

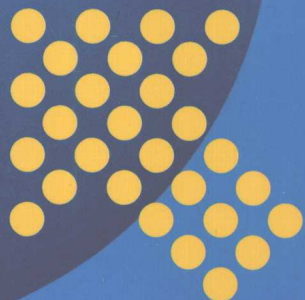
21世纪高等学校规划教材



LILUN LIXUE

理论力学

陈建芳 主 编
王文宁 仇 君 副主编



中国电力出版社
<http://jc.cepp.com.cn>

031/153

2008

285

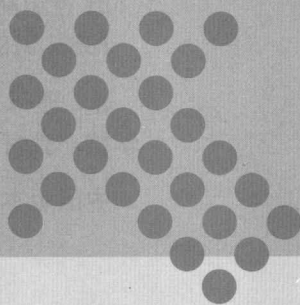
21世纪高等学校规划教材



LILUN LIXUE

理论力学

主 编 陈建芳
副主编 王文宁 仇 君
编 写 蒋文字
主 审 邱棣华



中国电力出版社
<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为 21 世纪高等学校规划教材, 全书分为静力学、运动学及动力学三篇, 共 13 章, 主要内容包括静力学基础及物体的受力分析、基本力系、任意力系、静力学应用专题、点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动、刚体的平面运动、动力学基础、动能定理、动量原理、达朗伯原理(动静法)、虚位移原理等。本书根据教育部非力学专业力学基础课程教学指导分委员会制定的《高等学校工科本科理论力学课程教学基本要求》编写, 力求对传统内容加以精选, 通过贯通融合和相互渗透, 以减少重叠。书中每篇均有教学基本要求; 每章均有本章提要、小结及思考题和习题。书后附有思考题及习题答案, 便于教学及自学。

本书可作为普通高等院校工科专业机械、土建、交通、水利、动力等专业的教材, 也可供其他专业选用, 还可作为自学、函授教材。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/陈建芳, 王文宁, 仇君编. —北京: 中国电力出版社, 2008

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 978 - 7 - 5083 - 7296 - 9

I. 理… II. ①陈…②王…③仇… III. 理论力学—高等学校—教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 070181 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2008 年 6 月第一版 2008 年 6 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 18.5 印张 449 千字

定价 28.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签, 加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前 言

本书根据教育部非力学专业力学基础课程教学指导分委员会制订的《高等学校工科本科理论力学课程教学基本要求》(参考学时 60~80)组织编写。可作为高等院校工科专业理论力学课程的教材,也可供有关工程技术人员参考。

在编写本教材时,力求对传统内容加以精选,通过贯通融合和相互渗透,以减少重叠。例如,在静力学中,采用由基本力系到一般力系、由空间到平面的写法,先得出空间问题的结论,然后将平面问题作为空间问题的特殊问题处理,但侧重点仍放在平面力系上。特别在习题训练方面,重点放在平面任意力系部分。又比如在动力学普遍定理中,先讨论动能定理,然后将动量定理和动量矩定理合为动量原理一章编写,概念清楚,层次分明,内容精练。

本书内容包括静力学、运动学及动力学三部分。每部分有教学基本要求,每章前面有本章提要,后面有小结及针对相应内容的思考题及习题,书后附习题答案,便于教师教学及学生自学。

本书由陈建芳制订编写大纲。编写分工如下:陈建芳编写绪论、第1~3、10、11章;王文宁编写第5~8章;仇君编写第4、9、12、13章。全书由陈建芳统稿并负责修改和定稿工作,蒋文字、王晓洁、王元龙三位同学做了大量的图片处理工作。本书在编写过程中,参阅了不少相关教材和文献,承蒙邱棣华教授全面详细的审阅并提出了许多宝贵建议,在此一并表示感谢。

