



高等学校优秀教材辅导丛书  
GAODENG XUEXIAO YOUXIUJIAOCAI FUDAOCONGSHU

- 知识点深入总结
- 各章习题详解详析
- 相关习题课后训练

# 理论力学

## 知识要点与习题解析

主编 郑全逸 郑可为 吴国辉

 哈尔滨工程大学出版社  
Harbin Engineering University Press

031/33=3C6

:1

2008

高等学

# 理论力学

## 知识要点与习题解析

(配哈工大第六版教材·高教版)

主 编 郑全逸 郑可为 吴国辉

哈尔滨工程大学出版社

## 内 容 简 介

本书是与哈尔滨工业大学理论力学教研室编写的《理论力学(I)》(第六版)配套的教学参考书,本书对原教材的教学内容和习题做出了必要的讲解和解答。全书按《理论力学(I)》(第六版)的顺序共分三大部分 15 章。各章均包括知识要点、书后思考题解答、书后习题解析(对典型题给出多解)、同步训练题四部分内容。并在附录中给出了三套模拟试题。

值得强调的是,本书不是一本一般的“习题集”,而是编者根据多年一线教学经验,对教学内容和习题要点的精心提炼和悉心讲解。它着重于加深学生对基本概念、基本理论的理解,答疑解惑,力求做到简明扼要、重点突出。

本书可以作为高等工科院校的本科生、专科生学习理论力学的参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

理论力学知识要点与习题解析/郑全逸,郑可为,  
吴国辉主编. —哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2008.4  
ISBN 978 - 7 - 81133 - 296 - 4

I. 理… II. ①郑…②郑…③吴… III. 理论力学 - 高等  
学校 - 教学参考资料 IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 048910 号

---

出版发行 哈尔滨工程大学出版社  
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号  
邮政编码 150001  
发行电话 0451 - 82519328  
传 真 0451 - 82519699  
经 销 新华书店  
印 刷 肇东粮食印刷厂  
开 本 787mm × 960mm 1/16  
印 张 17.5  
字 数 364 千字  
版 次 2008 年 4 月第 1 版  
印 次 2008 年 4 月第 1 次印刷  
定 价 20.00 元  
<http://press.hrbeu.edu.cn>  
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

---

# 前 言

“理论力学”是高等理工科院校的一门重要技术基础课。学过这门课程的学生普遍反映“听课容易、做题难”。原因是多方面的,其中不排除学生此前奠定的力学基础(包括思维方法和习惯)并非完全起着正面作用,有时甚至起了壁垒和阻碍作用。任课教师的责任也随之变为不仅在于阐明理论力学的严密理论体系,深化其基本概念和基本理论,还要反复强化其特有的逻辑思维方法,并引导学生在解题实践中不断巩固。

工科理论力学内容上的三个鲜明特点是:矢量分析、质点系和工程化的力学模型。

首先,理论力学是由牛顿奠定基础的“矢量力学”,“矢量分析”也势必成为它的鲜明特色。随之,主矢和主矩也就成为理论力学中两个重要的基本概念,并贯穿其始终——力系可简化出主矢、主矩;动量系可简化出主矢、主矩;惯性力系也可简化出主矢、主矩;而动量定理、动量矩定理和达朗贝尔原理实质是在建立力主矢对动量主矢或惯性力主矢、力主矩对动量主矩或惯性力主矩之间的关系。另一方面,高等数学对矢量“一视同仁”,并得到矢量运算的“共性”,自然,理论力学中的各类矢量的运算也毫不例外地遵从这些规律;但具体到某类矢量(或者力矢量,或者运动矢量,或者惯性力矢量),又存在“特殊性”,这才引出各个章节的不同内容。

矢量分析、区分矢量和代数量是学生必须掌握的基本功。认知这一点有助于驾驭理论力学。

其次,理论力学的理论重点在于研究质点系——包括离散质点系、连续质点系(刚体)及其组合。其中最有代表性的刚体是物块、杆、圆盘等。这在教材中“§3-3 物体系的平衡·静定和超静定问题”、“§9-5 运动学综合应用举例”和“§13-6 普遍定理的综合应用举例”等章节中得到最充分的体现。随之引出理论力学的“从整体到局部(单件)或从局部(单件)到整体”的分析和综合的解题方法,以寻求方程的个数与未知数的个数相等。

