$U_0(a, \delta) = \{x \mid a - \delta < x < a + \delta, x \neq a\}.$$

1.1.2 函数的概念

函数是数学中极其重要的内容之一，函数的基础知识在数学和其他许多学科中有着广泛的应用，它是进一步学习高等数学、应用数学和其他科学技术必不可少的基础。

1. 函数的定义

定义 1.3 设 D 是一个数集，如果对于 D 上变量 x 的每一个确定值，按照某种对应法则 f ，变量 y 都有惟一确定的值与之对应，称 y 为定义在数集 D 上 x 的函数，记作 $y = f(x)$ 。其中 x 为自变量，数集 D 称为函数的定义域。当 x 取遍定义域 D 中的每一个值时，对应函数值的全体组成的集合称为函数的值域，一般用 M 表示。

例如：反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的定义域和值域分别为 $D: \{x \mid x \neq 0\}$ ； $M: \{y \mid y \neq 0\}$ 。

在函数的定义中，如果对每一个 x 值，对应的 y 值是惟一的，称 y 是 x 的单值函数， $x \rightarrow y$ 的对应法则 f 称为单值对应。否则，称函数为多值函数， $x \rightarrow y$ 的对应法则 f 称为多值对应。上述定义的函数是单值函数。例如，反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 就是单值函数；而 $y = \pm \sqrt{1 - x^2}$ 是多值函数。

2. 函数的表示法及函数值

(1) 函数的表示法

表示函数的方法常用的有：解析法、列表法、图像法三种。

1) 解析法 就是把两个变量的函数关系用一个等式来表示，这个等式称为函数的解析表达式，简称解析式。解析式是表示函数的主要形式。除了用符号 $f(x)$ 表示外，还常用 $g(x)$ ， $F(x)$ ， $G(x)$ 等符号表示。例如，

$$g(x) = ax^2 + bx + c, \quad F(x) = |x|$$

用解析法表示的函数还有以下几种形式:

① 分段函数. 在不同区间内用不同解析式表示的函数称为分段函数. 例如

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

分段函数的定义域是函数的各个定义域区间的并集.

② 隐函数. 由方程 $f(x, y) = 0$ 确定的函数称为隐函数. 例如, $2x - y + 3 = 0$, $xy = e^{x+y}$ 都是隐函数.

为了区别, 我们前面讨论的函数称为显函数. 如 $y = 2x$, $y = e^x$ 等都是显函数, 分段函数也是显函数. 注意, 一部分隐函数能够化为显函数, 也有一部分隐函数不能够化为显函数.

例如, $2x - y + 3 = 0$ 可化为显函数 $y = 2x + 3$, 而 $xy = e^{x+y}$ 无法化为显函数.

③ 由参数方程所确定的函数. 有时候, 变量 x 与 y 之间的函数关系由参数方程

$$\begin{cases} x = \phi(t) \\ y = \varphi(t) \end{cases}$$

来确定, 其中 t 为参数, 这种函数称为参数方程确定的函数.

如 $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ 就是参数方程确定的函数, t 为参数. 参数方程确定的函数消去

参数 t 后可化为显函数或隐函数形式.

2) 列表法 用列出的表格来表示两个变量的函数关系.

例如, 数学用表中的平方表、平方根表、三角函数表, 还有银行里常用的“利息表”等等都是用列表法来表示函数关系的.

又如, 表 1-2 也是用列表法表示函数关系的.

表 1-2 某校的在校人数统计表

年份	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
数量/人	2563	2786	2889	3024	3086	3128	3354

3) 图像法 就是用函数图像表示两个变量之间的关系.

例如, 气象台用自动记录器, 描绘温度随时间变化的曲线就是用图像法表示函数关系的.

(2) 函数值与函数表达式的求法

定义 1.4 当自变量 x 在其定义域内取一个确定的值 a 时, 函数 $f(x)$ 的对应值称为函数 $f(x)$ 在 $x = a$ 处的函数值, 记做 $f(a)$.

$f(a)$ 是由 a 代替函数表达式中的 x 而得到的.

例1 设 $\varphi(x) = \frac{|x-1|}{x^2-1}$, 求 $\varphi(0)$, $\varphi(a)$.

分析: 此函数带有绝对值. 所以, 求 $\varphi(a)$ 时要根据 a 的情况进行讨论.

$$\text{解 } \varphi(0) = \frac{|0-1|}{0^2-1} = \frac{1}{-1} = -1;$$

$$\varphi(a) = \frac{|a-1|}{a^2-1} = \begin{cases} \frac{1}{a+1} & a > 1 \\ -\frac{1}{a+1} & a < 1 \text{ 且 } a \neq -1 \end{cases}.$$

例2 已知

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in (0, +\infty) \\ 1 & x = 0 \\ -x+1 & x \in (-\infty, 0) \end{cases},$$

求 $f(-1)$, $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

解 因为 $-1 \in (-\infty, 0)$, 所以, $f(-1) = (-x+1) \Big|_{x=-1} = -(-1)+1=2$;
 $f(0)=1$;

因为 $\frac{1}{2} \in (0, +\infty)$, 所以, $f\left(\frac{1}{2}\right) = x+1 \Big|_{x=\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

例3 已知 $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$, 求 $f(0)$, $f(1)$, $f(a)$, $f(f(x))$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$.