由于作者水平有限,书中难免有不妥和疏漏之处,敬请读者批评指正。

编 者

2007年12月

主要符号表

a	加速度	m	质量
a_n	法向加速度	M	力偶矩矢
a_τ	切向加速度	M_O	力系对点 O 的主矩
a_a	绝对加速度	$M_z(F)$	力 F 对轴 z 的矩
a_r	相对加速度	$M_O(F)$	力 F 对点 O 的矩
a_e	牵连加速度	M_{JO}	惯性力系对点 O 的主矩
a_C	科氏加速度	n	质点的数目
a_{An}	点 A 的法向加速度	p	动量
$a_{A\tau}$	点 A 的切向加速度	P	功率, 速度瞬心
a_{MO}^n	动点 M 绕基点 O 相对转动的法向加速度	q	荷载集度, 广义坐标
a_{MO}^τ	动点 M 绕基点 O 相对转动的切向加速度	r	半径
A	面积	r	矢径
C	重心, 速度瞬心	r_O	点 O 的矢径
f	动摩擦系数	r_C	质心的矢径
f_s	静摩擦系数	s	弧坐标
F	作用力	t	时间
F_R	力系的合力	T	动能, 周期
F'_R	力系的主矢	v	速度
F_s	静滑动摩擦力	v_a	绝对速度
F_N	法向约束力	v_r	相对速度
F_T	柔性体的拉力	v_e	牵连速度
F_I	惯性力	V	势能, 体积
g	重力加速度	W	力的功
G	重力	x, y, z	直角坐标
h	高度	$\alpha(\alpha)$	角加速度 (角加速度矢)
i, j, k	沿正交轴 x, y, z 的单位矢量	$\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \theta, \psi$	角度
I	冲量	φ_f	摩擦角
J_z	刚体对 z 轴的转动惯量	ρ	密度
J_{xy}	刚体对 x, y 轴的惯性积	δ	滚动摩擦系数, 弹簧变形量, 变分符号
J_C	刚体对质心的转动惯量	δr	虚位移
k	弹簧的刚度系数	δW	虚功
l	长度	$\omega(\omega)$	角速度 (角速度矢)
L_O	刚体对点 O 的动量矩	ω_a	绝对角速度
L_C	刚体对质心的动量矩	ω_r	相对角速度
		ω_e	牵连角速度

目 录

前言	
主要符号表	
绪论	1

第一篇 静 力 学

静力学教学基本要求	3
静力学引言	4
1 静力学基础·物体的受力分析	5
1.1 力与力系	5
1.2 静力学公理	6
1.3 约束和约束反作用力	9
1.4 物体的受力分析和受力图	14
本章小结	20
思考题	21
习题	23
2 基本力系	27
2.1 汇交力系的合成与平衡	27
2.2 力矩	35
2.3 力偶和力偶系	40
本章小结	45
思考题	47
习题	48
3 任意力系	53
3.1 力的平移定理	53
3.2 任意力系向一点的简化·主矢和主矩	55
3.3 任意力系简化的结果分析	58
3.4 任意力系的平衡	63
3.5 静定问题与超静定问题	66
3.6 任意力系平衡方程的应用	67
本章小结	75
思考题	76

习题	77
4 静力学应用专题	85
4.1 桁架	85
4.2 摩擦	88
4.3 考虑摩擦时的平衡问题	92
4.4 重心	97
本章小结	101
思考题	102
习题	103

第二篇 运 动 学

运动学教学基本要求	108
运动学引言	109
5 点的运动学	110
5.1 用矢量法研究点的运动	110
5.2 用直角坐标法研究点的运动	111
5.3 用自然坐标法研究点的运动	115
本章小结	121
思考题	121
习题	122
6 刚体的简单运动	125
6.1 刚体的平行移动	125
6.2 刚体的定轴转动	126
6.3 角速度矢量和角加速度矢量及定轴转动刚体上点的速度和 加速度的矢积表达式	130
本章小结	132
思考题	133
习题	134
7 点的合成运动	137
7.1 绝对运动·相对运动·牵连运动	137
7.2 点的速度合成定理	139
7.3 点的加速度合成定理	139
7.4 点的合成运动例题	142
本章小结	147
思考题	147
习题	148
8 刚体的平面运动	153
8.1 刚体平面运动方程	153

8.2	刚体平面运动的分解	154
8.3	平面图形上各点速度求法	155
8.4	平面图形内各点的加速度	160
8.5	运动学综合应用举例	164
	本章小结	167
	思考题	168
	习题	169