再次,理论力学所采用的力学模型基本都有工程背景。了解其结构和机理有助于对问题的理解。

为了培养学生具有书写代数量和矢量的良好习惯,并考虑到学生解题时不便描黑字母,故要求在代表矢量的普通英文字母上加“-”(“→”的简化),如  $\vec{F}$  或  $\vec{v}$  等;而在阅读教材时,注意区分黑体字母和白体字母。

正因为理论力学是矢量力学,因此一种特殊的解题方法也贯穿理论力学的始终:

1. 画图,作矢量(主动力、约束反力、速度、加速度、动量、动量矩、惯性力的主矢和主矩等)分析;

2. 建立矢量方程(即利用平衡条件、运动合成定理、动力学基本定理、定律或达朗贝尔原理确定各类矢量之间的关系);

3. 选择投影轴;
4. 将矢量方程转化为代数方程;
5. 求解并分析。

参与本书编写工作的有:郑全逸、郑可为、吴国辉。全书最后由郑全逸统稿。

尽管作者在编写本书的过程中作了极大的努力,但受水平限制,仍可能存在错误或表述不准确之处,诚挚地欢迎批评指正。

编 者

# 目 录

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| 第1章 静力学公理和物体的受力分析 .....          | 1  |
| 知识要点 .....                       | 1  |
| 1.1 静力学的三大任务 .....               | 1  |
| 1.2 静力学基本公理 .....                | 1  |
| 1.3 约束与约束反力 .....                | 1  |
| 1.4 受力图 .....                    | 2  |
| 书后思考题解答 .....                    | 3  |
| 书后习题解析 .....                     | 6  |
| 同步训练题 .....                      | 12 |
| 同步训练题答案 .....                    | 13 |
| 第2章 平面汇交力系与平面力偶系 .....           | 16 |
| 知识要点 .....                       | 16 |
| 2.1 力矩(力对点的矩) .....              | 16 |
| 2.2 力偶矩 .....                    | 16 |
| 2.3 力学的基本作用量 .....               | 16 |
| 2.4 平衡条件及平衡方程的个数 .....           | 16 |
| 书后思考题解答 .....                    | 17 |
| 书后习题解析 .....                     | 19 |
| 第3章 平面任意力系 .....                 | 28 |
| 知识要点 .....                       | 28 |
| 3.1 平面任意力系的简化 .....              | 28 |
| 3.2 力的平移定理 .....                 | 28 |
| 3.3 平面任意力系向一点(简化中心)简化的一般结果 ..... | 28 |
| 3.4 合力矩定理 .....                  | 29 |
| 3.5 固定端(插入端)约束 .....             | 29 |
| 3.6 刚体在平面任意力系作用下的平衡条件 .....      | 29 |
| 3.7 平面平行力系 .....                 | 30 |
| 3.8 静定与静不定问题 .....               | 30 |
| 书后思考题解答 .....                    | 30 |
| 书后习题解析 .....                     | 33 |

