

普通高等教育“十五”国家级规划教材配套辅导

材料力学(Ⅰ)

(第四版)

习题精解

主编 王 茵 董北川
参编 黄 莉 郑立霞

西南交通大学出版社
· 成 都 ·

前 言

本书是与孙训方教授等主编的《材料力学》(I, II)(第四版)配套的辅导教材。可作为工科专业本科学生学习材料力学的参考书,也可作为报考研究生的考前复习教材,并可作为教师的教学参考书。

材料力学是本科教育中很多工科专业的重要技术基础课。它的知识既可直接应用于工程计算,又为学习后继课程奠定必要的理论基础。在对学生进行工程意识与工程能力、科学素质及创新能力培养中具有极其重要的作用。

孙训方教授等主编的《材料力学》是一本获国家级奖项的优秀教材。2002年修订出版的第四版被定为普通高等教育“十五”国家级规划教材,该教材自出版以来,一直被众多高等院校作为材料力学的教科书,深受广大师生之赞誉,并被许多院校推荐为研究生入学考试的参考书。

关于材料力学学习题集的种类繁多,但专门为一本教材所编写的思考题及习题解答几乎没有。鉴于此,我们针对孙训方教授等编写的《材料力学》(第四版)一书的全部思考题及习题做了详细的分析及解答。为了便于读者更好地学习材料力学,我们在每一章节里给出了:本章的内容提要、基本要求、重点难点、思考题详解、习题全解。我们编写这本材料力学教学参考书的目的是,力求使读者对材料力学的概念、原理和方法理解更加深刻,解题方法更加灵活,思路更加开阔,综合利用材料力学知识的能力得到提高,分析问题和解决问题的能力也进一步提高。

本书由王茵(第I册第2,3章,第II册第2,4章),董北川(第I册第7,9章,第II册第1,6章),黄莉(第I册第4,5章,附录I,第II册第7章),郑立霞(第I册第6,8章,第II册第3,5章)等老师编写。

由于作者水平有限,错误难免,敬请读者批评指正。

编 者

2006年8月

目 录

(I)

第二章 轴向拉伸和压缩	1
一 内容提要	1
二 基本要求	5
三 重点难点	5
四 思考题详解	5
五 习题全解	10
第三章 扭 转	33
一 内容提要	33
二 基本要求	37
三 重点难点	38
四 思考题详解	38
五 习题全解	43
第四章 弯曲应力	63
一 内容提要	63
二 基本要求	67
三 重点难点	67
四 思考题详解	69
五 习题全解	76
第五章 梁弯曲时的位移	156
一 内容提要	156
二 基本要求	157
三 重点难点	158
四 思考题详解	158
五 习题全解	163
第六章 简单的超静定问题	192
一 内容提要	192
二 基本要求	193
三 重点难点	193

四	思考题详解	193
五	习题全解	197
第七章	应力状态和强度理论	218
一	内容提要	218
二	基本要求	222
三	重点难点	223
四	思考题详解	223
五	习题全解	229
第八章	组合变形及连接部分的计算	260
一	内容提要	260
二	基本要求	263
三	重点难点	263
四	思考题详解	264
五	习题全解	268
第九章	压杆稳定	299
一	内容提要	299
二	基本要求	302
三	重点难点	302
四	思考题详解	302
五	习题全解	304
附录 I	截面的几何性质	320
一	内容提要	320
二	基本要求	322
三	重点难点	322
四	思考题详解	323
五	习题全解	326

第二章 轴向拉伸和压缩

一 内容提要

1. 轴向拉伸和压缩的概念

作用在直杆上的外力(或外力合力)的作用线与杆轴线重合,其主要变形是纵向伸长或缩短。

2. 轴力及轴力图

(1) 轴 力

杆轴向拉伸或压缩时,其横截面上内力的合力 F_N 的作用线与杆件的轴线重合,这种内力 F_N 称为轴力。规定:引起杆件纵向伸长的轴力为正,称为拉力;引起纵向缩短变形的轴力为负,称为压力。

(2) 截面法

分析轴力的方法采用截面法,它是求内力的一般方法。其步骤为:

- ① 截开:在要求内力的截面处,假想地将杆截分为两部分。
- ② 代替:用作用于截面上的内力代替弃去部分对保留部分的作用。
- ③ 平衡:用静力学的平衡方程列出保留部分构件上外力与内力的关系,求出内力。

(3) 轴力图

为了表明横截面上的轴力随横截面位置变化的情况,绘制出表示轴力与截面位置关系的图线称为轴力图,轴力图上应标注轴力的数值及正负号。

3. 应力·拉压杆内的应力

(1) 应力的定义及特征

应力是内力分布的集度。将总应力 p 分解为与截面垂直的法向分量 σ 和与截面相切的切向分量 τ 。法向分量 σ 称为正应力,切向分量 τ 称为切应力。

应力具有如下特征:

