

(修订本)

# 数学史概论

---

AN INTRODUCTION TO THE  
HISTORY OF MATHEMATICS

[美] H·伊夫斯 著  
欧阳绛 译

山西经济出版社

---

# 数学史概论

(修订本)

[美] H·伊夫斯 著

欧阳绛 译

山西经济出版社

[晋]新登字4号

**数学史概论**

(修订本)

[美] H·伊夫斯 著

欧阳绛 译

责任编辑 张良瑾

\*

山西经济出版社出版发行(太原并州北路11号)

太原新华印刷厂印刷

\*

开本:787×1092 1/16 印张:34 字数:775千字

1986年3月第1版 1993年1月第2次印刷

印数:3001—6000册

\*

ISBN 7-80577-654-7  
F·654 定价:24.00元

## 原著出版情况

书名 AN INTRODUCTION TO THE HISTORY OF  
MATHEMATICS

著者 〔美〕Howard Eves

1953年初版

1964年第二版

1969年第三版

1976年第四版

1983年第五版

1990年第六版

# 序

利用出第六版的机会,我对原书中许多章节作了补充和修改。这包括:拓宽历史背景,新增或扩展了某些章节,另外,还加进了许多新的例证资料,并且,对女数学家给予了相当的注意。

在本书的十五章中几乎都得到了拓宽和充实,改进之处很多,在这里不能一一列举。其中,作了重大改进的地方有:第5章,对欧几里得《原本》内容的讨论;第7章,对中国数学的整个处理;第9章,对于对数的处理;第12章,关于阿涅泽和杜查泰莱特的整个新的一节;第13章讲到阿甘特和韦塞尔对复数的几何表示法的贡献;第13章为热曼和萨默魏里增添的新一节;第13章为波尔查诺增添的新一节;第13章关于十九世纪几何学的解放的资料有显著扩展;第14章,关于微分几何的一节完全重写并扩展了;第14章,补充了关于奇斯霍姆和斯考特的资料;在本书的最后增添了新的一节,预测数学的前景。

本书的一个重大补充是Jamie Eves写的文明背景。这是为了满足本书的那些早期的使用者的要求而写的,他们认为:把不同时代和时期的数学史放到更加深厚的文明背景上去考察,将有助于学生的理解。聪明的学生在着手探讨某些章节的历史资料之前,应该仔细地阅读其文明背景。

本书增添了10张新的图片资料和16张数学家的照片(共计76张照片)。最后,参考文献也大为扩展了。

为了更详细地讲述本书的许多特点,在第一章的前面增添了绪论。

和前几版一样,对于热情地接受本书的学校教师和学院教授们,我愿再一次表示由衷的感谢。我特别需要感谢所有那些不嫌麻烦花时间写信鼓励我,并为本书的改进提出建议的人们。每一个新版之所以能以这样的面貌出现在读者的面前,主要是由于认真、仔细地收集、整理了这些建议。

还有许多人曾给予特别的帮助。其中有:Ball State University的Duane E. Deal, Sidwell Friends School的Florence D. Fasanelli, Miami University的David E. Kullman, University of Maine的Gregorio Fuentes,以及每一个对正文的改进提出了有价值的建议的人。在这些评论者中,我特别感谢Deal教授,他提供给我最后的学术性资料,使本书的许多部分增添了光彩。中国的欧阳绛和张良瑾提出了有益的建议并提供了关于古代中国数学的有价值的资料。Machias的University of Maine的书店和图书馆和Orono的University of

Maine 的 Article Retrieval Service 都曾给予很大帮助。

尤其使我高兴的是：在这里感谢我的儿子 Jamie H. Eves，他写的文明背景更是锦上添花。这得益于他在历史领域宽广、深厚的知识和热心的学者风度。

最后，我还要感谢 Saunders College 出版社的同事们，他们的工作效率很高，他们给予了极好的帮助和合作。

H·伊夫斯

1989 年夏于缅因

## 中译本序

得知我的AN INTRODUCTION TO THE HISTORY OF MATHEMATICS(第6版)由欧阳绛教授翻译成中文出版,使得本书有机会与汉语读者见面,我十分高兴。能与欧阳绛教授这样的学者结交,倍感荣幸。我深信:对知识的探求能使“四海之内皆兄弟”成为现实;因此,与世界各国的学者们合作将把我们的地球变得更加美好。