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 第4章 空间力系 .....             | 57  |
| 知识要点 .....                 | 57  |
| 4.1 力对点的矩(力矩矢) .....       | 57  |
| 4.2 力对轴的矩 .....            | 57  |
| 4.3 力对点的矩与力对轴的矩之间的关系 ..... | 58  |
| 4.4 力偶矩矢 .....             | 58  |
| 4.5 空间任意力系的简化结果 .....      | 58  |
| 4.6 力学的基本作用量 .....         | 58  |
| 4.7 空间任意力系的平衡条件(方程) .....  | 59  |
| 4.8 空间平行力系 .....           | 59  |
| 4.9 重心(质心) .....           | 59  |
| 4.10 约束类型 .....            | 59  |
| 书后思考题解答 .....              | 60  |
| 书后习题解析 .....               | 62  |
| 第5章 摩擦 .....               | 75  |
| 知识要点 .....                 | 75  |
| 5.1 摩擦的分类 .....            | 75  |
| 5.2 全约束反力和摩擦角 .....        | 75  |
| 5.3 滚动摩阻 .....             | 76  |
| 5.4 有关滑动摩擦力的计算题 .....      | 76  |
| 书后思考题解答 .....              | 76  |
| 书后习题解析 .....               | 79  |
| 同步训练题 .....                | 93  |
| 同步训练题答案 .....              | 94  |
| 第6章 点的运动学 .....            | 97  |
| 知识要点 .....                 | 97  |
| 6.1 点的运动的描述方法 .....        | 97  |
| 6.2 矢量求导运算 .....           | 97  |
| 6.3 几个重要的理解 .....          | 98  |
| 书后思考题解答 .....              | 99  |
| 书后习题解析 .....               | 101 |
| 第7章 刚体的简单运动 .....          | 107 |
| 知识要点 .....                 | 107 |
| 7.1 刚体的平行移动(简称平移或平动) ..... | 107 |
| 7.2 刚体的定轴转动 .....          | 107 |

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| 书后思考题解答 .....                  | 108        |
| 书后习题解析 .....                   | 110        |
| <b>第 8 章 点的合成运动</b> .....      | <b>115</b> |
| 知识要点 .....                     | 115        |
| 8.1 基本要求 .....                 | 115        |
| 8.2 两套坐标系 .....                | 115        |
| 8.3 三种运动 .....                 | 116        |
| 8.4 关于速度、加速度合成定理 .....         | 116        |
| 8.5 关于动点与动系的选择 .....           | 117        |
| 8.6 一点建议 .....                 | 119        |
| 书后思考题解答 .....                  | 119        |
| 书后习题解析 .....                   | 121        |
| <b>第 9 章 刚体的平面运动</b> .....     | <b>135</b> |
| 知识要点 .....                     | 135        |
| 9.1 刚体的平面运动 .....              | 135        |
| 9.2 刚体平面运动的分解 .....            | 135        |
| 9.3 运动学的综合应用题 .....            | 137        |
| 书后思考题解答 .....                  | 137        |
| 书后习题解析 .....                   | 141        |
| 同步训练题 .....                    | 162        |
| <b>第 10 章 质点动力学的基本方程</b> ..... | <b>163</b> |
| 知识要点 .....                     | 163        |
| 10.1 质点动力学的两类基本问题 .....        | 163        |
| 10.2 牛顿第二定律的适用范围 .....         | 163        |
| 10.3 牛顿第二定律的投影形式 .....         | 163        |
| 书后思考题解答 .....                  | 164        |
| 书后习题解析 .....                   | 164        |
| 同步训练题 .....                    | 170        |
| <b>第 11 章 动量定理</b> .....       | <b>171</b> |
| 知识要点 .....                     | 171        |
| 11.1 一种类比的理解决 .....            | 171        |
| 11.2 质点系动量的计算 .....            | 171        |
| 11.3 质点系的动量定理 .....            | 172        |
| 11.4 质点系的动量守恒问题 .....          | 172        |
| 11.5 质心运动定理 .....              | 172        |

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 11.6 质心运动的守恒问题 .....            | 173 |
| 书后思考题解答 .....                   | 173 |
| 书后习题解析 .....                    | 174 |
| <b>第 12 章 动量矩定理</b> .....       | 181 |
| 知识要点 .....                      | 181 |
| 12.1 质点系动量(主)矩的定义和计算 .....      | 181 |
| 12.2 质点系的动量矩定理 .....            | 182 |
| 12.3 刚体平面运动的微分方程 .....          | 183 |
| 12.4 动量矩定理的守恒形式 .....           | 183 |
| 12.5 转动惯量 .....                 | 184 |
| 书后思考题解答 .....                   | 184 |
| 书后习题解析 .....                    | 186 |
| 同步训练题 .....                     | 198 |
| 同步训练题答案 .....                   | 198 |
| <b>第 13 章 动能定理</b> .....        | 200 |
| 知识要点 .....                      | 200 |
| 13.1 质点系的动能 .....               | 200 |
| 13.2 动能定理 .....                 | 200 |
| 13.3 理想约束和内力功 .....             | 201 |
| 13.4 有势力 .....                  | 201 |
| 13.5 势能 .....                   | 201 |
| 13.6 机械能守恒 .....                | 201 |
| 13.7 关于综合练习 .....               | 201 |
| 书后思考题解答 .....                   | 203 |
| 书后习题解析 .....                    | 206 |
| 综合问题习题解析 .....                  | 213 |
| 同步训练题 .....                     | 225 |
| 同步训练题答案 .....                   | 226 |
| <b>第 14 章 达朗贝尔原理(动静法)</b> ..... | 227 |
| 知识要点 .....                      | 227 |
| 14.1 质点系的惯性力主矢和主矩的定义式 .....     | 227 |
| 14.2 惯性力系的简化结果 .....            | 228 |
| 14.3 解题要点 .....                 | 229 |
| 书后思考题解答 .....                   | 229 |
| 书后习题解析 .....                    | 231 |

