

非线性力学理论与实践

THEORY OF NONLINEAR
MECHANICS AND ITS APPLICATION

主编 谢和平

Chief Editor Xie Heping

中国矿业大学出版社

PUBLISHING HOUSE OF CHINA
UNIVERSITY OF MINING AND TECHNOLOGY

庆贺陈至达教授七十寿辰

非线性力学理论与实践

**THEORY OF NONLINEAR MECHANICS AND
ITS APPLICATION**

PROFESSOR CHEN ZHIDA 70TH ANNIVERSARY VOLUME

主 编 谢和平

副主编 尚 勇 安里千

何满潮 缪协兴

Edited by

Xie Heping, Shang Yong, An Liqian

He Manchao and Miao Xiexing

中国矿业大学出版社

Publishing House of China University
of Mining and Technology

内容提要

本书汇集了陈至达教授及其学生们在现代力学研究方面的最新研究成果,共计论文 36 篇。这些论文,从不同角度阐述、论证和发展了非线性力学理论,并反映了该理论在实践应用方面的研究成果。这是谢和平等 30 余位陈至达教授的学生们,在陈教授 70 华诞之际,献给陈教授的最珍贵的礼物。

本书可供从事力学教学与研究方面的专家与学者们参考。

责任编辑 刘社育 陈贵仁
张乃新 白海新

非线性力学理论与实践

主编 谢和平

中国矿业大学出版社 出版发行

新华书店经销 北京地质印刷厂印刷

开本 787×1092 mm1/16 印张 17.75 字数 417 千字

1997 年 9 月第一版 1997 年 9 月第一次印刷

印数:1~500 册

ISBN 7-81040-707-4

O·51

定价:45.00 元

序

值此陈至达教授 70 华诞之际,他在海内外的学生相聚于北京,举行陈至达教授非线性力学的理论与实践和教育思想学术研讨会,并出版这本“非线性力学的理论与实践”论文集,这是一件十分有意义的事。这本论文集汇集了陈先生学生们的精华论著,从不同角度阐述、论证和发展了陈至达教授在现代力学研究方面的成就,这是他的学生赠送给陈先生最珍贵的寿辰礼品。

陈至达教授几十年如一日,勤奋耕耘,严谨治学,在理论研究方面孜孜探索、勇于创新。他提出的以和式分解定理为核心的非线性有限变形新理论,是现代力学的重要发展,在力学概念、数学方法和应用研究各方面都取得了开拓成果,突破了经典小变形理论框架,使得解决自然科学中的某些疑难问题成为可能。他在接触力学的奇异性问题、更新拖带坐标法、裂纹尖端转动效应、有限变形力学的基本方程、大变形细观力学等研究中都取得了创造性成果,其学术意义得到了国内同行的充分肯定和国家教委、国家科委等部门的褒奖以及国际学术界的高度评价。他是我国著名的力学家。

陈至达教授长期工作在教学第一线,特别在研究生培养方面,业绩突出,为国家高级人才的培养做出了重要贡献。他淡泊名利、为人师表、教书育人,对研究生的指导循循善诱、严格要求、求精求深、鼓励创新。因此,陈先生门下有不少出类拔萃的人才,有的已是我国著名的青年科学家,有的已走上科学、技术、高校等部门的领导岗位,可谓“桃李芬芳”满天下。陈先生是一位成功的教育家。

“非线性力学理论与实践”论文集是一本具有较高学术水平的论文集,这里汇集了陈先生的学生们的最新研究成果,同时也是陈先生学术造诣的体现。对陈先生和他的学生们的成就,谨表衷心的祝贺。

非线性力学在理论上要走的路还很长,需要解决的问题也很多,特别在实践应用方面,希望它能成为坚实的理论基础。衷心祝愿陈至达教授在非线性力学理论和应用领域的研究取得更多的成果,祝愿陈先生为国家培养出更多的高层次优秀人才。陈先生的学生们以

及我校的每位科技教育工作者,都应学习陈至达教授的严谨治学、勤奋求索、勇于创新、为人师表的风范,向科学技术的新领域、新高峰奋力攀登,为祖国的科技教育事业的发展、为祖国更加辉煌灿烂的明天做出新的更大的贡献。

郭育光
九七年九月

学之良师 德之楷模

——献给导师陈至达教授七十华诞

有幸从师陈至达教授。他的渊深学识和谆谆教诲,使我们获益甚丰。他的赤诚和品德,堪称我们做人的楷模。适逢导师七十华诞,我们谨以此文献给导师,寥表对浩大师恩的寸草之心。

(一)

陈至达教授学术成果丰硕,蜚声国内外力学界。他的学术成就源于现实的应用前景、渊深的哲学思维、广博的知识领域、锲而不舍的攀登精神和超人的勤奋。

他是新中国成立之初清华大学毕业的优秀研究生,是钱伟长和张维大师的首批高足。50年代初,他着手研究冶金轧机圆盘线材的塑性变形问题,并以独特的见解在力学界初露锋芒。在研究有限变形问题中,他敏锐地认识到经典力学理论的缺陷,对著名的 Green 应变公式提出了理论上的挑战。他较早地把张量分析和拖带坐标系应用于大变形理论的研究,大胆地提出了变形的和分解定理,以取代传统的积分解理论。