- ① 应力必须指明其作用的截面及该截面内某一点这两个因素。
- ② 在某截面上一点处的应力是矢量,应力正负号的规定为: σ 为拉应力时为正,压应力为负;而对截面内部一点产生顺时针方向力矩的切应力 τ 为正,反之为负。
- ③ 应力的量纲为 $ML^{-1}T^{-2}$ 。应力的单位为 N/m^2 或 Pa 。
- ④ 整个横截面上各点处的应力与微面积 dA 之乘积的合成,即为该截面上的内力。

(2) 拉(压)杆横截面上的应力

拉(压)杆横截面上只有正应力,没有切应力,且横截面上各点处的正应力 σ 都相等。其计算公式为

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

当等直杆受几个轴向外力作用时,杆内的最大应力为 $\sigma_{\max} = \frac{F_{N\max}}{A}$ 。最大轴力所在的截面称为危险截面,危险截面上的正应力称为最大工作应力。

(3) 拉(压)杆斜截面上的应力

在与横截面的夹角为 α 的任一斜截面上,不但有正应力 σ_α ,还有切应力 τ_α 。

$$\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha = \frac{F}{A} \cos^2 \alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha = \frac{F}{2A} \sin 2\alpha$$

① 当 $\alpha = 0$ 时, $\sigma_\alpha = \sigma_0 = \frac{F}{A}$,它是 σ_α 中的最大值,即通过拉(压)杆内某一点的横截面上的正应力,是通过该点的所有不同方位截面上正应力中的最大值。

② 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, $\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} = \frac{F}{2A}$,它是 τ_α 中的最大值,即与横截面成 45° 的斜截面上的切应力,是拉(压)杆所有不同方位截面上切应力中的最大值。

③ 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, $\sigma_\alpha = \tau_\alpha = 0$,即拉(压)杆在平行于轴线的纵向截面上没有应力作用。

4. 拉(压)杆的变形

(1) 线应变

每单位长度的伸长(或缩短),称为线应变,并用记号 ϵ 表示, $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$ 。 ϵ 在伸长时为正,缩短时为负。

(2) 纵向变形

实验证明:当杆内的应力不超过材料的比例极限时,杆的伸长 Δl 与其所受外力 F 、杆的原长 l 成正比,而与其横截面面积 A 成反比。

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \quad \text{或} \quad \Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

这一关系式称为胡克定律。 E 称为弹性模量,其单位为 Pa。 E 的数值随材料而异,是通过实验测定的,其值表征材料抵抗弹性变形的能力。 EA 称为杆的拉伸(压缩)刚度。

(3) 单轴应力状态下的胡克定律

$$\sigma = E \epsilon$$

上式不仅适用于拉(压)杆,而且还可普遍地用于所有的单轴应力状态。

(4) 横向线应变

实验结果指出,当拉(压)杆内的应力不超过材料的比例极限时,横向线应变 ϵ' 与

纵向线应变 ϵ 的绝对值之比为一常数。

$$\nu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| \quad \text{或} \quad \epsilon' = -\nu \epsilon$$

式中 ν 称为泊松比,其数值随材料而异,也是通过实验测定的。

5. 拉(压)杆内的应变能

(1) 应变能的定义

弹性体在外力作用下,因变形而储存的能量称为应变能。

(2) 拉(压)杆内应变能的计算公式

$$V_{\epsilon} = \frac{F_N^2 l}{2EA} \quad \text{或} \quad V_{\epsilon} = \frac{EA}{2l} \Delta l^2$$

6. 材料的力学性能

材料的力学性能是指材料在外力作用下表现出的变形,破坏等方面的特性。它要由实验来测定。

(1) 低碳钢拉伸时的力学性能

① 弹性阶段 在这一阶段内,应力 σ 与应变 ϵ 成正比,即

$$\sigma = E \epsilon$$

弹性阶段内, σ 与 ϵ 成正比的最高应力值称为比例极限 σ_p 。

材料只出现弹性变形的极限值,称为弹性极限 σ_e 。

由于弹性极限和比例极限非常接近,所以工程上对弹性极限和比例极限并不严格区分。

② 屈服阶段 在屈服阶段内应力基本保持不变,应变有明显的增加,这种现象称为屈服或流动。

在屈服阶段内的最低应力称为屈服极限 σ_s 。屈服极限是衡量材料强度的重要指标。

③ 强化阶段 过屈服阶段后,材料又恢复了抵抗变形的能力,要使它继续变形,必须增加拉力。这种现象称为材料的强化。

强化阶段中应力的最高值是材料所能承受的最大应力,称为强度极限 σ_b 。它是衡量材料强度的另一重要指标。

④ 局部变形阶段 在这一阶段内,试样的某一局部范围内,横向尺寸突然急剧缩小,形成缩颈现象。

$$\text{⑤ 伸长率 } \delta \text{ 和断面收缩率 } \psi \quad \delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\%, \quad \psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$$