H. 伊夫斯

## 中译本序

得知我的AN INTRODUCTION TO THE HISTORY OF MATHEMATICS(第6版)由欧阳绛教授翻译成中文出版,使得本书有机会与汉语读者见面,我十分高兴。能与欧阳绛教授这样的学者结交,倍感荣幸。我深信:对知识的探求能使“四海之内皆兄弟”成为现实;因此,与世界各国的学者们合作将把我们的地球变得更加美好。

H. 伊夫斯

# 目 录

绪论 .....	1
<b>第一部分 十七世纪以前</b> .....	<b>3</b>
文明背景 I :大草原的狩猎者们(石器时代) .....	5
<b>第一章 数系</b> .....	<b>7</b>
1.1 原始计数 .....	7
1.2 数基 .....	8
1.3 手指数和书写数 .....	9
1.4 简单分群数系 .....	10
1.5 乘法分群数系 .....	13
1.6 字码数系 .....	14
1.7 定位数系 .....	14
1.8 早期计算 .....	16
1.9 印度—阿拉伯数系 .....	18
1.10 任意的基 .....	18
问题研究 .....	20
1.1 数字 20/1.2 书写数 20/1.3 用希腊字码表示的数系 21/1.4 古老的和 假设的数系 21/1.5 手指数 22/1.6 基数分数 22/1.7 其它进位制中的四则运 算 22/1.8 关于不同进位制的换算 23/1.9 二进制的游戏 23/1.10 一些数字 游戏	
论文题目 .....	23
文明背景 II :农业革命(文明的发源地) .....	25
<b>第二章 巴比伦和埃及数学</b> .....	<b>28</b>
2.1 古代东方 .....	28
巴比伦 .....	29
2.2 原始资料 .....	29

2.3 商业数学和农用数学	30
2.4 几何学	30
2.5 代数学	31
2.6 普林顿322号	32
<b>埃及</b>	<b>34</b>
2.7 原始资料与年代	34
2.8 算术及代数学	38
2.9 几何学	40
2.10 兰德纸草书中一个奇妙的问题	40
<b>问题研究</b>	<b>41</b>
2.1 正则数 42/2.2 复利 42/2.3 二次方程 43/2.4 代数的几何学 43/2.5 苏萨书板 44/2.6 三次方程 44/2.7 平方根的近似值 45/2.8 双倍和调停 45/2.9 单位分数 45/2.10 西尔维斯特方法 46/2.11 金字塔的陡度 46/2.12 埃及代数学 46/2.13 埃及几何学 47/2.14 最宏伟的金字塔 48/2.15 莫斯科纸草书中的一些问题 48/2.16 3,4,5 三角形 48/2.17 开罗数学纸草书	
论文题目	49
<b>文明背景 III : 市场上的哲学家们(古希腊时代)</b>	<b>51</b>
<b>第三章 毕达哥拉斯学派的数学</b>	<b>54</b>
3.1 证明数学的诞生	54
3.2 毕达哥拉斯及其学派	55
3.3 毕氏学派的算术	56
3.4 毕氏定理和毕氏三数	60
3.5 无理数的发现	61
3.6 代数恒等式	63
3.7 二次方程的几何解法	65
3.8 面积的变换	68
3.9 正多面体	68
3.10 公理的思想	70
<b>问题研究</b>	<b>70</b>
3.1 泰勒斯的实际问题 70/3.2 完全数和亲和数 71/3.3 形数 71/3.4 平均值 72/3.5 毕氏定理的剖分法证明 74/3.6 毕氏三数 75/3.7 无理数 75/3.8 代数恒等式 75/3.9 几何的代数 76/3.10 二次方程的几何解法 76/3.11 面积的变换 77/3.12 正多面体 77/3.13 涉及正多面体的一些问题 78/3.14 黄金分割 78/3.15 狄奥多鲁斯提出的 $\sqrt{n}$ 的作图法 78/3.16 一个有趣的关系式	