变形的和分解定理(简称 S-R)定理,被同行不少人称之为陈氏理论,是陈至达教授对有限变形理论研究的重大突破,对非线性力学的发展起着积极的推动作用。“和分解”定理和经典的“积分解”定理虽一字之差,但它有着坚实的哲学基础,更客观、科学地对大变形进行了数学表述,提出了准确有限应变的公式。之后,陈教授根据热力学第二定律,描述了有限变形的物性方程,提出了拖带坐标系下与新的有限应变相对应的应力客观速率公式。陈教授将 S-R 定理应用于板壳大变形问题的研究,推演出一套新的板壳大变形理论。

陈教授还把有限变形理论与实验力学相结合,创造了新的实验理论和方法,指导学生研制了自动光弹、云纹和激光变形频谱实验仪器。他还指导学生将新的有限变形理论广泛用于研究岩石力学大变形、金属弹性大变形、断裂力学、生物力学等多个领域,推动这些领域的研究取得新的进展。他更注重应用新的理论解决实际问题,在有限变形的变分理论、非线性有限元理论研究方面取得众多成果,并指导学生们编写了用于解决不同工程问题的非线性有限元程序。他的众多论文,特别是《有理力学》、《杆板壳大变形理论》等学术著作,在国内外力学界产生了重要影响,使其在有限变形理论研究和应用方面成为有影响的学派。

(二)

陈至达教授赤诚的爱国精神和拼搏奉献精神更为广大科技工作者树立了楷模。

他出身在一个教育家和实业家的家庭。他的父亲在学生时代就参加了“五四”运动,后移居海外,成为东南亚有影响的实业家。他的亲戚大多是新加坡、马来西亚等地颇具实力的企业家。他少年时代就爱好科学,立志献身于科学事业。他富贵而不淫,甘愿清苦,选择了

以知识报国之路。

命运对这位善良、赤诚的科学家并不公平。1957年正当他风华正茂、才华横溢、在力学界初露头角之时,只因讲了几句实话,被错误地扣上了“右派”的帽子,从此政治上遭受歧视,科研受到干扰。他忍辱负重,仍兢兢业业搞好教学,埋头刻苦搞研究。特别是“文化大革命”十年浩劫之中,他在政治上、身心上遭到更大的摧残。随着原北京矿业学院搬迁到重庆的华莹山区,矮小的他要象壮劳力一样搬运石料,后来受照顾上山看管水源,他仍是整身心投入,认真尽力做好。晚上拖着疲惫不堪的身体,坐在低矮简陋的窝棚里还坚持在昏暗的灯光下读书。他正是凭着对祖国赤诚的爱和坚定的信念,忍耐、企盼,等待以知识报效祖国。

“文化大革命”结束后,出国潮渐起。他在海外的亲人们纷纷劝他去国外工作。他如果去国外,其工作、生活条件与当时国内相比简直是两个世界。可他感到国家科学、教育百废待兴之时,更需要他留下来工作。他义无反顾,毅然坚定地留下来,全身心地投入到教学、科研工作中去。他对金钱、物质享受从来漠然置之,在艰苦的工作和生活条件下,加倍努力地工作,把十几年动乱耽误的时间夺回来,为把祖国的科学和教育事业搞上去尽自己的全力,这也许是受他父亲爱国精神的影响。他的父亲早年参加革命,解放前曾资助厦门地下党,出国前勉励陈至达教授要为祖国的教育与科学事业作贡献,不图名利。年迈的老父亲退休后放弃了海外豪华的别墅及其优越的生活条件,也不到美国担任研究室主任的大儿子家团聚,而是回国与二儿子陈至达教授一起住在低矮的平房中。老人就是在平房中静静地走完了人生最后的历程。一个颇为富裕的大实业家,竟选择在祖国当时还较清苦的生活环境中度过余生,但他为落叶归根而欣慰。这种纯朴、赤诚的爱国之情更激励了陈至达教授报效祖国的热情。他以超人的勤奋和毅力,将自己的智慧化成一个个丰硕的科研成果,哺育了一个又一个的青年科技人才。陈至达教授多次出国进行学术交流,国外学术界对其成果给予高度评价。他并没把这看作是自己的荣誉,而将其作为中国人的自豪。每当他回国后向我们谈及此事,我们总分享着作为一个中国人的自尊和骄傲。

陈至达教授当选为全国人大代表期间,他不顾工作繁忙,认真听取和收集广大教职工的意见,通过提案、建议等形式把这些意见反映到国家最高权力机关,为行使人民赋予的权力、参政议政而尽职尽责。

陈教授夜以继日地探索、钻研,终积劳成疾。1984年身患糖尿病,躺在病床上,他的脑海仍不停地思考着研究课题,仍吃力地指导学生毕业论文中的一些重要问题。糖尿病未愈,又患面部神经麻木,舌头发硬,讲话十分困难。就是在此困境下,他毅然带病赴杭州给全国“应用数学和力学”讲座班讲学。说每句话他要比常人多付出几倍的代价,一天三个多小时,一连坚持了五天,使听课的同志们无不感动。1995年,他赴杭州参加学术会议,突发心肌梗塞,在医护人员的尽力抢救下才转危为安。据师母讲,这次遵医嘱对他的工作进行了“严格限制”,但他难以安静休养,常偷偷地进行工作。陈教授就是这样,为了事业、为了祖国,他竭尽全力忘我奉献,赤胆忠心顽强拼搏,他用心血谱写了一个个辉煌的成果,树立了科学家爱国奉献的一代风范。