式中 l_1 为试样拉断后的长度, A_1 代表试样在拉断后,断口处的最小横截面面积。 δ 和 ψ 是衡量材料塑性的重要指标。

$\delta > 5\%$ 的材料称为塑性材料, $\delta < 5\%$ 的材料称为脆性材料。

(2) 铸铁拉伸时的力学性能

灰口铸铁拉伸时,没有屈服和缩颈现象,在较小的拉应力下就被拉断,拉断前的应变很小,伸长率也很小。它是典型的脆性材料。铸铁拉断时的最大应力为强度极限 σ_b ,它是衡量材料强度的唯一指标。

(3) 材料压缩时的力学性能

① 低碳钢压缩时的弹性模量 E 和屈服极限 σ_s 都与拉伸时大致相同。

② 铸铁压缩时,试样仍然在较小的变形下突然破坏。破坏断面的法线与轴线大致成 $45^\circ \sim 55^\circ$ 的倾角,表明试样沿斜截面相对错动而破坏。铸铁的抗压强度比它的抗拉强度高 $4 \sim 5$ 倍。

7. 拉(压)杆的强度条件

(1) 安全因数和许用应力

脆性材料断裂时的应力是强度极限 σ_b ;塑性材料达到屈服时的应力是屈服极限 σ_s 。这两者都是构件失效时的极限应力。为了保证构件有足够的强度,构件的最大工作应力 $\sigma_{\max}$ 应低于材料的极限应力 σ_u 。强度计算中,以大于 1 的因数除极限应力,并将所得结果称为许用应力,用 $[\sigma]$ 表示,即

$$[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n}。$$

式中 n 是一个大于 1 的因数,称为安全因数。

(2) 强度条件

构件轴向拉伸(或压缩)时的强度条件为

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N\max}}{A} \leq [\sigma]$$

根据拉(压)杆的强度条件,可对其进行强度计算。通常强度计算有以下三种类型:

① 强度校核

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N\max}}{A} \leq [\sigma]$$

② 截面设计

$$A \geq \frac{F_{N\max}}{[\sigma]}$$

③ 许用荷载计算

$$F_{N\max} \leq [\sigma]A$$

8. 应力集中的概念

由于杆件截面骤然变化(或几何外形局部不规则)而引起的局部应力骤增现象,称为应力集中。

应力集中并不是单纯由截面积的减小所引起的,杆件外形的骤然变化是造成应力集中的主要原因。

应力集中在塑性材料中的敏感性比在脆性材料中低,因此在静荷载作用时,对塑性材料可以不考虑应力集中的影响。

二 基本要求

1. 熟练地用截面法求解内力,并正确绘制内力图。
2. 掌握应力的概念,以及拉(压)杆截面上应力的计算公式。
3. 掌握应变的概念,会用胡克定律计算拉(压)杆的变形量。
4. 熟悉应变能的概念及其计算。
5. 熟知低碳钢、铸铁等材料的拉伸和压缩时的力学性能。
6. 能利用强度条件对拉(压)构件进行强度校核、截面设计及许可荷载的计算。
7. 了解应力集中的概念。

三 重点难点

- 重点**
1. 拉(压)杆横截面内应力的计算。
 2. 利用胡克定律计算拉(压)杆的变形量,胡克定律的适用条件。
 3. 塑性材料和脆性材料在拉伸和压缩时的力学性能。
 σ_p —比例极限, σ_e —弹性极限, σ_s —屈服极限, σ_b —强度极限。
 4. 根据拉(压)杆的强度条件,对其进行强度计算。

- 难点**
1. 拉(压)杆变形量的计算。
 2. 拉(压)杆在多个轴向力作用下,应变能的计算。
 3. 截面设计及许可荷载的计算。

四 思考题详解

2-1 试论证杆件横截面上各点处的正应力若相等,则截面上法向分布内力的合力必通过横截面的形心。反之,法向分布内力的合力虽通过横截面的形心,但正应力在横截面上各点处却不一定相等。

【证明】 设有任意横截面的杆件,如思考题2-1图(a)所示, O 点为其横截面的形心,设该截面上的法向分布内力的合力为 F ,其作用点到该截面形心的距离为 δ 。设分布内力的集度为 σ 。