论文题目 .....	78
第四章 倍立方体、三等分角和化圆为方问题 .....	80
4.1 从泰勒斯到欧几里得的时期 .....	80
4.2 数学发展的路线 .....	83
4.3 三个著名的问题 .....	83
4.4 欧几里得工具 .....	83
4.5 倍立方体 .....	84
4.6 三等分角 .....	85
4.7 化圆为方问题 .....	88
4.8 $\pi$ 的年表 .....	89
问题研究 .....	95
4.1 欧几里得圆规与现代圆规 96/4.2 用阿契塔和梅纳科莫斯的方法解倍立方体 问题 96/4.3 用阿波洛尼乌斯和埃拉托塞尼的方法解倍立方体问题 97/4.4 丢克 莱斯的蔓叶线 97/4.5 十七世纪提出的解倍立方体问题的一些方法 98/4.6 插入 原理之应用 98/4.7 尼科梅德斯的蚌线 99/4.8 用圆锥曲线三等分角 99/4.9 渐近的欧几里得作图 100/4.10 割圆曲线 100/4.11 近似求长法 100/4.12 希 波克拉底的月形 101/4.13 $\pi$ 的计算 101/4.14 斯内尔的近似法 102/4.15 帮 助记意 $\pi$ 的诗歌	
论文题目 .....	103
文明背景 N : 文明世界(波斯帝国, 希腊化时代和罗马帝国) .....	105
第五章 欧几里得及其《原本》 .....	109
5.1 亚历山大里亚 .....	109
5.2 欧几里得 .....	110
5.3 欧几里得的《原本》 .....	110
5.4 《原本》的内容 .....	111
5.5 比例理论 .....	114
5.6 正多边形 .....	116
5.7 《原本》的表现形式 .....	116
5.8 欧几里得的其它著作 .....	117
问题研究 .....	118
5.1 欧几里得算法 119/5.2 欧几里得算法的应用 119/5.3 毕氏定理 120/5.4 欧几里得《原本》的第二卷 120/5.5 算术基本定理的应用 121/5.6 欧多克斯的 比例理论 121/5.7 正多边形 122/5.8 三角形的内角和 122/5.9 关于面积的 演绎推论 122/5.10 关于角的演绎推论 122/5.11 基本定理 123/5.12 数据	

123/5.13 利用数据的作图	123/5.14 剖分	
论文题目 .....		124
<b>第六章 欧几里得之后的希腊数学 .....</b>		<b>125</b>
6.1 历史背景 .....		125
6.2 阿基米得 .....		125
6.3 埃拉托塞尼 .....		129
6.4 阿波洛尼乌斯 .....		130
6.5 希帕克、梅内劳斯、托勒玫和希腊的三角学 .....		133
6.6 希罗 .....		135
6.7 古希腊的代数学 .....		136
6.8 丢番图 .....		137
6.9 帕普斯 .....		139
6.10 注释者们 .....		141
<b>问题研究 .....</b>		<b>142</b>
6.1 阿利斯塔克和埃拉托塞尼的测量工作 143/6.2 关于球体和柱体 144/6.3		
王冠问题 144/6.4 鞋匠刀形和盐窖形 145/6.5 折弦定理 145/6.6 焦点—准		
线性质 146/6.7 相切性 147/6.8 阿波洛尼乌斯提出的问题 147/6.9 托勒玫		
的弦表 148/6.10 球极平面射影 148/6.11 希罗提出的问题 150/6.12 联立方		
程 150/6.13 《希腊选集》中的问题 151/6.14 《希腊选集》中的典型问题 151/		
6.15 丢番图 151/6.16 《算术》中的一些数论 152/6.17 帕普斯提出的问题		
153/6.18 形心定理 153/6.19 椭圆的椭圆规作图 153/6.20 梅内劳斯定理		
154/6.21 更多的平均值		
论文题目 .....		156
<b>文明背景 V : 亚细亚诸帝国(中国,印度和伊斯兰文化的兴起) .....</b>		<b>157</b>
<b>第七章 中国、印度和阿拉伯数学 .....</b>		<b>162</b>
<b>中 国 .....</b>		<b>162</b>
7.1 原始资料与年代 .....		162
7.2 从商朝到唐朝 .....		163
7.3 从唐朝到明朝 .....		165
7.4 小结 .....		167
<b>印 度 .....</b>		<b>168</b>
7.5 概述 .....		168
7.6 数的计算 .....		171
7.7 算术和代数 .....		173
7.8 几何学和三角学 .....		174