(三)

陈至达教授的科学成就享有盛誉,他的科学道德和高尚的品格更是有口皆碑。

不论学术观点是否相同,他都谦虚谨慎,对人十分尊重。在力学界传为佳话的是他和北

京大学郭仲衡教授的特殊友谊。郭仲衡教授也是长期从事有限变形理论研究的知名学者。在学术观点上,与陈至达教授有较大的分歧,两人也经常在学术刊物上进行学术讨论、争鸣。但是,这两名学者相互尊重,结下了深厚的友谊。我们几个研究生毕业答辩时,陈教授把郭仲衡先生请来作答辩委员会主席。虽然开始我们捏着一把汗,但在答辩过程中,我们深深感到这两位大师的博学渊知,感受到他们这种博大胸怀和高尚品格的魅力。

陈教授诲人不倦,他是良师,更象慈祥的长者。我们中的许多研究生原都是从不同专业考来的,不少力学、数学基础并不扎实,他针对每个人的情况,对症下药,重点加强,大家都感到从师于他压力很大,收益更大,进步很快。在学术上,他对学生们从来平等相待、相商。他鼓励学生们要大胆地提出他的理论的不足之处,我们深刻的记得他那句话:“谁要指出我理论中的不足,我给他 100 分,学术成果就是在不断地完善中尽善尽美”。他工作繁忙,指导的博士、硕士生数量较多。不论何时,只要到他家去求教问题,他总是热情接待,耐心解答。学生们每取得一些成绩,他热情鼓励,并创造尽可能多的机会,让我们到有关学术活动中学习、交流。

他重授知识,更重德育,以言传身教,塑造学生的人生。发表论文时,他总是把学生的名字放在前面,自己的名字放在最后。他平易近人,毫无知名教授的架子,与学生甚至工人们都打成一片。学生们生活中有困难,他知道后总是伸出热情之手。有位学生的妻子生育,他亲自跑到市里给买来补品……。

回想起我们的成长过程,无不感到导师高尚品格对我们人生的影响和感召,在我们的心中树起了一座崇高的丰碑。他矢志不渝,追求高尚的情操。江泽民总书记倡导科技界发扬的“爱国主义、求实创新、拼搏奉献、团结协作”四种精神,在陈至达教授身上得到完美的体现。他身上有着渊博的学识,更有着精神文明的丰富营养。我们为遇陈至达教授这样的导师而荣幸和自豪。

时逢导师七十寿辰,我们有着不尽的感谢和衷心的祝福,祝愿他健康长寿、青春永驻。

最后,谨以此诗献给导师:

学坛垦耕逾古稀, 荣辱淡泊志不渝。
赤诚丹心昭日月, 冰清玉洁贯今昔。
硕果累累享盛誉, 桃李莘莘创伟绩。
师情浩淼寿无垠, 力谱辉煌慰恩师。

1997 年 7 月

目 录

01	科学和科学的认识论·····	陈至达	(1)
02	岩石的非线性力学研究现状与发展趋势·····	谢和平 尚 勇 陈忠辉 周宏伟	(3)
03	光弹性等倾线全场采集和处理方法 ·····	安里千 王素兰	(10)
04	三峡库区边坡稳态 3S 实时工程分析系统研究·····	何满潮 崔政权 蒋宇静 蒋文彪 姚爱军	(15)
05	采动岩体的非线性力学理论研究 with 展望 ·····	缪协兴	(19)
06	岩石圈俯冲挠褶流变演化 ·····	韩玉英 王维襄	(26)
07	Application of rational mechanics in mathematical model and numerical simulation of crystal growth ·····	Qin Zhong	(32)
08	对于群速度和能速度关系的研究 ·····	陈 宇	(41)
09	软铁磁薄板磁弹性相互作用理论模型的研究进展 ·····	周又和 郑晓静	(48)
10	The new development on shaft conveyance dynamics and its inspections·····	Y.D. Jiang and T.S. Golosinski	(56)
11	Toughening evaluation of four - star reinforcement particulates in two - phase composites by bem ·····	Wang Chong	(67)
12	Finger 的“极分解”与“S - R”和分解定理的哲学探源 ·····	黄 平	(75)
13	粘弹性流体“挤出胀大”的非线性力学分析 ·····	傅玉成 陈祥福	(79)
14	The updated co - moving coordinate formulation of continuum mechanics based on the S - R decomposition theorem ·····	Li Ping and Chen Zhi - Da	(83)
15	论有限变形理论中的拖带坐标系 ·····	宋彦琦	(97)
16	岩石细观损伤演化的随机方法研究·····	高 峰 谢和平	(103)
17	岩土变形局部化失稳的分叉分析·····	刘夕才	(113)
18	材料非局部模型与变形局部化数值模拟·····	冯吉利 温科伟 韩国城	(122)
19	采动岩体变形破坏与地面沉陷的大变形分析·····	崔希民	(133)
20	石油工程中的几个岩石力学问题研究·····	陈 勉	(140)
21	A new method of plasticity theory ·····	Li You	(148)
22	推覆构造的运动学研究·····	杨成永	(156)
23	Fractal asperity model of rock joints·····	J. A. Wang, H. Xie and M. A. Kwasniewski	(165)
24	钢纤维增强混凝土的损伤演化阈值·····	鞠 杨 孙华飞	(179)
25	土体物理力学过程的分形模型·····	周宏伟 谢和平	(185)
26	采动影响下岩层大范围移动规律的分形及损伤力学研究·····	谢和平 于广明	(191)
27	有限变形频谱模式的计算机自动处理与识别·····	刘艳华	(200)