由合力矩定理,合力 F 对 y 轴之矩等于分布内力对 y 轴之矩的代数和,即

$$F\delta \sin \theta = \int_A (\sigma dA) z = \sigma \int_A z dA$$

因为 z 轴通过截面形心,即

$$z_c A = \int_A z dA = 0$$

所以

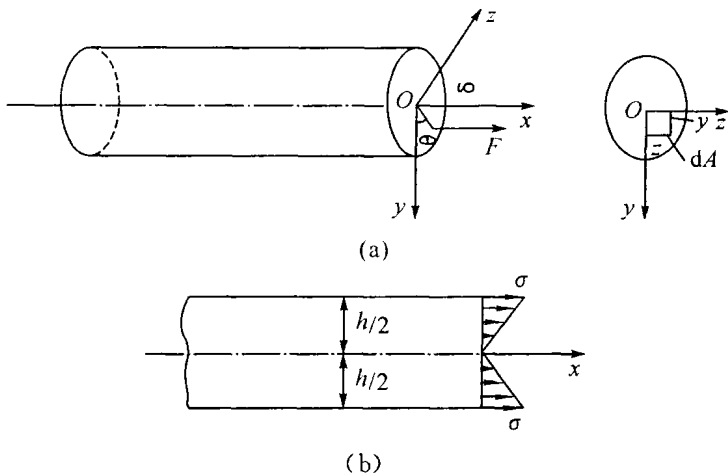
$$F\delta \sin \theta = 0 \quad (1)$$

同理

$$F\delta \cos \theta = \int_A (\sigma dA) y = \sigma \int_A y dA = 0 \quad (2)$$

综合式(1),(2)分析,得 $\delta = 0$

因此当横截面上各点处的正应力相等时,其法向分布内力的合力必通过横截面的形心。



思考题 2-1 图

若横截面上正应力的分布情况如思考题 2-1 图(b)所示,则显然其法向分布内力的合力 F 通过截面形心,但正应力并非均匀分布。

2-2 横截面面积为 A ,单位长度重量为 q 的无限长弹性杆,自由放在摩擦因数为 f 的粗糙表面上,如思考题 2-2 图所示。试求欲使该杆在端点产生位移 δ 时所需的力 F 。已知杆的弹性模量为 E 。



思考题 2-2 图

【解】 设杆在轴向力 F 作用下,长度为 l 的一段杆内产生的伸长量为 δ ,该段杆与支承面之间摩擦力的集度为 qf ,所以该段内任意横截面 x 面上的轴力为

$$F_N = F - qfx \quad (1)$$

在长度为 l 处,杆横截面上的轴力为零,即

$$F_N(l) = F - qfl = 0, \quad l = F/qf \quad (2)$$

杆在 l 长度内的伸长量为

$$\delta = \int_0^l d(\Delta l) = \int_0^l \frac{F - qfx}{EA} dx = \frac{Fl - qfl^2/2}{EA}$$

将式(2)代入上式,整理后得

$$F = \sqrt{2\delta qfEA}$$

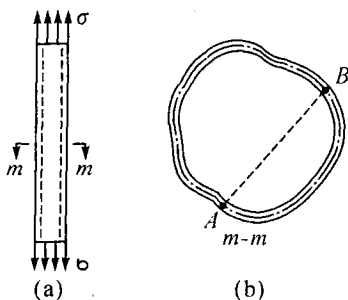
2-3 受轴向拉伸的闭合薄壁截面杆如思考题2-3图所示。已知A,B两点间的距离 a 、材料的弹性常数 E, ν 。试证明两点间距离的改变量为 $\Delta_{AB} = -\nu \sigma a / E$ 。

【证明】在轴向拉力作用下,该杆产生均匀变形,其横向线应变为

$$\epsilon' = -\nu \frac{\sigma}{E}$$

所以A,B两点间距离的改变量为

$$\Delta_{AB} = a \epsilon' = -\nu \sigma a / E$$



思考题2-3图

2-4 一根钢筋试样,其弹性模量 $E = 210 \text{ GPa}$,比例极限 $\sigma_p = 210 \text{ MPa}$;在轴向拉力 F 作用下,纵向线应变有 $\epsilon = 0.001$ 。试求钢筋横截面上的正应力。如果加大拉力 F ,使试样的纵向线应变增加到 $\epsilon = 0.01$,试问此时钢筋横截面上的正应力能否由胡克定律确定,为什么?