7.9 希腊和印度数学之间的差异 .....	177
<b>阿拉伯</b> .....	177
7.10 穆斯林文化之兴起 .....	177
7.11 算术和代数 .....	179
7.12 几何学和三角学 .....	181
7.13 某些语源 .....	182
7.14 阿拉伯的贡献 .....	183
<b>问题研究</b> .....	183
7.1 来自《九章算术》的一些问题 184/7.2 毕氏定理 184/7.3 幻方 186/7.4 一些古代印度问题 186/7.5 来自摩诃毗罗的问题 187/7.6 来自婆什迦罗的问题 187/7.7 二次不尽根 187/7.8 一次不定方程 188/7.9 联圆四边形的对角线 188/7.10 婆罗摩笈多四边形 189/7.11 泰比特·伊本柯拉、卡尔黑和纳瑟尔· 埃德-丁 189/7.12 去九法 190/7.13 去11法 191/7.14 双试位法 191/ 7.15 三次方程的海牙姆解法 192/7.16 三次方程的几何解 192/7.17 在球面上的 几何作图	
论文题目 .....	193
<b>文明背景 VI: 农奴, 领主和教皇(欧洲中世纪)</b> .....	195
<b>第八章 从公元500年到1600年的欧洲数学</b> .....	200
8.1 黑暗时代 .....	200
8.2 传播时期 .....	201
8.3 斐波那契和十三世纪 .....	203
8.4 十四世纪 .....	204
8.5 十五世纪 .....	205
8.6 早期的算术书 .....	207
8.7 代数的符号表示之开端 .....	208
8.8 三次和四次方程 .....	208
8.9 韦达 .....	211
8.10 十六世纪的其他数学家 .....	213
<b>问题研究</b> .....	214
8.1 黑暗时代提出的问题 215/8.2 斐波那契序列 215/8.3 《算盘书》中提出的 问题 216/8.4 来自斐波那契的其他问题 216/8.5 星多边形 217/8.6 约敦纳 斯和库萨 217/8.7 丢勒和双偶阶幻方 218/8.8 来自雷琼蒙塔努斯的问题 219/ 8.9 来自丘凯的问题 219/8.10 来自帕奇欧里的问题 219/8.11 早期商业问题 220/8.12 格栅算法和长条算法 222/8.13 数字算命术 222/8.14 三次方程 222/8.15 四次方程 223/8.16 十六世纪的记号 223/8.17 来自韦达的问题 224/8.18 来自克拉维乌斯的问题 224/8.19 一些几何问题	

论文题目 .....	225
<b>第二部分 十七世纪及其以后 .....</b>	<b>227</b>
<b>文明背景 VII:清教徒和水手们(欧洲的扩张) .....</b>	<b>229</b>
<b>第九章 现代数学的开端 .....</b>	<b>233</b>
9.1 十七世纪 .....	233
9.2 耐普尔 .....	233
9.3 对数 .....	234
9.4 萨魏里和卢卡斯数学讲座 .....	238
9.5 哈里奥特和奥特雷德 .....	238
9.6 伽利略 .....	241
9.7 刻卜勒 .....	243
9.8 德沙格 .....	245
9.9 帕斯卡 .....	246
问题研究 .....	250
9.1 对数 251/9.2 耐普尔和球面三角学 252/9.3 耐普尔标尺 253/9.4 滑尺 253/9.5 自由落体 254/9.6 扇形圆规 255/9.7 伽利略的《对话》中提出的一 些简单的悖论 256/9.8 刻卜勒定律 256/9.9 镶嵌问题 257/9.10 用射影法证 明定理 258/9.11 帕斯卡青年时的经验“证明” 258/9.12 帕斯卡定理 259/9.13 帕斯卡三角阵	
论文题目 .....	260
<b>第十章 解析几何和微积分以前的其它发展 .....</b>	<b>261</b>
10.1 解析几何 .....	261
10.2 笛卡儿 .....	261
10.3 费尔马 .....	265
10.4 罗伯瓦和托里拆利 .....	269
10.5 惠更斯 .....	270
10.6 十七世纪法国和意大利的一些数学家 .....	272
10.7 十七世纪德国和低地国家的一些数学家 .....	273
10.8 十七世纪英国的一些数学家 .....	274
问题研究 .....	276
10.1 几何式代数 276/10.2 笛卡儿的《几何学》 277/10.3 笛卡儿的符号规则 277/10.4 来自笛卡儿的问题 278/10.5 费尔马定理 278/10.6 得分问题 278/ 10.7 来自惠更斯的问题 279/10.8 高次平面曲线 280/10.9 梅齐利亚克提出的	

