

4

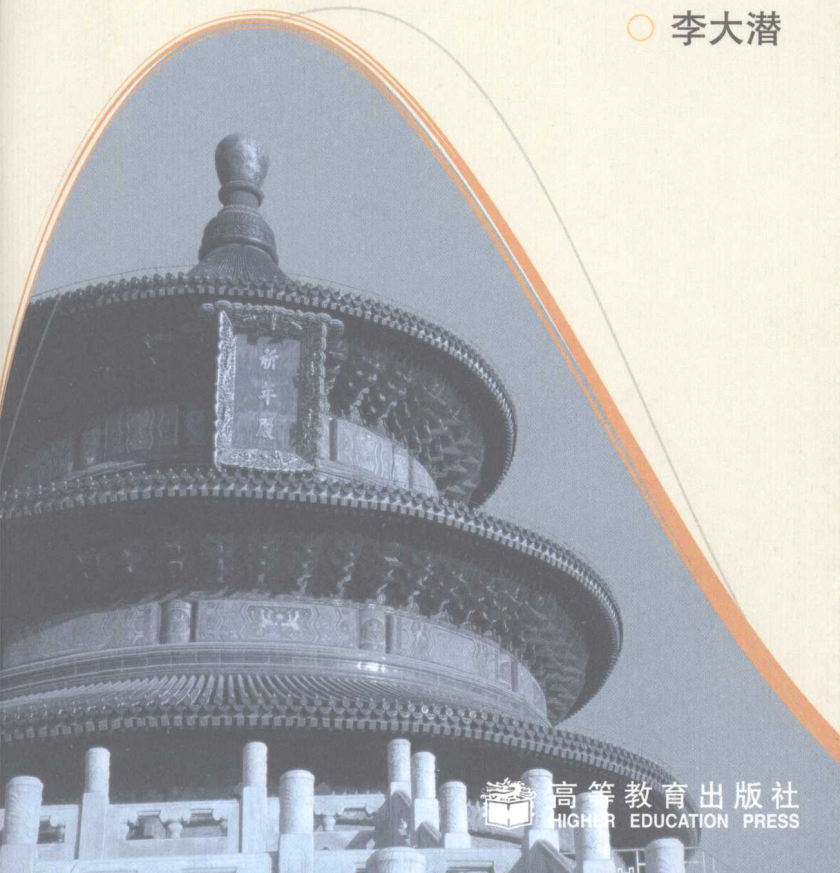
“十一五”国家重点图书出版规划项目

□ 数学文化小丛书

李大潜 主编

圆周率 π 漫话

○ 李大潜



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

“十一五”国家重点图书出版规划项目

数学文化小丛书

李大潜 主编

圆周率 π 漫话

李大潜

高等教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

圆周率 π 漫话/李大潜. —北京: 高等教育出版社,
2007. 12

(数学文化小丛书/李大潜主编)

ISBN 978-7-04-022367-5

I. 圆… II. 李… III. 圆周率-普及读物
IV. O123.6-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 160654 号

策划编辑	李蕊	责任编辑	崔梅萍
封面设计	王凌波	责任绘图	杜晓丹
版式设计	王艳红	责任校对	杨雪莲
责任印制	韩刚		

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网 址	
			http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com
			http://www.landaco.com.cn
印 刷	北京鑫丰华彩印有限公司	畅想教育	
			http://www.widedu.com
开 本	787 × 960 1/32	版 次	2007 年 12 月第 1 版
印 张	2	印 次	2007 年 12 月第 1 次印刷
字 数	33 000	定 价	6.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 22367 - 00

李大潜

复旦大学数学科学学院教授，中国科学院院士，第三世界科学院院士，法国科学院外籍院士。曾任复旦大学研究生院院长、中国数学会副理事长、上海市科学技术协会副主席。现任中法应用数学研究所所长，教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会主任委员，中国工业与应用数学学会（CSIAM）理事长，国际工业与应用数学联合会（ICIAM）执行委员。