【解】由胡克定律 $\sigma = E \epsilon$

得 $\sigma = 210 \times 10^9 \times 0.001 = 210 \text{ MPa} = \sigma_p$

如果加大拉力 F ,使试样的纵向线应变增加到 $\epsilon = 0.01$,此时应力已超过比例极限,即 $\sigma > \sigma_p$,则胡克定律不再适用,即此时钢筋横截面上的正应力不能由胡克定律确定。

2-5 弹性模量 E 的物理意义是什么?如低碳钢的弹性模量 $E_s = 210 \text{ GPa}$,混凝土的弹性模量 $E_c = 28 \text{ GPa}$,试求下列各项:

- (1) 在横截面上正应力 σ 相等的情况下,钢和混凝土杆的纵向线应变 ϵ 之比;
- (2) 在纵向线应变 ϵ 相等的情况下,钢和混凝土杆横截面上正应力 σ 之比;
- (3) 当纵向线应变 $\epsilon = 0.00015$ 时,钢和混凝土杆横截面上正应力 σ 的值。

【解】弹性模量 E 是表征材料抵抗弹性变形的能力。

(1) 在横截面上正应力 σ 相等的情况下

$$\epsilon_s / \epsilon_c = \frac{\sigma / E_s}{\sigma / E_c} = \frac{E_c}{E_s}$$

(2) 在纵向线应变相等的情况下

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_c} = \frac{E_s \epsilon_s}{E_c \epsilon_c} = \frac{E_s}{E_c}$$

(3) 当 $\epsilon = 0.00015$ 时

钢杆横截面上的正应力 $\sigma_s = E_s \epsilon = 210 \times 10^9 \times 1.5 \times 10^{-4} = 31.5 \text{ MPa}$

混凝土杆横截面上的正应力 $\sigma_c = E_c \epsilon = 28 \times 10^9 \times 1.5 \times 10^{-4} = 4.2 \text{ MPa}$

2-6 若在受力物体内某点处,已测得 x 和 y 两方向均有线应变,试问在 x 和 y 两方向是否都必定有正应力?若测得仅 x 方向有线应变,则是否 y 方向必无正应力?若测得 x 和 y 方向均无线应变,则是否 x 和 y 方向都必无正应力?

【解】若在受力物体内某点处已测得 x 和 y 两方向均有线应变,则在 x 和 y 两方向不一定都有正应力。例如,杆在 x 方向受轴向拉(压),则 x 方向有正应力 σ_x , y 方向不受力,即 $\sigma_y = 0$ 。但横向效应使 y 方向产生线应变 $\epsilon_y = \epsilon'_x - \nu \epsilon_x$ 。

若测得仅在 x 方向有线应变,则由广义胡克定律求得

$$\sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_x$$

可知 y 方向有可能有正应力。

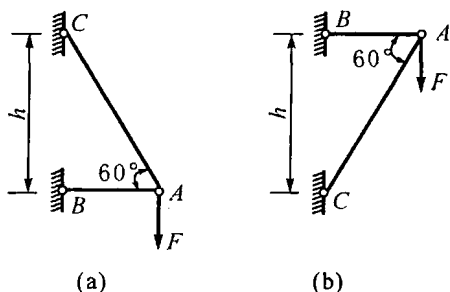
若测得 x 和 y 方向均无线应变,则由广义胡克定律求得

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z$$

可知 x 和 y 方向都有可能正应力。

2-7 直径相同的铸铁圆截面杆,可设计成思考题 2-7 图(a)和图(b)所示的两种结构形式。试问哪种结构所承受的荷载 F 大?大多少?

【解】 首先由平衡方程可求出两种结构中各杆的轴力。图(a)的结构中 $F_{NAC} = \frac{2\sqrt{3}}{3}F$, 为拉力; $F_{NAB} = \frac{\sqrt{3}}{3}F$, 为压力。图(b)的结构中 $F_{NAC} = \frac{2\sqrt{3}}{3}F$, 为压力; $F_{NAB} = \frac{\sqrt{3}}{3}F$, 为拉力。



思考题 2-7 图

因为铸铁材料在压缩时的强度极限比在拉伸时要大得多,因此应对这两个结构的受拉构件进行强度分析。

设图(a)结构所承受的许用荷载为 $[F_a]$, 图(b)结构所承受的许用荷载为 $[F_b]$, 则有

$$\text{图(a) 结构} \quad F_{NAC} = \frac{2}{\sqrt{3}}F_a \leq A[\sigma_{\text{拉}}]$$

$$[F_a] = \frac{\sqrt{3}}{2}A[\sigma_{\text{拉}}]$$

$$\text{图(b) 结构} \quad F_{NAB} = \frac{1}{\sqrt{3}}F_b \leq A[\sigma_{\text{拉}}]$$

$$[F_b] = \sqrt{3}A[\sigma_{\text{拉}}]$$

所以

$$[F_b] = 2[F_a]$$

即图(b)结构所承受的荷载要比图(a)结构所承受的荷载大 1 倍。

2-8 由某种材料制成的拉杆,如果实际上是由于 $\tau_{\pm 45^\circ} = \tau_u$ 而引起强度破坏,试问是否可用 $\sigma_0 = \sigma_u$ 作为强度破坏的判据?这里 σ_u 和 τ_u 是指拉杆材料发生强度破坏时横截面上的正应力和 45° 斜截面上的切应力。