解 $f(0) = \frac{0-3}{0+2} = -\frac{3}{2}$; $f(1) = \frac{1-3}{1+2} = -\frac{2}{3}$; $f(a) = \frac{a-3}{a+2}$ ($a \neq -2$);

$$f(f(x)) = \frac{f(x)-3}{f(x)+2} = \frac{\frac{x-3}{x+2}-3}{\frac{x-3}{x+2}+2} = -\frac{2x+9}{3x+1} \quad \left(x \neq -\frac{1}{3}\right);$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}-3}{\frac{1}{x}+2} = \frac{1-3x}{1+2x} \quad \left(x \neq 0, x \neq -\frac{1}{2}\right).$$

例4 已知 $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \\ x+1 & x > 1 \end{cases}$, 求 $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(a)$.

解 $f(0) = 2\sqrt{0} = 0$, $f(1) = 2\sqrt{1} = 2$, $f(2) = 2+1 = 3$,

$$f(a) = \begin{cases} 2\sqrt{a} & 0 \leq a \leq 1 \\ a+1 & a > 1 \end{cases}.$$

例 5 设 $f(x+1) = x^2 + 3x + 5$, 求 $f(x)$ 的表达式.

解 令 $x+1 = u$, 则 $x = u-1$, 得

$$f(u) = (u-1)^2 + 3(u-1) + 5 = u^2 + u + 3$$

所以, $f(x)$ 的表达式为: $f(x) = x^2 + x + 3$.

3. 函数定义域的求法

在研究函数时, 只有在其定义域内进行才有意义, 因此, 研究函数首先要确定其定义域. 在实际问题中, 函数的定义域是由其实际意义确定的.

例如, 圆的面积 A 与半径 r 的函数关系是 $A = \pi r^2$, 此函数的定义域是 $(0, +\infty)$.

如果所讨论的函数是由一个解析式 $y = f(x)$ 确定的, 那么, 函数的定义域是使解析式 $y = f(x)$ 有意义的所有实数的集合. 确定函数的定义域通常有以下几种情况.

- 1) 在分式函数中, 分母不能为零.
- 2) 在偶次根式函数中, 根号里的表达式不能为负.
- 3) 在对数函数式中, 真数部分必须大于 0, 底数大于 0 且不等于 1.
- 4) 在三角函数式中, $k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 不能取正切, $k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 不能取余切.
- 5) 在反三角函数式中, 绝对值大于 1 的代数式不能取反正弦和反余弦.
- 6) 如果函数表达式是由几个代数式经过加、减运算组合而成, 则其定义域应取各代数式定义域的交集.

例 6 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{1}{4-x^2} + \sqrt{x-2}; \quad (2) y = \ln(x^2 + x - 6);$$

$$(3) y = \frac{1}{|x+1|-2} + \arcsin \frac{x-1}{5}; \quad (4) y = \begin{cases} 2\sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \\ x+1 & x > 1 \end{cases}$$

解 (1) 要使函数有意义, 必须满足

$$\begin{cases} 4-x^2 \neq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$$

即

$$x > 2$$

所以, 函数的定义域为 $(2, +\infty)$;

(2) 要使函数有意义, 必须满足

$$x^2 + x - 6 > 0$$

即

$$(x+3)(x-2) > 0$$

$$x < -3 \text{ 或 } x > 2$$

所以, 函数的定义域为 $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$;

(3) 要使函数有意义, 必须满足

$$\begin{cases} \left| \frac{x-1}{5} \right| \leq 1 \\ |x+1| - 2 \neq 0 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} -4 \leq x \leq 6 \\ x \neq 1 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

所以, 函数的定义域为 $[-4, -3) \cup (-3, 1) \cup (1, 6]$;

(4) 因为分段函数的定义域是函数的各个定义区间的并集, $[0, 1] \cup (1, +\infty) = [0, +\infty)$, 所以, 函数的定义域为 $[0, +\infty)$.

1.1.3 函数的两个要素

一个函数是由其定义域和对应关系确定的. 所以, 定义域和对应关系构成了函数的两个要素. 对于两个函数, 当且仅当它们的定义域和对应关系分别相同时, 这两个函数才相同.

例 7 判断下列各组中函数是否相同:

(1) $y = x$, $y = \sqrt{x^2}$; (2) $y = x$, $y = (\sqrt{x})^2$;

(3) $y = x$, $y = \sqrt[3]{x^3}$; (4) $y = C$, $y = Cx^0$.

解 (1) $y = x$, $y = \sqrt{x^2}$ 定义域都是实数集 \mathbf{R} , 但是, 它们的对应关系不同, $y = x$ 中 $f: x \rightarrow x$, 而 $y = \sqrt{x^2}$ 中 $f: x \rightarrow \sqrt{x^2} = |x|$. 因此, $y = x$, $y = \sqrt{x^2}$ 是不同的函数.