第三篇 动 力 学

	动力学教学基本要求	174
	动力学引言	175
9	动力学基础	176
9.1	动力学基本定律	176
9.2	质点的运动微分方程	177
9.3	质点动力学的两类基本问题	178
9.4	质点系的基本惯性特征	182
	本章小结	188
	思考题	189
	习题	190
10	动能定理	194
10.1	动力学普遍定理概述	194
10.2	动能	194
10.3	力的功	196
10.4	动能定理	203
	本章小结	209
	思考题	210
	习题	211
11	动量定理和动量矩定理	215
11.1	动量定理及质心运动定理	215
11.2	动量矩定理	223
11.3	刚体定轴转动微分方程与平面运动微分方程	227
11.4	动力学普遍定理的综合应用举例	231
	本章小结	234
	思考题	235
	习题	236
12	达朗伯原理(动静法)	243
12.1	惯性力与达朗伯原理	243
12.2	惯性力系的简化	245

12.3	动静法的应用举例	247
12.4	绕定轴转动刚体的轴承动反力	250
	本章小结	253
	思考题	254
	习题	255
13	虚位移原理	261
13.1	约束·自由度·广义坐标	261
13.2	虚位移·虚功·理想约束	263
13.3	虚位移原理及应用	266
	本章小结	271
	思考题	271
	习题	272
	习题答案	275
	参考文献	286

绪 论

(一) 理论力学的研究对象和主要内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

机械运动是指物体的空间位置随时间而发生变化,是最常见的运动形式。运动是物质存在的形式,是物质的固有属性。宇宙中的一切物质都在按自己的规律不断地运动着,其形式是多种多样的。例如,光、电、热的运动,物理变化、化学变化以及人脑的思维活动等,都是运动形式之一,而机械运动则是一切运动形式中最简单、最基本的一种。例如天体的运行,车辆、船只的行驶、各种机器的运转等,都属于机械运动,并且在其他高级和复杂形式的运动中,也会包含或伴随着机械运动。因此,对机械运动的研究,不仅是工程实际的需要,也是进一步研究其他高级运动形式的基础。

理论力学所研究的内容是以牛顿的基本定律为基础的,属于古典力学的范畴。在全部科学中,古典力学最能成功地把来自经验的物理理论,系统地表达成抽象数学的简明形式——定律,从而在一定程度上奠定了科学大厦的基础,而这些定律就是理论力学课程的科学根据。尽管在 20 世纪初,由于物理学的重大发展,产生了相对论力学和量子力学,证明古典力学的定律不适用于物体运动速度接近于光速的情况,也不适用于微观粒子的运动。但是在一般工程实际中,即使是一些尖端技术如火箭发射、宇宙飞船航行等,我们研究的也还是宏观物体的低速(与光速相比)运动,因此古典力学仍然是既方便又足够精确的理论,一直未失去其应用价值。

理论力学包括静力学、运动学和动力学三部分内容。

- (1) **静力学** 主要研究力系的简化和物体的平衡条件;
- (2) **运动学** 主要研究物体运动的几何性质,而不涉及引起物体运动的物理原因;
- (3) **动力学** 主要研究物体运动与所受力之间的关系。

(二) 理论力学的研究方法和学习目的

力学的发展历史表明,与任何一门科学一样,理论力学的研究方法也不能离开认识过程的客观规律。概括地说,理论力学的研究方法是从观察、实践和科学实验出发,经过分析、综合和归纳,总结出力学的最基本的概念和定律;在基本定律的基础上,经过逻辑推理和数学演绎,得出具有物理意义和实用意义的结论或定理,从而将通过实践得来的大量感性认识上升为理性认识,构成力学的理论体系;然后再回到实践中验证理论的正确性,并在更高的水平上指导实践,同时在这个过程中获得新的材料、新的认识,再进一步完善和发展理论力学。

理论力学有着严密的逻辑系统,它与数学的关系非常密切,数学不仅是推理的工具,同时还是计算的工具,因此,计算技术在力学的应用和发展上有巨大作用。现代电子计算机的出现,为计算技术在工程技术问题中的应用开辟了广阔的前景,大大地促进了数学在力学中的应用,处理力学问题的一般途径是:①先将所研究的问题抽象为力学模型,这些模型既要