---

|              |     |
|--------------|-----|
| 同步训练题        | 244 |
| 同步训练题答案      | 246 |
| 第 15 章 虚位移原理 | 249 |
| 知识要点         | 249 |
| 15.1 约束及其分类  | 249 |
| 15.2 虚位移     | 249 |
| 15.3 解题方法    | 250 |
| 书后思考题解答      | 250 |
| 书后习题解析       | 253 |
| 附录           | 261 |
| 模拟试题一        | 261 |
| 模拟试题二        | 264 |
| 模拟试题三        | 267 |
| 参考文献         | 270 |

# 第1章 静力学公理和物体的受力分析

## 知 识 要 点

### 1.1 静力学的三大任务

静力学的大任务是:受力分析;力系的简化;建立力矢量之间的相互关系,即平衡条件(方程)。

### 1.2 静力学基本公理

在静力学的五个基本公理和两个推论中,二力平衡条件和三力平衡条件是两个重要的基本公理。即若刚体在两个力的作用下处于平衡状态(静力学中特指静止),则这两个力必须大小相等、方向相反,且作用在同一条直线上;而刚体若在不平行的三个力的作用下处于平衡状态,则这三个力必须共面、汇交。

### 1.3 约束与约束反力

约束是理论力学中一个重要的概念,它包含两层意思。其一,在静力学中,暂且将约束理解为一个物体,在以后适当的章节,将把约束理解为一种条件(用方程表示的条件);其二,约束的作用是限制非自由体的运动(或曰:改变非自由体的运动状态)。

约束反力作为一种力,应具有三个要素:大小、方(指)向、作用点(注意:由力的可传性公理,这一要素亦可理解为作用线)。

约束反力是一种被动力,它因主动力的存在而存在(教材图1-10中所示的拱架上应补画主动力,否则不会出现约束反力)。从另一个角度讲,约束反力是未知力,即在它的三个要素中有需要通过平衡方程才能确定的量,或者是大小(即矢量的模),或者是大小和方向(即矢量的方向余弦——平面问题中一个力对应一个独立的方向余弦;空间问题中一个力对应两个独立的方向余弦);当采用正交分解的形式表示约束反力时则是两个大小(或曰投影值)。作用点是约束与非自由体的接触点,作用线则与公切线(面)垂直。存在约束与非自由体接触点不确定的可能(如下述轴与孔相互接触的情况,并导致约束反力的方向不确定)。

原则上讲,约束反力的方向与非自由体被限制的运动(位移)方向相反,即非自由体哪个方向的运动(位移)被限制,就在那个方向的反方向上作用有约束反力。基于这种理解,在平面力系中,一个大小、方向均未知的约束反力可用两个大小未知、方向已知的正交力(习惯上,一

个沿  $x$  轴正方向、一个沿  $y$  轴正方向)表示的道理在于:约束限制了非自由体该端沿  $x$  轴的运动,故在  $x$  轴方向上存在约束反力;与此同时,约束又限制了非自由体该端沿  $y$  轴的运动,故在  $y$  轴方向上存在约束反力;而当这两个方向的运动同时被限制后,就意味着非自由体该端在该平面内的任何方向的运动均被限制。