数学文化小丛书（第一辑）

□ 遥望星空（一）

——人类怎样开始认识太阳系

齐民友

□ 遥望星空（二）

——牛顿·微积分·万有引力定律的发现

齐民友

□ 几何学在文明中所扮演的角色

——纪念陈省身先生的辉煌几何人生

项武义

□ 圆周率 π 漫话

李大潜

□ 黄金分割漫话

李大潜

□ 从赵爽弦图谈起

李文林

□ 费马大定理的证明与启示

周明儒

□ 二战时期密码决战中的数学故事

王善平 张莫宙

□ 数学中之类比

——一种富有创造性的推理方法

王培甫

□ 连分数与历法

徐诚浩

数学文化小丛书编委会

- 顾 问：谷超豪（复旦大学）
项武义（美国加州大学伯克利分校）
姜伯驹（北京大学）
齐民友（武汉大学）
王梓坤（北京师范大学）
- 主 编：李大潜（复旦大学）
- 副主编：王培甫（河北师范大学）
周明儒（徐州师范大学）
李文林（中国科学院数学与系统科学研究院）
- 编辑工作室成员：赵秀恒（河北经贸大学）
王彦莹（河北师范大学）
张惠英（石家庄市教育科学研究所）
杨桂华（河北经贸大学）
周春莲（复旦大学）

本书责任编辑委：周春莲

数学文化小丛书总序

整个数学的发展史是和人类物质文明和精神文明的发展史交融在一起的。数学不仅是一种精确的语言和工具、一门博大精深并应用广泛的科学,而且更是一种先进的文化。它在人类文明的进程中一直起着积极的推动作用,是人类文明的一个重要支柱。

学好数学,不等于拼命做习题、背公式,而是要着重领会数学的思想方法和精神实质,了解数学在人类文明发展中所起的关键作用,自觉地接受数学文化的熏陶。只有这样,才能从根本上体现素质教育的要求,并为全民族思想文化素质的提高夯实基础。

鉴于目前充分认识到这一点的人还不多,更远未引起各方面足够的重视,很有必要在较大的范围内大力进行宣传、引导工作。本丛书正是在这样的背景下,本着弘扬和普及数学文化的宗旨而编辑出版的。

为了使包括中学生在内的广大读者都能有所收益,本丛书将着力精选那些对人类文明的发展起过重要作用、在深化人类对世界的认识或推动人类对世界的改造方面有某种里程碑意义的主题,由学有

专长的学者执笔,抓住主要的线索和本质的内容,由浅入深并简明生动地向读者介绍数学文化的丰富内涵、数学文化史诗中一些重要的篇章以及古今中外一些著名数学家的优秀品质及历史功绩等内容。每个专题篇幅不长,并相对独立,以易于阅读、便于携带且尽可能降低书价为原则,有的专题单独成册,有些专题则联合成册。

希望广大读者能通过阅读这套丛书,走近数学、品味数学和理解数学,充分感受数学文化的魅力和作用,进一步打开视野,启迪心智,在今后的学习与工作中取得更出色的成绩。

李大潜
2005年12月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/
58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街 4 号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

目 录

一、引言.....	1
二、起源.....	5
三、割圆术——从阿基米德到刘徽(上)	8
四、割圆术——从阿基米德到刘徽(下)	17
五、割圆术(续).....	26
六、别开生面.....	32
七、另辟蹊径.....	41
八、历史的纪录	44
九、 π 的性质.....	48
十、尾声及简短的结论	51
参考文献.....	53

一、引言

圆周率 π 是一个重要的数学常数. 它的知名度很大, 恐怕很少有人不知道它. 一个半径为 r 的圆, 其周长为

$$C = 2\pi r, \quad (1.1)$$

而面积为

$$A = \pi r^2, \quad (1.2)$$

已经成了人们的常识.

在很多地方都可以发现 π 的踪迹. 在法国巴黎的发现宫中, 专门有一个关于 π 的大厅(见图1), 门上方印着联系两个重要数学常数 π 与 e 的欧拉公式

$$e^{i\pi} = -1, \quad (1.3)$$

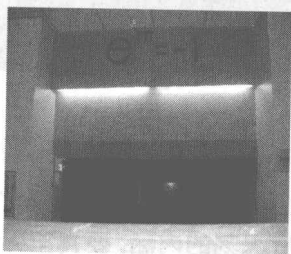


图1

其中 i 为虚数单位,而厅内的墙壁上则以十位小数为一组写着 π 的精确到小数点后707位的数值(见图2),经常有不少学生围着讲解员在进行讨论,给人留下十分深刻的印象.在国外还有以 π 命名的专著丛书和研究所(见图3).世界各地的圆周率爱好者还根据圆周率 π 的头三位数3.14确定每年3月14日为“ π 日”.他们在那天聚会,讨论有关 π 的话题,吃以馅饼(其英文Pie发音与 π 相同)为主的美食,互祝“ π 日快乐”,并开展种种其他的有关活动,以表达他们对圆周率 π 这一数字的热爱.在国内,设在华罗庚先生故乡江苏金坛的华罗庚中学,它的大门就是一个大写的 π 字(见图4);在上海市内热闹地段也可发现有以 π 命名的旅馆(见图5)……