【解】 由拉(压)杆斜截面上的应力计算公式

$$\tau_{\pm 45^\circ} = \pm \frac{\sigma_0}{2} \sin(2 \times 45^\circ) = \pm \frac{\sigma_0}{2}$$

得

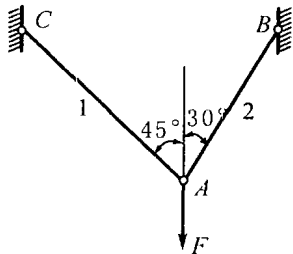
$$\tau_u = \frac{\sigma_u}{2}$$

所以,对于轴向拉伸杆件,可以用 $\sigma_0 = \sigma_u$ 作为强度破坏的判据。

2-9 试问在低碳钢试样的拉伸图上,试样被拉断时的应力为什么反而比强度极限低?

【解】 当试样被拉断时会出现缩颈现象,由于缩颈部分横截面积迅速减小,使试样继续伸长所需的拉力也相应减小,在应力—应变图中,用横截面的原始面积算出的应力 $\sigma = F/A$ 随之下降。

2-10 在思考题 2-10 图所示结构中,杆 1 和杆 2 的许用应力分别为 $[\sigma]_1$ 和 $[\sigma]_2$,横截面积分别为 A_1 和 A_2 ,则两杆各自的许可轴力分别为 $[F_{N1}] = [\sigma]_1 A_1$ 和 $[F_{N2}] = [\sigma]_2 A_2$ 。若根据结点 A 的平衡条件 $\sum F_y = 0$ 求得结构的许可荷载,则 $[F] = [F_{N1}] \cos 45^\circ + [F_{N2}] \cos 30^\circ$ 。试问结论是否正确?为什么?



思考题 2-10 图

【解】 该结论不正确。

结构的许可荷载 $[F]$ 是指两根杆中若有一根杆的轴力首先达到许可轴力时所对应的荷载值。

由平衡方程可求得两杆内的轴力分别为

$$F_{N1} = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 45^\circ (\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)} F = 0.518F$$

$$F_{N2} = \frac{1}{(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)} F = 0.732F$$

由强度条件

$$\text{对 1 杆} \quad F_{N1} = 0.518F \leq [F_{N1}] = [\sigma]_1 A_1$$

$$F \leq 1.93[\sigma]_1 A_1$$

$$\text{对 2 杆} \quad F_{N2} = 0.732F \leq [F_{N2}] = [\sigma]_2 A_2$$

$$F \leq 1.366[\sigma]_2 A_2$$

所以该结构的许可荷载应取

$$[F] = \min\{1.93[\sigma]_1 A_1, 1.366[\sigma]_2 A_2\}$$

2-11 由脆性材料制成的承受轴向拉伸的矩形截面杆,若有平行于轴线方向的裂纹,试问杆的强度是否会降低?若裂纹的方向与杆的轴线相垂直,杆的强度是否受影响?

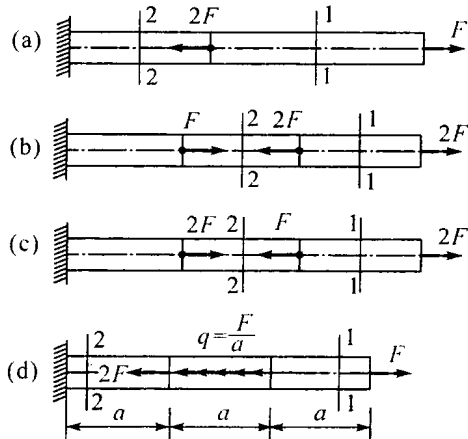
【解】 对于承受轴向拉伸的矩形截面杆,若有平行于轴线方向的裂纹,杆的横截面积,并没有削弱,所以杆的强度不会降低。若裂纹的方向与杆的轴线垂直,这时,杆的横截面积削弱,则在裂纹尖端会产生应力集中,杆的强度会降低。

2-12 试论述:为什么轴向拉(压)杆斜截面上的应力是均匀分布的?