由此也可解释某些学生的疑惑:放在光滑水平支撑面上的物块倾斜进入支撑面的运动本已受到限制,但约束反力的方向为什么不与该方向相反?这是因为倾斜进入支撑面的运动可在水平和铅垂两个方向上分解,而水平支撑面并不限制物块水平方向上的运动。

向心轴承是一种典型的约束,在对其约束反力的分析中,下述两种理解均是有益的。其一,轴与轴承孔在接触点处光滑接触,故约束反力的作用线应是接触点的法线(即通过轴心与孔中心),又因接触点的位置具有不确定性(取决于作用在轴上的主动力),所以约束反力的方向仍然未知,加之大小未知,共有两个未知数;基于前述道理,可用正交分解的形式表示。其二,因轴承座限制轴(非自由体)沿径向“冲破”轴承座的运动,故轴承座提供的径向约束反力,在大小和方向上具有不确定性,可用正交分解的形式表示。

## 1.4 受 力 图

绘制受力图是学习理论力学的基本功,一幅完整、准确的受力图是正确解题的基础。不能设想,基于错误的受力图会得出正确的计算结果。

在绘制物体,特别是物体系的受力图时,需要把所选定的研究对象依次隔离出来,并分别对其进行受力分析。

在对物体作受力分析时,应尽力确定约束反力的作用线,这就需要巧妙地运用二力平衡条件和三力平衡条件。若将能够确定作用线的约束反力用正交分解的形式表示,则视之为受力分析不彻底,进而反映学生对这两个平衡条件理解得还不够深刻。例如,教材图 1-18(c)、(d)中,就应根据三力平衡条件确定 A 点约束反力的作用线。

受力分析是一个“定性理解”的过程,因此,允许对某些约束反力的方(指)向作出“经验”上的判定。当然有些经验可能是错误的。例如,将受拉杆件判断成受压杆件,但也无妨,该杆究竟受拉还是受压,需要通过平衡条件(方程)“定量计算”解决,此时有可能使计算结果带有“-”号,但也不要改画受力图。

作受力分析时,应注意对圆柱铰链的理解,除非题目特殊要求分析销钉的受力情况,否则均可将销钉与其中一根杆件固连,于是,带有销钉的杆件与不带销钉的杆件互为约束,而且约束类型最终可归结为向心(径向)轴承,即分析轴(销钉)与孔之间的相互作用力。当需要把销钉隔离出来作受力分析时,不带销钉的两个杆端之间不存在相互作用力,而仅在销钉和杆端孔之间存在作用力和反作用的关系。参见思考题 1-6。

作受力分析时要“整体”、“单件”兼顾。有时,就“单件”而言,无法确定约束反力的方向,但考虑“整体”的受力状况后就迎刃而解,见本章同步训练。

必须用英文大写字母给受力图中的每一个力命名,所选用的符号应遵从国家标准 GB3100 - 3102 - 93《量与单位》中的规定(详见理论力学主要符号表)。为强调力的矢量性,教材中使用黑体字表示;而学生解题时,因不便描黑字母,故采用字母上加“-”(它是“→”的简化)的办法,应养成这种习惯。

另外,不同的力的命名不能相同,理论力学的做法是附加上、下角标加以区分(如使用代表力的作用点的英文大写字母  $A$ 、 $B$ 、 $C$  等,或数字 1、2、3 等,或代表坐标轴的  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ——用于正交分解或投影);作用力和反作用力是“成对儿”出现的力,应使用相同的字母标注,但将其中一个字母加注上角标“'”。

## 书后思考题解答

1-1 说明下列式子与文字的意义和区别

(1)  $F_1 = F_2$ , (2)  $F_1 = F_2$ , (3) 力  $F_1$  等效于力  $F_2$ 。

解 (1) 仅指两个力(矢量)  $F_1$ 、 $F_2$  的大小相等、方向相同,不涉及作用点;今后常用  $F_A$ 、 $F_B$  等表示作用在  $A$ 、 $B$  等点上的力,故也存在  $F_A = F_B$  的情况。(2)  $F_1 = F_2$  仅指两个力(矢量)  $F_1$ 、 $F_2$  的大小相等。(3) 只有三个要素完全相同的力对刚体的作用效果才相同,即“等效”。

1-2 为什么说二力平衡条件、加减平衡力系原理和力的可传性等都只能适用于刚体?