能反映问题的实质，又要便于求解；②由力学的基本理论及各力学量之间的数学关系建立方程；③运用数学工具求解，必要时对数学解进行分析讨论，舍去无力学意义的解。

学习理论力学课程，掌握机械运动的基本规律，使我们能够更好地理解周围许多机械运动现象。例如，公路和铁路在转弯处为什么外侧要比内侧高，发射人造地球卫星至少需要多大的速度，卫星怎样围绕地球运动，高速公路表面为什么宏观上要平整、微观上要粗糙等，这些都可由本门课程的原理和内容得到解答。

当然，学习本课程的主要目的，不仅在于解释日常所见的机械运动现象，而在于掌握机械运动的规律，以便在生产实践中应用这些规律，更好地为生产建设服务。在实际生产生活中，从土木建筑工程结构物的设计和施工、机械的制造和运转，到人造卫星、宇宙飞船的发射和运行，都存在着大量的力学问题，尽管这些问题并不都是单靠本门课程的理论就能解决的，但在解决这些问题时，机械运动的知识却是不可缺少的。

本门课程关于机械运动规律的基本理论是许多工程专业课程（如材料力学、结构力学、弹性力学、流体力学；土力学、机械原理、结构设计原理、振动理论等）的理论基础。通过本门课程的学习，读者不仅能够掌握理论力学的基本概念、基本理论与研究方法，并用于解决一些比较简单的工程实际问题，而且能够提高正确分析问题和解决实际问题的能力，为今后解决工程实际问题、从事科学研究打下良好基础。

第一篇 静 力 学

静力学教学基本要求

- (1) 质点、质点系、刚体、刚体系的基本概念，力、力系的基本概念。
 - (2) 静力学公理及其推论。
 - (3) 约束的概念，掌握各种常见约束的性质及其约束力的表示方法。
 - (4) 对一般的物体系统能熟练地取分离体并正确地画出受力图。
 - (5) 力的投影及其计算，合力投影定理。
 - (6) 汇交力系的合成与平衡。
 - (7) 力对点之矩和力对轴之矩的概念及其计算。
 - (8) 力偶、力偶矩矢量的概念，力偶的等效条件，力偶系合成的平衡。
 - (9) 力的平移定理，力系的主矢与主矩概念。
 - (10) 任意力系的简化结果分析，合力矩定理。
 - (11) 会应用各种类型的平衡条件和平衡方程求解单个物体和简单物体系统的平衡问题。
- 对平面任意力系的平衡问题，能熟练地取分离体和灵活应用各种形式的平衡方程求解。
- (12) 静定与超静定的概念。
 - (13) 桁架的概念，简单桁架内力计算的节点法和截面法。
 - (14) 滑动摩擦的概念和摩擦力的特征，滑动摩擦定律，摩擦角（锥）、自锁条件。
 - (15) 了解滚阻的概念。
 - (16) 会求解考虑滑动摩擦时简单物体系统的平衡问题。

静力学引言

静力学是研究力系的简化及物体在力系作用下平衡条件的科学。

平衡是指物体相对于惯性参考系（如地面）处于静止或作匀速直线运动的情形。如桥梁、高层建筑物、作匀速直线飞行的飞机等都处于平衡状态。平衡是物体机械运动的一种特殊形式。

在静力学中，主要研究以下三方面问题。

(1) 物体的受力分析：即分析物体共受多少力，以及每个力的大小、方向和作用线位置，以便对所研究的力系有系统和全面的了解。

(2) 力系的简化（或等效替换）：力系是指作用在物体上的一群力。将作用在物体上的一个力系用另一个力系代替，而不改变原力系对物体的作用效果，则此两力系等效或互为等效力系。用一个简单的力系来等效替换一个复杂的力系对物体的作用，称为力系的简化。这样我们就能抓住不同力系的共同本质，明确力系对物体作用的总效果。

(3) 力系的平衡条件及其应用：即研究物体处于平衡时，作用在物体上的各种力系所必须满足的条件。表示这种条件的数学方程式称为力系的平衡方程。通过求解这些方程，可以得到待求的各种未知量。这是静力学的核心任务。