28	采动地表移动变形预计的普适性模型·····	赵国旭	谢和平	(206)
29	形状记忆材料的实验研究·····	傅玉成		(212)
30	阜新矿区王营井田煤层断裂的三维转动场分析·····	李玉林	杨锡禄	孟昭平 (215)
31	开采沉陷中的大转动与应力分析·····	杨 硕	崔希民	(222)
32	地质构造变形的应变—转动分析·····			
	·····	孟召平	王 冲	彭苏萍 杨锡禄 李玉林 (225)
33	采矿沉陷控制及煤炭资源可持续开采·····	何满潮	赵经彻	徐向阳 王旭春 (230)
34	三峡库区巫山古滑坡系统构造形变场研究·····			
	·····	何满潮	崔政权	陈鸿汉 鹿 粗 武 雄 (236)
35	三峡库区巫山古滑坡系统的微观分析·····	鹿 粗	何满潮	陈鸿汉 武 雄 (243)
36	边坡岩体水力学作用的研究·····			
	·····	何满潮	姚爱军	鹿 粗 武 雄 姜衍祥 王旭春 张 晗 (248)
37	节理裂隙岩体非线性力学分析原理综述·····	焦书印	吴 文	吴玉山 (253)
38	一个张开型裂纹和一个圆型热错配夹杂物交互作用的应力场·····	王 锐		(260)
39	Dislocation image force at crack TIP ·····	Pan Kelin and Ji Xing		(264)
附录 1	陈至达教授简历及学术成就简介 ·····			(267)
附录 2	陈至达教授论文著作目录 ·····			(269)

科学和科学的认识论

陈至达

(中国矿业大学北京研究生部 北京 100083)

摘 要 本文的目的在于说明科学的发展要有正确的科学认识论。文中通过非线性有限变形力学的发展说明其哲学含义的实际作用。

关键词 科学学 认识论 非线性几何场论 力学

认识论世界是人具有的天赋能力。所有的生物,无不如此,否则就无法生存。低等的生物认识周围环境与生存条件依靠的是生物遗传的本能。它们的天生认识能力是极其局限的。人类之所以能主宰世界,不断地创造和改善生活的环境,形成美好的社会,根本的一点是人类不但人人有天赋的思想能力,还能凭直观地经验感觉上升到理性思维,理性思维使我们从现象的外在的表现进而考虑到它的内在实质,起到去粗取精、去伪存真的作用。理性思维的对象就是寻求真实内涵。哲学研究的是理性思维的方法,方法的目标不是说结果应当是这样或大概就是那样,而是说真实就应这样。这是科学的哲学基础。

科学是人类认识自然与社会客观规律的系统总结。没有科学也就没有教育与学校,如一切都是杂乱无章,便无所谓教育。儿童学习语言,正因为语言有语言现象的规律与科学。模棱两可的语法便无法构成可以通用识别的文字。

在自然的认识中,最基本的是空间和方向:上、下、左、右、前、后。但仅有当笛卡尔创造了直线坐标系的理性概念后,才有了空间的数学。这是从直观经验上升到科学的一个哲学思维的理性结果。有了空间的数学标架定位,我们才有变位(位置变动)的测量。有了变位的测量方法,我们才建立物体变形的概念。

直观的经验并不一定是“实在”的,主观的自以为是、不反映经验实质的表面论断,可以构成伪科学。17世纪的牛顿,将自己的力学著作称为《自然哲学的数学原理》,一生享有伟大哲学家的盛誉。其原因是物理学是经验的科学,牛顿总结的物体运动三大定律的目标乃是求得自然现象的普遍遵守的规律,求得普遍命题。按照哲学家黑格尔的说法是求得当前事物的“实在”思想。牛顿的科学定律反映了自然物体的实在(或真实)运动定律,并用数学原理加以定性和定量化,建立了不朽的科学功绩。认识世界,如果缺乏科学的认识论,就形成不了科学。现代教育中所用的科学著作,其目的也就在于用正确的认识论教育学生,使他们能在短时期内正确地认识世界。但正确认识论的获得,往往比知识的获取更为困难。因为知识的取得可以通过书面因素直接摄取,但认识论思想的提高必须通过哲学的理性思考。

在科学发展中,离开不了数学。数学、理论、经验在科学发展中是交叉进行的。但任何数学理论的公式必须通过经验和实验的证实,否则它只是一种形式,而最终不能成为科学的理论。实践是检验真理的标准是一条基本准则。