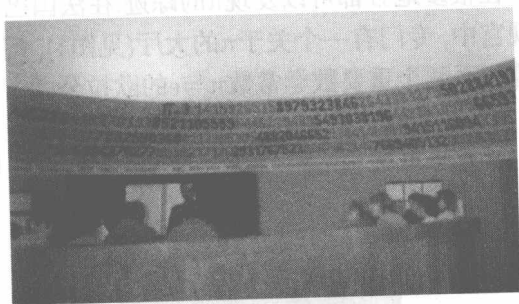


图2

但是, π 这一个常数却很不简单.它不仅有悠久的历史,而且有深刻的内涵,要真正看懂这个从小就打交道的 π ,甚至要用到高深的数学知识.大家可能

不会想到,在以 π 这个记号所代表的数字中竟蕴藏着如此生动而丰富的内容和故事。



图3



图4

有关 π 的故事,涉及人类文明包括数学学科整个发展历史。限于时间、篇幅和水平,在这一本小书中只能以漫话的形式,大体上按历史的发展次序,讲一些基本的事实和重要的片段,希望能有助于读者

对 π 的认识和理解, 并从这一个侧面看到数学发展对人类文明的不可忽视的重要推动作用.



图5

漫和科学的发展, 以及人类对数学的认识, 是相辅相成, 不可分割的. 数学的发展, 是人类文明进步的标志, 也是人类文明进步的动力. 数学的发展, 是人类文明进步的标志, 也是人类文明进步的动力. 数学的发展, 是人类文明进步的标志, 也是人类文明进步的动力.

二、起 源

π 的历史,可以追溯到遥远的古代.

在生活及生产的过程中,最早引起人们注意的几何图形大概就是直线和圆.其中圆的图像,从太阳、满月以及一些花朵的形状上可以逐步体会出来.这是一个具有高度对称性的图形,绕其中心转任何一个角度来看都是完全一样的.

开始人们注意到的可能是圆的直径 D ,同样也会注意到圆的周长 C ,并逐步加深了对它们之间关系的认识.从注意到圆这一图形,到发现圆周长 C 和直径 D 之间有正比例关系,一定经过了很长的时间,最终达到了这样的认识:圆周长 C 和直径 D 成正比,而比例常数即为圆周率,现在记为 π .于是有

$$\frac{C}{D} = \pi \quad (2.1)$$

或

$$C = \pi D. \quad (2.2)$$

由于 $D = 2r$, (2.2)式即(1.1)式.

这里必须说明,将圆周率记为 π ,是在大数学家欧拉于1737年采用后才为大家普遍接受并成为通用的记号,并不是一开始就如此的.但为叙述方便起见,在本书中我们一开始就用 π 来表示圆周率.

公式(2.1)或(2.2)对不同直径的任何圆都是成立的。因此， π 是一个普适的常数，和圆的半径(或直径)的大小无关。

那么， π 的值究竟是多少呢？

根据最早有文字的记载，在公元前2000年左右，巴比伦人(在今伊拉克地区)就给出

$$\pi = 3\frac{1}{8} = 3.125, \quad (2.3)$$

而埃及人在公元前2000年前已用了

$$\pi = 4\left(\frac{8}{9}\right)^2 = 3.1605. \quad (2.4)$$

和我们现在熟知的 $\pi \approx 3.1416$ 相比较，可知(2.3)式给出的 π 值比实际值小，而由(2.4)式给出的 π 值则比实际值大。

我们国家的情况，由于缺少早期的资料，只知道在公元前1200年还在使用

$$\pi \approx 3, \quad (2.5)$$

并一直使用了好几个世纪。这就是所谓的“径一周三”。这不算是一个先进的纪录，但在公元前550年左右的旧约圣经上，实际上也还是使用了(2.5)式。到了公元130年，在后汉书上则采用了

$$\pi \approx 3.1622, \quad (2.6)$$

此值很接近于 $\pi \approx \sqrt{10}$ 。

至于印度, 在公元400年左右, 已用了

$$\pi \approx 3.1416. \quad (2.7)$$

以上这些, 都是关于 π 的数值的早期结果. 它们只是一些猜测与估计, 并没有提出一个明确的数学方法可以原则上将 π 的数值计算到任意的精度, 答案也是千差万别的.