答 以柔索为例,在满足二力平衡条件(大小相等、方向相反且共线)的两个“压力”的作用下,柔索不会处于平衡状态,还必须限定二力“均为拉力”;换言之,对变形体而言,二力平衡条件是必要的,但不充分。由此也将限制加减平衡力系原理和力的可传性原理在变形体上的应用。

1-3 试区别  $F_R = F_1 + F_2$  和  $F_R = F_1 + F_2$  两个等式代表的意义。

解  $F_R = F_1 + F_2$  是力的四边形法则的数学表达式,含有大小、方向双重含义,可分别用三角形的边角关系求解。而  $F_R = F_1 + F_2$  仅是一种代数运算。

1-4 什么叫二力构件?分析二力构件受力时与构件的形状有无关系?

答 在两个力的作用下处于平衡状态的构件(刚体)为二力构件,与形状无关。有时简称为二力杆(但这也不意味着它只能是细长的直杆)。

1-5 图 1-1 至图 1-6 中各物体的受力图是否有错误,如何改正?

解 改正后的受力图如图 1-7 至图 1-12。

图 1-1、图 1-3、图 1-4 中的  $AB$  杆均在三个力的作用下处于平衡状态,故均应满足三力平衡条件。图 1-2 中的直角顶点可理解为微小圆弧,于是  $A$ 、 $B$ 、 $C$  处约束反力的作用线应是接触点处的公法线(与直线垂直)。图 1-5 中的  $AB$  杆上的作用力多于 3 个,不可只对其中的 3 个力运用三力平衡条件,  $A$  点处的约束反力用正交分解形式表示。图 1-6 中的  $AB$  杆为二力杆,它对棘轮上  $A$  点的作用力应沿  $AB$  连线,且作用在棘轮上的 3 个力应满足三力平衡条件,  $O$  点处约束反力的方向可以确定,作受力分析时不要采用正交分解的形式。