爱因斯坦的广义相对论,将科学的认识论提高到一个新的水平。他认为一个正确的物理

方程,不但方程中各项的物理属性(物理量纲)要一致,而且一个表现实在的物理方程,其性质应不因观察者标架的变换而变,即一个表现实在的物理方程应具有对坐标系变换的不变性。在他的研究中找到张量分析作为合理的数学工具。英国的 Eddington 并将这种物理思想归纳为广义量纲原理(参见《有理力学》的引述)。以牛顿力学为基础的变形体力学是根据三维空间宏观物体的变形实验观察结果建立起来的,它和人们的日常经验是一致的。而广义相对论研究的是四维时空的变形,它的变形可以由区域外的物质引起。要描述这种变形须采用黎曼微分几何学的尺规度量方法,因此种方法具有客观性和更大的数学普遍性。

最新发展的非线性几何场论,它的目标是解决三维空间物体的任意形式有限变形运动的表述。从数学方法上看,它和广义相对论是一致的。新理论建立的力学方程组具有严格的客观性。这表明广义相对论的力学几何化的认识论,反过来,又促进了三维空间物体一般变形运动的合理几何学的建立。爱因斯坦在 1920 年的一篇演讲中说:空间的物理性质不仅取决于相对位置和相对速度,而且取决于它的转动状态,这种转动状态在牛顿力学中客观化为实在可察觉。在时空中,我们还必须把另一种不可察觉的东西也看成是实在的。

在宏观力学中,转动的概念首先是在摒弃物体的可变性采取刚体的假设而建立。Euler—Rodrique 的刚体空间转动公式是和变形的认识分开的,而在 Cauchy 的微小变形的应变公式中又将转动的影响认识忽略了。另一方面由于教育的分科方式,使学者习惯于将转动和形变当作二个独立事项看待。这种错误的观点导致在非线性的连续体力学理论中出现了所谓位移场的乘积分解定理,这个定理由于将形变现象与线段转动同时存在的事实分开成为二个独立可分出先后次序的变换过程,在数学上成为非唯一的形变度量,模棱两可,不符合科学的认识论。将近一个世纪以来,许多数学家长期寻找极分解定理的三维空间形变度量的准确数学解答,而始终没有合理的结果,根本原因是古典的乘积定理对空间转动与形变的几何表现没有正确的认识所导致。

在近代的三维空间非线性几何场论中,以连续变换群的思想方法为基础建立的 S—R 分解定理解脱了有限变形力学理论体系的危机,使之获得生命力,生机勃勃地进入了发展的新阶段。一些经典难题获得了解决的新途径。

另一方面,S—R 定理确定了位移场中每一点邻域的局部转动和形变,由 Fourier 光学所证实,补充了广义相对论场论数学方法的不足。在新理论的基础上,我们可以建立固体、流体、电磁学的统一场论。对此问题,特别是 19 世纪的物理学家,虽致力于此目标,但收效甚微。

自新的非线性有限变形力学理论建立以来,我和我的合作者(研究生)致力于新理论的发展及工程应用,已取得十分显著的成就。他们的贡献将具有长远的科学影响。

参 考 文 献

- [1] 陈至达. 有理力学. 徐州:中国矿业大学出版社,1988
- [2] 爱因斯坦. 相对论的意义. 北京:科学出版社,1979
- [3] Truesdell C, Noll W. The Non—Linear Field Theories of Mechanics, Handbuch der Physik, Band III /3, Springer—Verlag, 1965
- [4] 黑格尔. 小逻辑. 贺麟译. 上海三联书店, 1954

岩石的非线性力学研究现状与发展趋势*

谢和平 尚 勇 陈忠辉 周宏伟

(中国矿业大学北京研究生部分形力学研究所 北京 100083)

摘 要 非线性科学在岩石力学与工程中得到广泛应用,本文将分散于岩石力学各个领域的一些非线性力学理论及研究成果作了简要回顾与总结,并分析了将来的某些发展趋势。

关键词 岩石力学 非线性力学

1 前 言

岩石力学是一门边缘学科,它以固体力学、流体力学、计算力学、结构力学、弹塑性理论、地球物理等基础理论为依托,以服务于工程建设为目的。长期以来,岩石力学的研究采用多学科合作、协同研究的途径,注重科学实验、理论分析和工程验证三个环节的紧密结合,取得了令人瞩目的成就。但由于岩石力学目前的学科基础仍以线性连续介质力学为基础,因而计算的结果很难适应工程建设的需要。当今复杂条件下的岩土工程如“三峡”工程提出了新的岩石力学研究课题,这些工程投入大、风险高,要求在施工前对工程可靠性和稳定性作出满意的评价,这就需要人们进行定量分析和描述。

从岩石的微观结构上讲,一方面因为大量节理、裂隙的存在,岩石既不是连续介质;另一方面由于岩石仍属于结晶材料,故岩石也不是离散介质。这就说明了从构造本质上讲岩石是一种非线性材料。除此之外,岩石的非线性本质还表现在岩石的变形、演化以及其中裂隙和孔隙空间分布的复杂性和高度无序性等方面^[1~3]。因此,如何刻画岩石的非线性特征、借助相关科学的发展来研究岩石力学问题,已成为岩石力学的前沿领域。