【解】 由平面假设可知,变形前为平面的斜截面;变形后仍保持为平面,且与轴线的夹角保持不变。因此拉(压)杆所有纵向纤维的伸长(缩短)是相等的。由于材料是均匀的,所有纵向纤维的力学性能相同。由它们的变形相等和力学性能相同,可以推想各纵向纤维的受力是一样的。所以,斜截面上各点的正应力 σ 相等,即正应力均匀分布于斜截面上。

五 习题全解

2-1 试求习题 2-1 图示各杆 1-1 和 2-2 横截面上的轴力, 并作轴力图。



习题 2-1 图

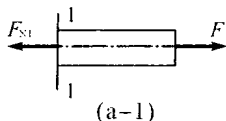
【解】 (a) 取截面 1-1 将杆截开后, 取右段杆为研究对象, 如习题 2-1 图(a-1) 所示。

由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N1} = F$$

取截面 2-2 将杆截开后, 取右段杆为研究对象, 如续题 2-1 图(a-2) 所示。

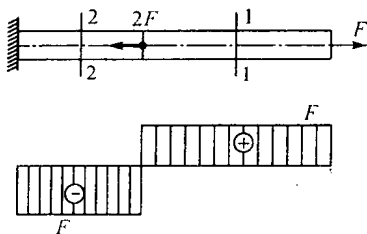
$$\sum F_x = 0, \quad F_{N2} = F - 2F = -F$$



(a-1)



(a-2)



(a-3)

续题 2-1 图

结果为负,说明 F_{N2} 为压力。

杆的轴力图如续题 2-1 图(a-3) 所示。

(b) 与上题的解题步骤相同。

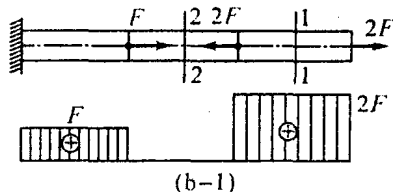
分别对各截取部分建立平衡方程

$$\sum F_x = 0$$

得

$$F_{N1} = 2F, F_{N2} = 0$$

轴力图如续题 2-1 图(b-1) 所示。



续题 2-1 图

(c) 分别对各截取部分建立平衡方程 $\sum F_x = 0$, 求得截面 1 和截面 2 上的轴力分别为

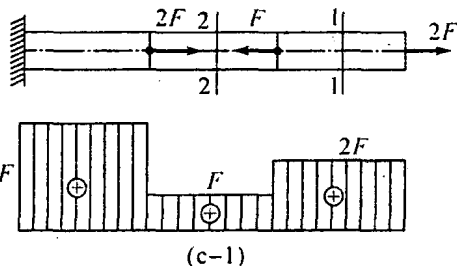
$$F_{N1} = 2F, F_{N2} = F$$

轴力图如续题 2-1 图(c-1) 所示。

(d) 分别对各截取部分建立平衡方程 $\sum F_x = 0$, 求得截面 1 和截面 2 上的轴力分别为

$$F_{N1} = F, F_{N2} = -2F(\text{压力})$$

轴力图如续题 2-1 图(d-1) 所示。



2-2 试求习题 2-2 图(a) 所示等直杆横截面 1-1、2-2 和 3-3 上的轴力, 并作轴力图。若横截面积 $A = 400\text{mm}^2$, 试求各横截面上的应力。

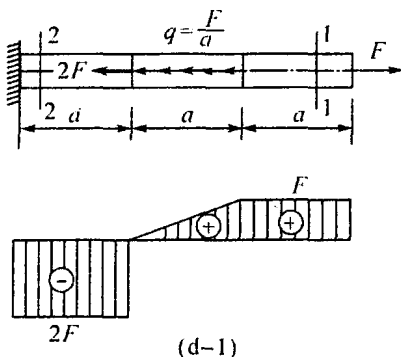
【解】 取截面 1-1, 将杆截开后, 取右段杆为研究对象建立平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N1} = -20\text{kN}$$

同理求得截面 2-2 上的轴力为

$$F_{N2} = 10 - 20 = -10\text{kN}$$

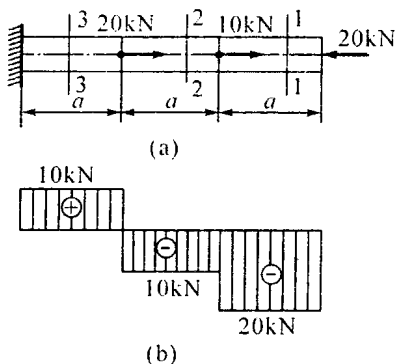
截面 3-3 的轴力为



续题 2-1 图

$$F_{N3} = 20 + 10 - 20 = 10 \text{ kN}$$

轴力图如习题 2-2 图(b) 所示。



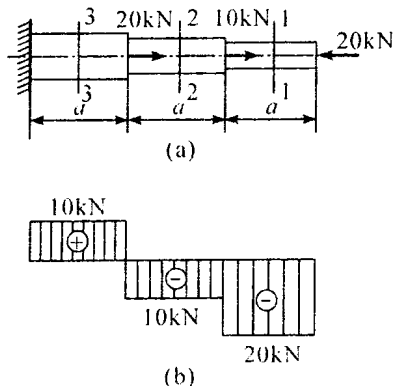
习题 2-2 图

$$\text{截面 1-1 上的应力为 } \sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A} = \frac{-20 \times 10^3}{400 \times 10^{-6}} = -50 \times 10^6 \text{ Pa} = -50 \text{ MPa (压应力)}$$