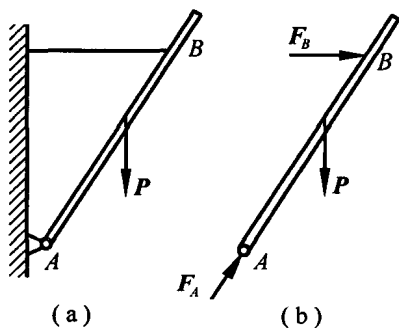


图 1-1

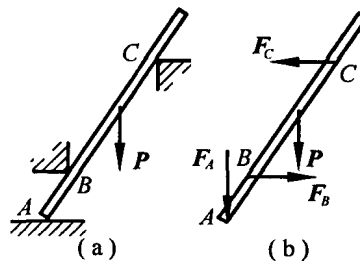


图 1-2

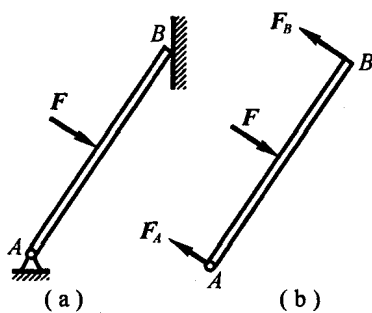


图 1-3

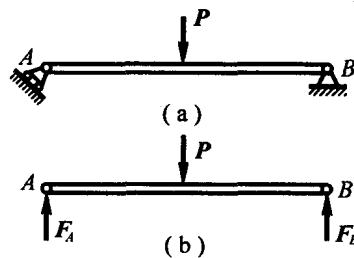


图 1-4

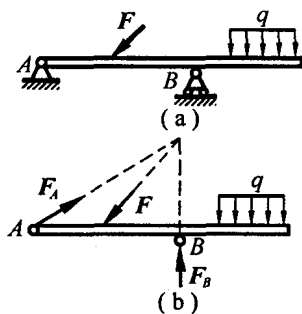


图 1-5

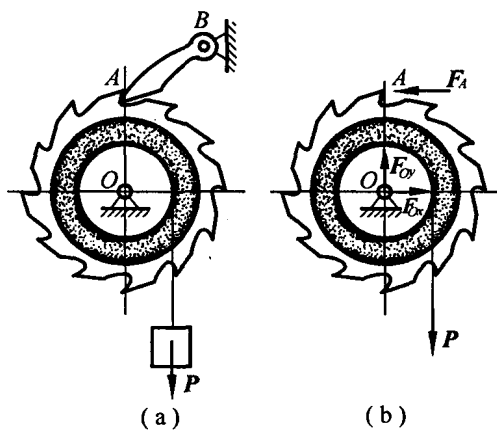


图 1-6

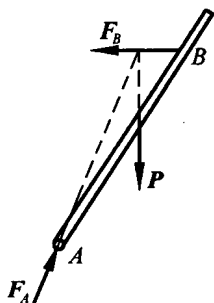


图 1-7

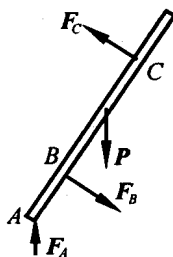


图 1-8

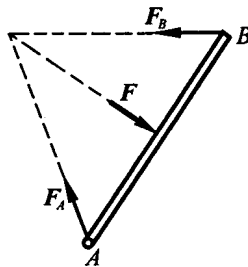


图 1-9

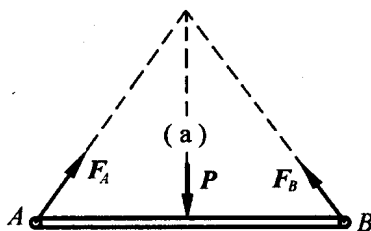


图 1-10

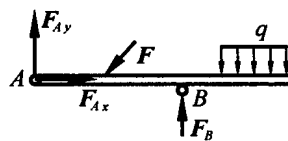


图 1-11

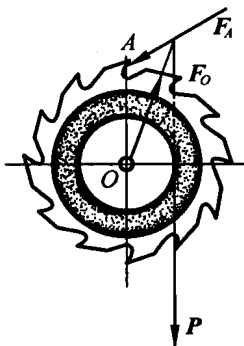


图 1-12

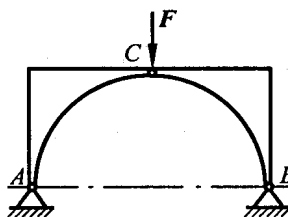


图 1-13

1-6 图 1-13 所示的载荷作用于铰链  $C$  处。(1) 试分别画出左、右两拱及销钉  $C$  的受力图;(2) 若销钉  $C$  属于  $AC$ , 分别画出左、右两拱的受力图;(3) 若销钉  $C$  属于  $BC$ , 分别画出左、右两拱的受力图。