近 30 年迅猛发展的非线性科学是研究自然界中复杂现象和规律的一门学科,被喻为与相对论、量子力学相齐名的 20 世纪出现的三大科学理论之一^[4]。非线性力学作为非线性科学的一个分支,对非线性科学的发展起着积极的推动作用。不仅如此,它还推动了实际工程应用水平的提高。本世纪以来,随着现代数学和计算机科学的迅速发展和工程实践的需要,与固体非线性本构和破坏相关联的力学、数学问题一直受到理论界和工程界的高度重视。随之而来的对固体几何非线性与物理非线性问题的建模和求解方法等课题的探讨成为非线性力学的重点之一,同时初步形成了非线性力学的理论框架及应用领域^[5~9]。目前非线性力学已成为当代力学研究的重要主流。它为新技术、新结构、新材料和新工艺的发展提供了理论基础;而纯数学、应用数学的成就反过来又促进了非线性力学不断取得成功。

众所周知,岩石力学的第一层次学科主题是对岩石力学过程的研究^[10]。在第一层次学科框架范围内,借助当今非线性力学发展岩石力学^[1~3]的定量方法不仅有助于岩石力学本

* 首届国家杰出青年科学基金,国家教委跨世纪优秀人才专项基金资助项目。

学科的发展,而且也将丰富相关学科的研究内容。本文正是在这一思路的前提下,将分散于岩石力学中有关非线性力学的研究内容作一简要回顾与总结,并对某些前沿的研究课题作一简要展望。

2 岩石的有限变形力学理论

如何从本质上描述岩土的大变形大转动问题对正确评价岩土工程的稳定性具有十分重要的意义。该问题的核心是对岩石的本构关系和破坏理论的研究。目前在宏观唯象学基础上发展起来的岩石弹塑性理论、流变学理论已经得到充分发展和完善,并且广泛应用于岩体工程中,但这些理论对岩石非线性本构特性的描述还很不完善。

最近几十年发展起来的非线性几何场力学理论对经典的理性力学和非线性连续体力学在概念和方法上有了重要的进展^[11~16]。这些理论方法对于研究结构大变形与失稳、接触力学、断裂力学以及生物力学等都将起到积极的推进作用。岩土工程中,大变形大转动问题随处可见,经典的描述方法是连续体力学框架内的小变形本构理论。如果岩石在弹性区范围内,这种基于小变形的本构理论是完全可以胜任的,得出的结论也是符合工程实际的。一旦岩石进入破坏和变形失稳后,岩石随即将产生应变软化。金属材料的应变软化特性满足经典弹塑性理论的 Drucker 公设,即应变软化区内不存在唯一的解答。但岩石力学实验表明,Drucker 公设对岩石材料并不适合。有的岩石在软化区内是稳定的,而有的岩石却是不稳定的。不仅如此,即使同一种岩石材料在不同的条件下其软化区的特性也是不同的。可见,经典的唯象学本构理论在描述岩石软化区的物理力学特性时遇到了极大的困难,再加上本构模型中实验参数的随机性和不确定性,使岩石的本构模型更加难于应用于工程实际。因此我们认为,即使仍是在连续体力学的学科框架内,借助于现代非线性几何场力学理论发展能充分反应岩石应变软化区特性的物性方程将是岩石力学一个十分重要的研究方向。如果这一问题能够得到顺利解决,我们将对很多典型的岩土工程问题如边坡和大坝的稳定性,隧道、硐室、巷道等地下工程结构的变形与稳定,矿山开采沉陷等进行全新的分析与评价。

3 分形—岩石力学

岩石的非线性本质还表现在岩石内部微孔隙、微裂隙的复杂性与高度无序性,这种复杂性导致了岩石力学行为的极度复杂性和不可预测性。因此,如何寻求定量的描述方法就成为当务之急。由 B. B. Mandelbrot(1978, 1982)创立的分形几何其研究对象为自然界和社会活动中广泛存在的复杂无序而又具有某种规律的系统,它为自然界中的不规则现象提供了一种定量描述手段,为人们从局部认识整体、从无限认识有限提供了新的方法。正是在这一前提下,我们将分形几何用于系统地研究岩石力学问题,逐渐开拓了“分形—岩石力学”这一新的学科领域。

3.1 岩石节理

岩石是一种地质材料,在其形成过程中以及在以后的地质构造运动过程中,产生了一系列的构造形迹,大到断层、褶曲,小到节理、裂隙,都将影响岩体的物理力学行为,它们的强度、变形阻力和刚度往往比岩石材料低几个数量级。可以说,岩体中裂隙的分布状况及结构面的力学行为往往是工程岩体稳定性的决定性因素。因此,研究结构面的力学行为对于查明整个工程岩体的稳定性是至关重要的。另一方面,工程岩体的物理力学参数具有明显的

尺度效应,该特性是岩体区别于其它材料的固有性质。一般地,实验室获得的岩石参数比实际岩体的工程参数大很多,这种尺度效应也与岩石节理有关,所以对岩体节理力学行为的研究也是能否将实验研究结论推广到工程实际的关键。