在静力学中，将所研究的物体都看作是刚体，所以又称刚体静力学。所谓刚体，就是在任何情况下其大小和形状不变的物体。实践证明，任何物体受力后总会或多或少地产生变形，但是，在正常工作情况下，工程技术中的绝大多数零件和构件的变形，一般是很微小的，甚至只有用专门的仪器才能测量出来。例如，房屋建筑中常用的钢筋混凝土梁，在设计时梁中央的最大变形（挠度）就控制在梁长的 $1/250 \sim 1/300$ ；在机械中，各零部件所允许的最大变形更是极为微小的。因此，在很多情况下，物体这些微小的变形，对于平衡问题的研究影响很小，可以忽略不计，从而使问题的研究大为简化。以后我们还将看到，对于那些必须考虑变形的平衡问题的研究，也是以刚体静力学为基础的，只不过还要考虑更复杂的力学现象并加上一些补充条件而已。

在工程实际中存在着大量的静力学问题，例如，在对各种工程结构的构件（如梁、桥墩、屋架等）设计时，须用静力学理论进行受力和计算，在机械工程设计时，也要应用静力学知识分析机械零部件的受力情况作为强度计算的依据。对于运转速度缓慢或速度变化不大的构件的受力分析通常都可简化为静力平衡问题来处理。另外，静力学中力系的简化理论和物体受力分析方法可直接应用于动力学和其他学科，而且动力学问题还可从形式上变换成平衡问题应用静力学理论求解。因此，静力学是理论力学的基础部分，不仅在力学理论上占有重要的地位，而且在工程中也有着极其广泛的应用。

1 静力学基础·物体的受力分析

本章提要

本章是整个力学系列课程的基础。首先介绍静力学的基本概念；静力学的五个公理；然后分类介绍了工程上几种常见约束的特征、简图的表示方法以及约束反作用力的确定方法，这是本章的难点；在此基础上，最后讨论物体的受力分析，这是本章的重点，应多看勤练，夯实基本功。

1.1 力与力系

1.1.1 力的概念

力是物体之间的相互机械作用，其作用效果是使物体的运动状态和形状发生改变。物体受力作用后产生的效应表现在两个方面：①物体运动状态发生变化；②物体产生变形。前者称为运动效应或外效应，后者称为变形效应或内效应。而在理论力学中将物体抽象为刚体，这就意味着刚体静力学只研究物体受力时的外效应；内效应将在后续课程材料力学中着重研究。

实践表明，力对物体的作用效果由三个要素——力的大小、方向、作用点来确定，称为力的三要素。从数学角度看，具有大小和方向的量被称为矢量，而且力的相加服从矢量加法规则（矢量合成的平行四边形法则），因此力是定位矢量。所以，可以用一个定位的有向线段来表示力，如图 1-1 所示。其中线段的长度按一定的比例尺（或定性表示即可）表示力的大小，线段的方位（与水平线的夹角 θ ）和箭头的指向表示力的方向，线段的起点（或终点）表示力的作用点。线段所在的直线称为力的作用线。在手写体中，通常用白斜体大写字母上加箭头作为力的矢量符号，如 $\vec{F}$ 。在本书（印刷体）中用黑斜体字母（如 F ）来标记力矢量，而用对应的普通斜体字母（如 F ）来表示力矢量的模。在国际单位制中，力的单位是牛顿（N）或千牛顿（kN）。

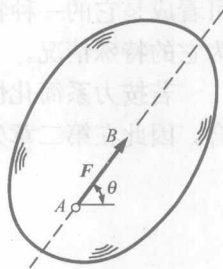


图 1-1

按力的作用范围来区分，力可以分为集中力与分布力两大类。

(一) 分布力

分布力是指作用在物体整个或部分长度（或面积、体积）上的力。例如自重，风、雪、水、气等的压力，都是分布力。沿长度分布的力其大小通常用符号 q 表示，

$$q = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta l}$$

式中 Δl ——确定力大小的点附近微小的一段长度；

ΔF ——作用于该微段长度内分布力的合力；

q ——分布力的集度。

如果力的分布是均匀的，称为**均匀分布力**，简称**均布力**。均质等截面梁每单位长度的重量都相等，迎风面每单位面积（指投影面积）所受的风压力相等，这些都是均布力的例子。