解 如图 1-14 所示。涂黑的  $C$  点代表销钉所在位置。

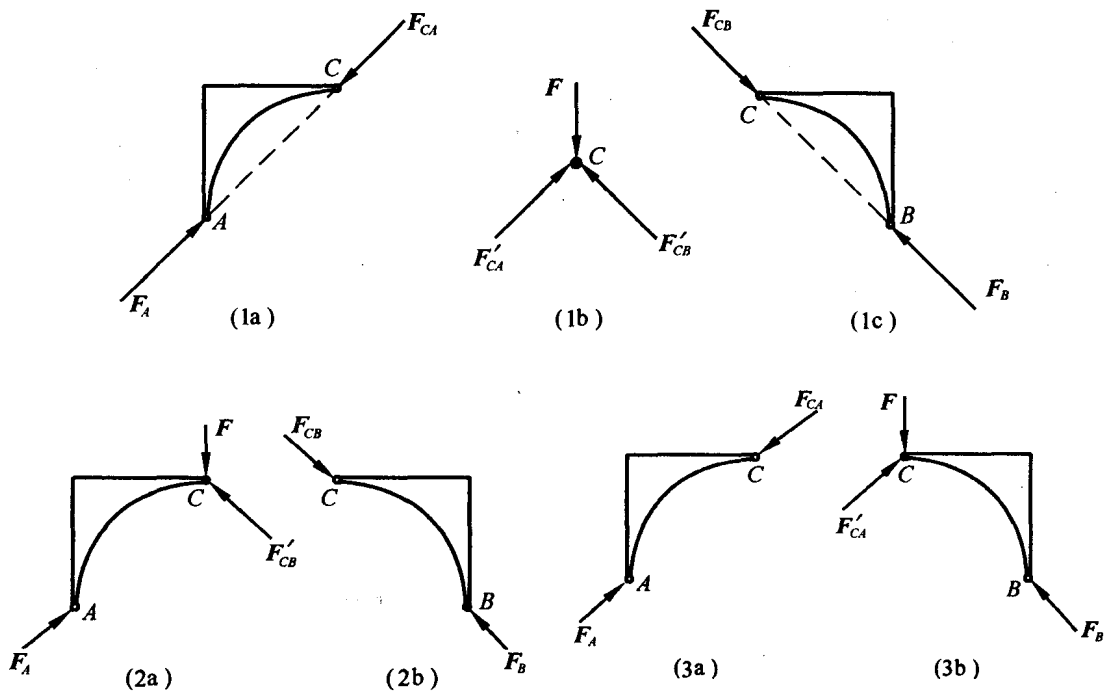
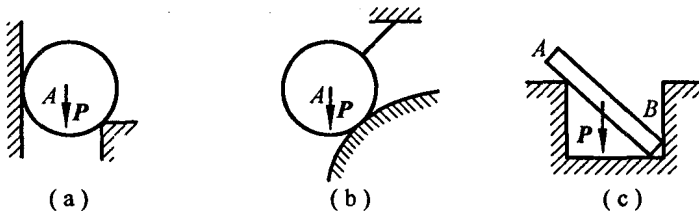


图 1 - 14

## 书后习题解析

1-1 画出图 1-15 中物体 A、ABC 或构件 AB、AC 的受力图。未画重力的各物体的自重不计,所有接触处均为光滑接触。

解 图 1-15 中物体的受力图分别表示在图 1-16 中。



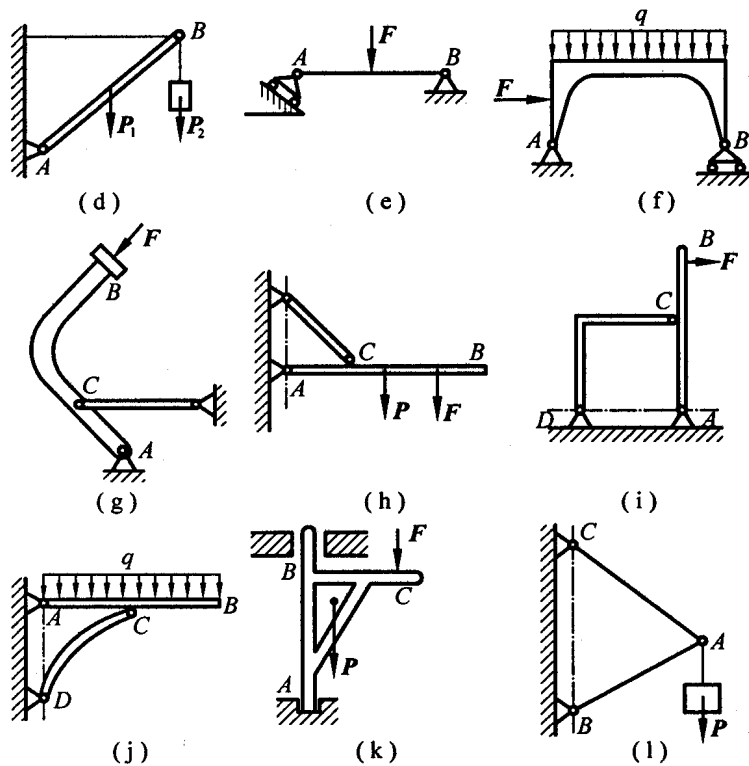


图 1-15