$$\text{截面 2-2 上的应力为 } \sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A} = \frac{-10 \times 10^3}{400 \times 10^{-6}} = -25 \times 10^6 \text{ Pa} = -25 \text{ MPa (压应力)}$$

$$\text{截面 3-3 上的应力为 } \sigma_3 = \frac{F_{N3}}{A} = \frac{10 \times 10^3}{400 \times 10^{-6}} = 25 \times 10^6 \text{ Pa} = 25 \text{ MPa}$$

2-3 试求习题 2-3 图(a) 所示阶梯状直杆横截面 1-1, 2-2 和 3-3 上的轴力, 并作轴力图。若横截面积 $A_1 = 200 \text{ mm}^2$, $A_2 = 300 \text{ mm}^2$, $A_3 = 400 \text{ mm}^2$, 并求各横截面上的应力。



习题 2-3 图

【解】 由平衡方程 $\sum F_x = 0$, 可求得各截面上的轴力分别为

$$F_{N1} = -20 \text{ kN}, F_{N2} = -10 \text{ kN}, F_{N3} = 10 \text{ kN}$$

轴力图如习题 2-3 图(b) 所示。

截面 1-1 上的应力为

$$\sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{-20 \times 10^3}{200 \times 10^{-6}} = -100 \times 10^6 \text{ Pa} = -100 \text{ MPa}$$

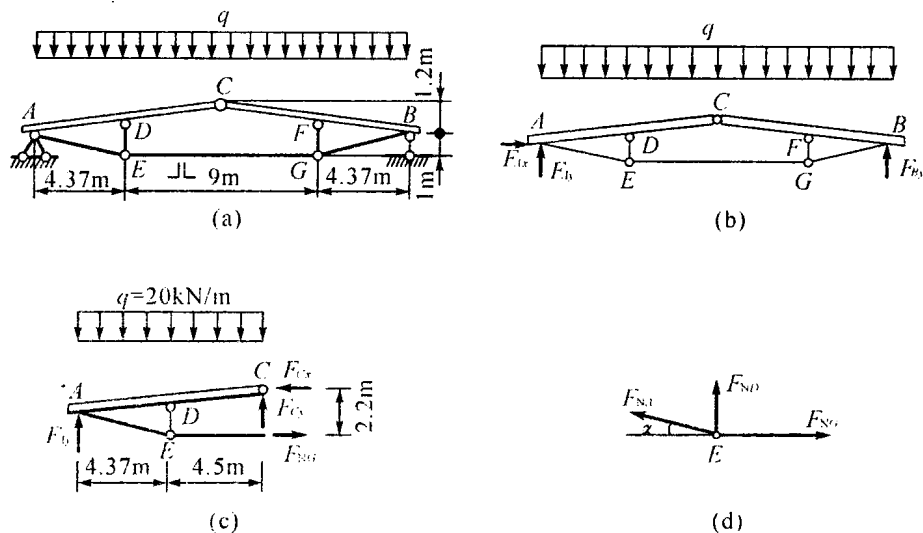
截面 2-2 上的应力为

$$\sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{-10 \times 10^3}{300 \times 10^{-6}} = -33.3 \times 10^6 \text{ Pa} = -33.3 \text{ MPa}$$

截面 3-3 上的应力为

$$\sigma_3 = \frac{F_{N3}}{A_3} = \frac{10 \times 10^3}{400 \times 10^{-6}} = 25 \times 10^6 \text{ Pa} = 25 \text{ MPa}$$

2-4 习题 2-4 图(a) 为一混合屋架结构的计算简图。屋架的上弦用钢筋混凝土制成。下面的拉杆和中间竖向撑杆用角钢构成, 其截面均为两个 $75 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ 的等边角钢。已知屋面承受集度为 $q = 20 \text{ kN/m}$ 的竖直均布荷载。试求拉杆 AE 和 EG 横截面上的应力。



习题 2-4 图

【解】 以整个结构为研究对象, 其受力图如习题 2-4 图(b) 所示。由对称性可知

$$F_{Ay} = F_{By} = q \times (4.37 + 9 + 4.37) / 2 = 177.4 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} = 0$$

求拉杆 EG 的轴力。取半个屋架为分离体, 其受力图如习题 2-4 图(c) 所示。