谢和平^[17~18]发展了一个节理粗糙性的分形模型。根据节理的表面形态,可以看出它统计意义上相似于传统的 Koch 曲线,因此可用广义的 Koch 曲线生成元来模拟节理的空间构形。根据对标准 JRC 曲线的回归分析,可得出节理表面分形维数与 JRC 的关系如下:

$$\text{JRC} = 85.2671(D - 1)^{0.5679}, \quad r = 0.99 \quad (1)$$

研究表明^[19~21],不规则的节理表面具有很好的统计自相似特征,可以用分形维数加以描述。基于这种思想,根据节理的分形特点,用 Mandelbort - Weierstrass 函数生成不同分维的自仿射分形曲线来模拟实际的粗糙节理面,制成光弹实验试件进行多组的单压和压剪实验,通过拍摄应力光图和接触点的变化来考察和探寻各种分形节理应力场变化、最大剪应力位置分布以及接触点数目等力学性质,以揭示和预测节理的强度特性。

在分维测量中,覆盖法是最通用的方法,它既实用于简单分形,也实用于复杂分形,但对一个工程断裂表面似乎无法进行直接覆盖。至此长期以来,人们才不得不采用位形剖面法和小岛法来近似测定断裂表面的分维以代替真正的分维。我们提出了一种新的分形测量方法——投影覆盖法(Projective covering method),使用这种新的分形测量方法可以直接测定出表面的真正分维值 $D \in [2, 3]$,这是人们在长期研究中一直想解决但未解决的难题之一。据此建立了投影覆盖法的概率分布函数,形成了可直接进行的分形量测计算体系。我们根据投影覆盖法的原理,采用激光表面测量仪(The laser profilometer)对砂岩断裂表面进行了量测,并系统研究了砂岩在不同载荷作用下形成的断裂表面的多重分形行为^[22]。

3.2 岩石强度

强度是岩石的重要物理力学参数。岩石物理力学参数的尺度效应是岩石类材料的固有性质。从宏观上讲,这种尺度效应是由于岩石节理所致;在微观尺度上,由于岩石材料内部各种尺度缺陷随机分布和随机生长,必然导致岩石强度的分散性。

对岩石强度分散性的描述常采用概率非确定性的方法,Weibull 最弱连接单元原理就是其中之一。研究发现^[23],岩石强度与岩石内部裂纹或缺陷分布方式的分形维数 D 有关,即岩石内部裂纹分布的差异,导致岩石强度出现分散性。工程尺度上,岩石强度不仅取决于节理的分布状态和物理力学参数,而且还取决于岩石内部的裂纹分布状况,因此有必要进一步研究岩石的强度性质,建立岩石的宏、细和微观强度统一理论。

3.3 岩爆

地下岩石工程的开挖经常会遇到岩爆等动力现象。目前已有许多研究试图探测岩爆的原因,并预测它们的发生。用来探测岩爆的方法包括:微重力法、流变方法、回弹方法、钻筒屈服法、微地震法、地音探测法等,但没有一种方法是完全可靠的,很少有成功的例子。原因可能有:第一,岩爆等动力现象的物理过程相当复杂,且稍纵即逝,难以准确捕捉到有价值的信息;第二,目前尚无成熟的理论可供借鉴,使得这些方法所获得的测量数据没有充分地利用和开发。

处理岩爆数据时,主要分析岩石噪音源的位置和频率。研究发现^[24],岩爆发生次数与位置的关系是个分形,这就预示着分形理论有可能成为研究岩爆的理论工具。经用不同的半径去覆盖这些点事件的集合,发现有以下规律:

$$M(r) \propto r^D \quad (2)$$

式中: $M(r)$ 为半径为 r 的圆覆盖的微地震数目; D 为岩爆空间分布的分形维数。

岩爆的物理过程可由损伤力学来描述。岩石内的自然损伤在采动应力作用下, 岩体内将产生局部损伤拉应力状态。随着采动应力的增大, 局部微裂隙也相应增加, 且在岩体内的某些区域形成集聚区, 该区域的裂纹密度明显大于其背景区域。随着采动应力的进一步增大, 集聚区将经历一个损伤愈合过程, 此时一部分应变能被吸收, 该过程就是声发射探测中的“平静期”。声发射探测实验表明, 该过程是岩爆发生前的反常现象。损伤愈合过程后, 持续作用的高采动应力使得裂纹非常容易聚集, 此时就可能发生岩爆。

岩爆形成的上述物理过程可由分形理论描述。一个低分维值的出现, 意味着岩体内将形成一个大的断裂表面或断裂体积, 则根据声发射事件分布的分维值减小, 可以预测预报岩爆的发生。

3.4 岩石粉尘

地下施工中, 粉尘是最严重的灾害之一。研究表明^[25~26], 岩石的颗粒和孔隙都表现出分形特征, 即具有统计意义上的自相似性。分形理论用于对粉尘表面形态进行建模的原理是利用对初始元反复复制生成元的过程来模拟粉尘的尺寸分布和空间构形, 也就是说, 运用分形构造过程来进行模拟。为此, 我们从分形的角度提出了一种新的粉尘颗粒尺寸与表面积的计算公式(Xie's Eq.)。这些公式提高了理论计算精度, 为有效监测和保障地下施工环境安全性提供了可靠的理论依据。