(2) $y = x$, $y = (\sqrt{x})^2$ 中, $y = x$ 的定义域是实数集 \mathbf{R} , $y = (\sqrt{x})^2$ 的定义域是非负实数集, 它们的定义域不同. 所以, $y = x$, $y = (\sqrt{x})^2$ 是不同的函数.

(3) $y = x$, $y = \sqrt[3]{x^3}$ 定义域都是实数集 \mathbf{R} , 对应关系相同. 所以, $y = x$, $y = \sqrt[3]{x^3}$ 是相同函数.

(4) $y = C$, $y = Cx^0$ 中, $y = C$ 的定义域是实数集 \mathbf{R} , $y = Cx^0$ 的定义域是非零实数集, 它们的定义域不同. 所以, $y = C$, $y = Cx^0$ 是不同的函数.

1.2 函数的特性

函数的四种特性是指函数的奇偶性、单调性、有界性和周期性, 列表归纳如下:

表 1-3 函数的四种特性

特性	定义	几何特性
奇偶性	若 $y=f(x)$ 的定义域关于原点对称, 且 (1) $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数 (2) $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数 否则, 称 $f(x)$ 为非奇非偶函数	奇函数的图像关于原点对称 偶函数的图像关于 y 轴对称
单调性	若对于任意的 $x_1, x_2 \in (a, b)$, 且 $x_1 < x_2$. 若 (1) $f(x_1) < f(x_2)$, 称 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加 (2) $f(x_1) > f(x_2)$, 称 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调减少	单调增加函数图像趋势为“从左向右呈上升状” 单调减少函数图像趋势为“从左向右呈下降状”
有界性	若存在常数 $M > 0$, 使对一切 $x \in (a, b)$ 有 $ f(x) \leq M$, 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内有界	有界函数的图像在 (a, b) 内全部夹在直线 $y = M$ 和 $y = -M$ 之间
周期性	若对于任意的 $x \in D$, 存在正数 l , 使 $f(x+l) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为 D 上的周期函数, 称 l 为 $f(x)$ 的周期, 称 l 的最小正值为 $f(x)$ 的最小的正周期	周期函数的图像每隔一个周期重复出现一次

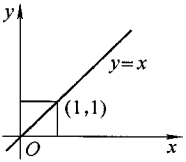
上述四种特性中, 奇偶性和周期性是函数的整体特性. 所以, 等式中所对应的 x 是定义域中的任意值; 而单调性和有界性是函数的局部特性 (如 $y = \frac{1}{x}$ 在 $[1, 2]$ 上有界, 而在整个定义域上无界), 它所对应的区间可能是定义域的全部, 也可能是定义域的一部分. 这四种特性是从不同角度来研究函数的.

1.3 初等函数

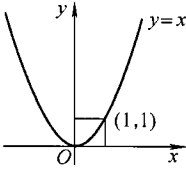
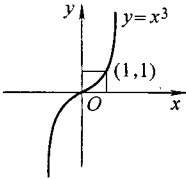
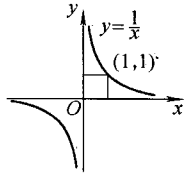
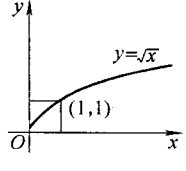
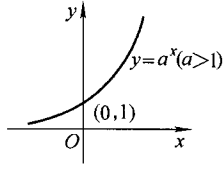
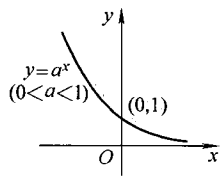
1.3.1 基本初等函数

定义 1.5 幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数. 基本初等函数应用非常广泛, 我们必须熟记它们的定义域、图像及性质, 见表 1-4.

表 1-4 基本初等函数的定义域、图像及性质

函数	定义域与值域	图像	特性
幂函数 $y = x$	$x \in (-\infty, +\infty)$ $y \in (-\infty, +\infty)$		奇函数 单调增加

(续)

	函 数	定义域与值域	图 像	特 性
幂 函 数	$y = x^2$	$x \in (-\infty, +\infty)$ $y \in [0, +\infty)$		偶函数 在 $(-\infty, 0)$ 内单调减少 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加
	$y = x^3$	$x \in (-\infty, +\infty)$ $y \in (-\infty, +\infty)$		奇函数 单调增加
幂 函 数	$y = x^{-1}$	$x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ $y \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$		奇函数 在 $(-\infty, 0)$ 、 $(0, +\infty)$ 内分别单调减少
	$y = x^{\frac{1}{2}}$	$x \in [0, +\infty)$ $y \in [0, +\infty)$		单调增加
指 数 函 数	$y = a^x$ ($a > 1$)	$x \in (-\infty, +\infty)$ $y \in (0, +\infty)$		单调增加
	$y = a^x$ ($0 < a < 1$)	$x \in (-\infty, +\infty)$ $y \in (0, +\infty)$		单调减少