（二）集中力

集中力指作用于物体某一点上的力。在实际问题中，物体相互作用的位置并不是一个点而是物体的一部分面积或体积，即上面所说的分布力，但当分布力的作用面积或体积与物体尺寸比较很小时，可以近似认为作用在一个点上。因此集中力是一个抽象出来的概念。另外，对刚体而言，一些分布力的作用效果可以用一个与之等效的集中力来代替，以使问题得到简化。例如，重力是体积分布力系，而我们通常用作用于刚体重心的一个等效集中力代替原力系。

尽管集中力是抽象的结果，但它却是最重要、最普遍的一种力，大多数力的作用可以用集中力来描述。下文中如无特殊说明，一般的力均指集中力。

1.1.2 力系的分类

我们已经知道，力是矢量，力矢所在的直线就是力的作用线，力系依作用线分布情况的不同可分为：

（1）**平面力系**。所有力的作用线在同一平面内的力系。平面力系又可分为：①平面汇交力系；②平面平行力系；③平面任意力系。

（2）**空间力系**。所有力的作用线不在同一平面内的力系。空间力系又可分为：①空间汇交力系；②空间平行力系；③空间任意力系。

由于平面力系可视为空间力系的特殊情况，而汇交力系和平行力系又可视为任意力系的特殊情况。所以，空间任意力系是力系中最复杂、最普遍、最一般的形式，其他各种力系都可看成是它的一种特殊情况。因此，在后面的讨论中，都从空间力系开始，而把平面力系作为它的特殊情况。

若按力系简化性质，力系又可分为**基本力系**和**任意力系**，而后者可以归结为前者的组合，因此在第二章先讨论基本力系，第三章再讨论任意力系。

1.2 静 力 学 公 理

任何一门科学都要有公理作为基础。公理，简言之，即为公认的道理（或真理）。公理在《辞海》中的解释为：“在一个理论中已为反复的实践所证实而被认为不需证明的命题，可作为证明中的论据”。静力学公理是人们关于力的基本性质的概括和总结，是研究静力学的基础。

公理是有层次性的，在本门课程中，在已学过的知识的基础上，一般以下述五条命题作为公理。

公理 1 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为作用于该点的一个合力，合力的大小和方向由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定 [图 1-2 (a)]。或者说，合力矢等于

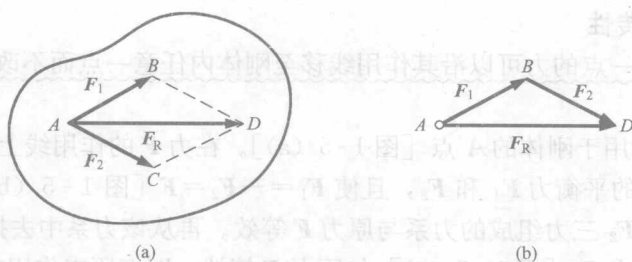


图 1-2

两个分力矢的矢量和，以数学公式表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

这个公理表明了最简单力系简化的规则和基本方法，它是复杂力系简化的基础。

为了简便，作图时可直接将力矢 $\mathbf{F}_2$ 平移到力矢 $\mathbf{F}_1$ 的末端 B ，连接 A 、 D 两点即可求得合力矢 $\mathbf{F}_R$ [图 1-2 (b)]。这个三角形 ABD 称为力三角形，这样的作图方法称为力的三角形法则。

公理 2 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要充分条件是：这两个力大小相等、方向相反、且作用在同一直线上（图 1-3），以数学公式表示为