3.5 岩体渗流

岩体渗流具有广泛的工程应用背景, 如石油和天然气开采、核废料处理、地震预报、地下水资源开采、岩土工程稳定性、煤与瓦斯突出等。分形用于定量描述孔隙介质的基体和孔隙的空间形状已表现出其它方法无可比拟的优越性。同样, 将分形用于定量描述孔隙介质中的流动与输运性质已进行了初步尝试^[27], 主要方法是将经典扩散方程中的常扩散系数, 代之以包含孔隙尺寸分维和粒子运动轨迹分维的项, 前者决定孔隙介质中的空隙程度, 后者量化粒子轨迹的空间充填性质。此外, 增加型分形构造方法已用于定量描述粘性指延(Viscous fingering)及其相邻流动的湿润相前端的不规则形状, 还根据 Sierpinski 垫片的构造方法建立了理想孔隙介质中颗粒轨迹的模型。

值得一提的是, 与分形有关的一些数学理论和模型如重正化群理论与分形逾渗模型(Fractal percolation)也有可能成为研究岩体渗流的有力工具。从本质上讲, 岩体的渗流过程实际上就是流体对岩体中孔隙和裂隙空间的占据过程, 流体将在岩体内逐渐形成一个比较大的区域, 最后形成渗流态。这一过程实际上就是一种几何意义下的相变, 称之为几何相变。分形逾渗模型能很好地描述这种几何相变, 而临界点附近系统的特征又可用重正化群理论给予很好地描述, 那么我们就可能借助这些成熟的理论和方法对流体在岩土介质中渗流形成的空间形貌和范围给予准确的评价和描述。

4 岩石的突变理论

突变理论是非线性科学的重要组成部分, 是描述自然科学和社会科学中非连续现象的主要的数学工具。其数学渊源在于它的分类定理, 它根据函数的临界点进行分类, 将各种领域的突变现象归纳到不同类别的结构中去, 进而研究各种临界点附近非连续性态的特征。

它有一个显著优点:即使不了解系统的微分方程,通过少数几个假定条件,用几个状态变量就可以预测系统诸多的定性或定量性态。

由于许多自然或人为因素的作用,自然界中不可避免地存在诸如滑坡、岩爆及地震等地质岩体失稳破裂现象,这类普遍具有从一个平衡态跃迁到另一个平衡态的过程正是突变理论所要解决的问题。因此,突变理论一经出现就在岩石力学领域开始应用^[28~30],如用于试样加压失稳、煤岩体失稳、煤柱失稳、浅源地震、滑坡、冲击地压及火山爆发等地质岩体失稳破裂研究,通过分析一般可得到各类岩石失稳的充要条件、失稳判据及失稳烈度等基本准则和参数。此类突变分析一般以系统的远场位移、刚度等参量作为控制变量,考察系统的突跳特性。同时,针对一些岩体失稳的滞后现象,也可视岩体为粘弹性介质,以时间为控制变量,可定量地预测岩体失稳的时间、空间、强度三要素。

基于目前广泛使用的尖点突变模型,突变理论在岩石失稳方面的深入研究和方向有以下几个方面:

(1)突破以前尖点突变的单一突变模式,建立更符合岩土工程实际复杂性的多变量突变模型,探索系统从渐变转变为突变的内部机制;

(2)进一步研究系统处于临界失稳状态时外界扰动对系统失稳的影响规律;

(3)应用突变论的最新数学理论成就“可微映照的奇点理论”,把高等突变理论应用到岩体失稳的研究中。

5 分叉、混沌与岩石力学

混沌理论和分叉理论的出现为解决岩石材料的随机性因素及稳定性的唯一性问题提供了一个全新的方法。分叉理论是研究平衡点之间的过渡与转化(静态分叉)、平衡点与周期解之间的过渡转化(Hopf 分叉)、周期解与混沌之间的过渡与转化(倍周期分叉)等的理论。混沌是非线性耗散系统中存在的一种普遍现象。许多确定性非线性动力学系统在一定的条件下,初值的微小扰动会使系统的长期运动行为发生很大的变化,而呈现出貌似随机的混沌状态。混沌理论就是阐述确定性规律决定的系统走向随机的途径和规律。其主要成功之处就是它提供了把复杂、貌似随机的行为理解为有目的和有结构的某种行为的方法,而不是通常所理解的外来或偶然行为。

根据分叉和混沌理论,可以把岩土工程的失稳破裂理解为一种分叉混沌现象,当荷载达到某临界点时,岩土工程系统的力学平衡控制微分方程的解不唯一;超过该临界点后,可能出现不稳定的解。其演化结果与边界条件、初始缺陷、几何条件以及应力状态密切相关。如果出现不稳定解,岩土系统就可能出现局部剪切带裂隙带破坏或发生大变形屈服失稳。应用混沌和分叉理论不仅能正确解释岩土工程失稳与破坏形式的多样性和非唯一性,而且还可以解释对初始条件敏感性及随机性的特点,即所谓的混沌现象。混沌及分叉理论对岩土工程失稳破裂的解释大多仍停留在定性的描述层次上,一则因为岩土材料的结构复杂性,难以建立符合岩土工程实际的动力系统微分方程组;二则因为混沌和分叉理论的数学基础比较高深、可操作性差。这些因素都阻碍了混沌和分叉理论在岩土工程中的深入应用。

关于混沌和分叉理论在岩土工程的研究应着重以下几个方面:

(1)设计出一种能有效、简便地计算混沌数字特征(分维、功率谱、熵及 Liapunov 指数)的新算法;