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

这个公理揭示了作用于刚体上最简单力系平衡时所必须满足的条件，又称为二力平衡条件。

仅在两点受力作用并处于平衡的刚体称为二力体或二力构件（图 1-4），而不管刚体的形状如何，常简称为二力杆。二力体所受的二力必沿此二力作用点的连线，且等值、反向。

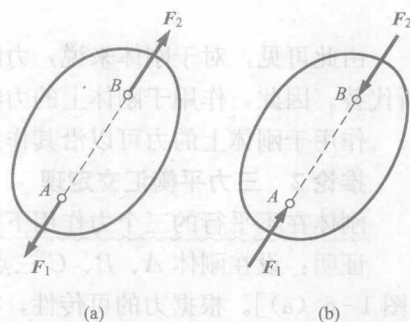


图 1-3

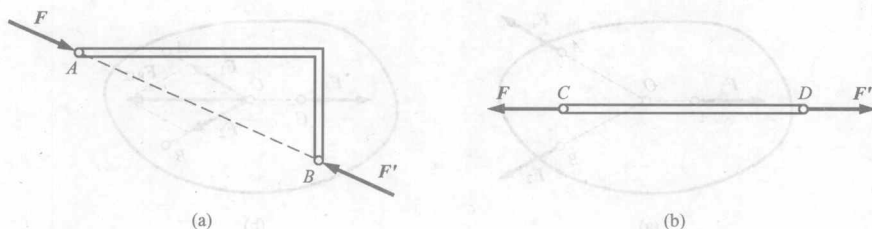


图 1-4

公理 3 加减平衡力系公理

在作用于刚体的任意力系上，增加或减去一个平衡力系，不改变原力系对刚体的作用效果。

此公理的正确性是显而易见的，但只对刚体成立。

这些公理为力系的简化提供了依据。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某一点的力可以沿其作用线移至刚体内任意一点而不改变该力对刚体的作用效果。

证明：设力 F 作用于刚体的 A 点 [图 1-5 (a)]。在力 F 的作用线上任取 B 点，并且在 B 点加一对沿 AB 线的平衡力 F_1 和 F_2 ，且使 $F_1 = -F_2 = F$ [图 1-5 (b)]。由加减平衡力系公理可知 F 、 F_1 、 F_2 三力组成的力系与原力 F 等效。再从该力系中去掉由 F 和 F_2 组成的平衡力系，则剩下的力 F_1 [图 1-5 (c)] 与原力 F 等效。即把原来作用在 A 点的力 F 沿作用线移到了 B 点。证毕。

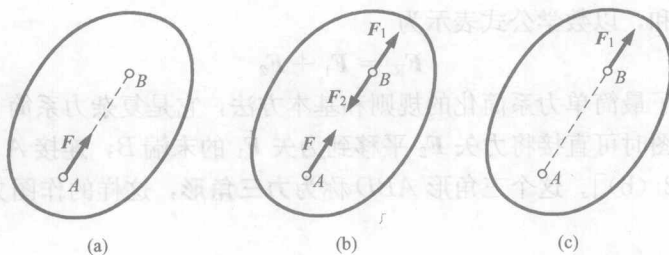


图 1-5

由此可见，对于刚体来说，力的作用点已不是决定力的作用效果的要素，它已为作用线所代替。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

作用于刚体上的力可以沿其作用线移动，这种矢量称为滑动矢量。

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体在不平行的三个力作用下平衡时，此三力的作用线必共面且汇交于一点。

证明：设在刚体 A 、 B 、 C 三点上，分别作用不平行的三个相互平衡的力 F_1 、 F_2 、 F_3 [图 1-6 (a)]。根据力的可传性，将力 F_1 、 F_2 移到其汇交点 O ，然后根据力的平行四边形法则，得合力 F_{R12} ，则力 F_3 应与 F_{R12} 平衡 [图 1-6 (b)]。由二力平衡公理知， F_3 与 F_{R12} 必共线，由此知 F_3 的作用线必通过 O 点并与力 F_1 、 F_2 共面。证毕。

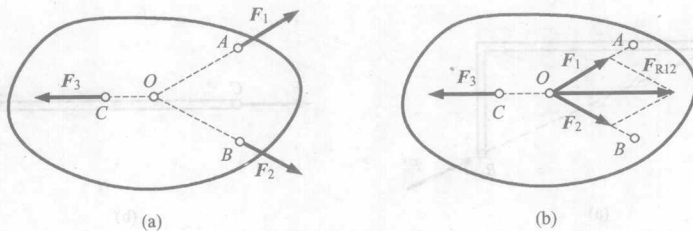


图 1-6

三力平衡汇交定理是三力平衡的必要条件，而不是充分条件。它常用来确定刚体在不平行三力作用下平衡时，其中某一未知力的作用线方位。

公理 4 作用与反作用定律

两物体间相互作用的力总是大小相等、方向相反、沿同一直线，分别且同时作用在这两个物体上。