数学游戏问题 281/10.10 一些几何问题 281/10.11 用级数计算对数	
论文题目 .....	282
<b>第十一章 微积分和有关的概念 .....</b>	<b>283</b>
11.1 引论.....	283
11.2 芝诺悖论.....	283
11.3 欧多克斯的穷竭法.....	284
11.4 阿基米得的平衡法.....	286
11.5 积分在西欧的起源.....	288
11.6 卡瓦列利的不可分元法.....	289
11.7 微分的起源.....	291
11.8 沃利斯和巴罗.....	293
11.9 牛顿.....	296
11.10 莱布尼茨 .....	300
问题研究 .....	302
11.1 穷竭法 303/11.2 平衡法 303/11.3 阿基米得的一些问题 304/11.4 不可分元法 304/11.5 平截头棱锥体的公式 305/11.6 微分 305/11.7 二项式定理 306/11.8 多项式的根之上界 306/11.9 方程的近似解 307/11.10 集合的代数	
论文题目 .....	308
<b>文明背景Ⅷ:中产阶级的叛乱(欧洲和美洲的十八世纪).....</b>	<b>309</b>
<b>第十二章 十八世纪数学和微积分的进一步探索 .....</b>	<b>313</b>
12.1 引言与说明.....	313
12.2 伯努利家族.....	314
12.3 棣莫弗尔和概率论.....	317
12.4 泰勒和麦克劳林.....	318
12.5 欧拉.....	319
12.6 克雷罗、达朗贝尔和兰伯特 .....	322
12.7 阿涅泽和杜查泰莱特.....	324
12.8 拉格朗日.....	325
12.9 拉普拉斯和勒让德.....	327
12.10 蒙日和卡诺 .....	328
12.11 米制 .....	331
12.12 总结 .....	332
问题研究 .....	332

12.1 伯努利数	333/12.2 棣莫弗尔公式	333/12.3 分布	334/12.4 级数的形式运算	334/12.5 猜想和悖论	334/12.6 欧拉和无穷级数	335/12.7 环形曲线	
	336/12.8 单行和多行网络	337/12.9 某些微分方程	338/12.10 双曲函数	339/12.11 阿涅泽的箕舌线	339/12.12 拉格朗日与解析几何	340/12.13 毕丰的投针问题	341/12.14 圆中的随机弦
	341/12.15 最小二乘法	342/12.16 蒙日的某些几何学	342/12.17 指向的量	343/12.18 卡诺定理			
论文题目							343
<b>文明背景 IX: 工业革命(十九世纪)</b>							<b>345</b>
<b>第十三章 十九世纪早期数学、几何学和代数学的解放</b>							<b>348</b>
13.1 数学王子							348
13.2 热曼和萨默维里							350
13.3 傅立叶和泊松							351
13.4 波尔查诺							353
13.5 柯西							354
13.6 阿贝尔和伽罗瓦							355
13.7 雅科比和狄利克雷							357
13.8 非欧几何							359
13.9 几何学的解放							362
13.10 代数结构的出现							363
13.11 代数学的解放							364
13.12 哈密顿、格拉斯曼、布尔和德摩根							368
13.13 凯利、西尔维斯特和埃尔米特							371
13.14 科学院、学会和期刊							374
问题研究							375
13.1 代数的基本定理	376/13.2 同余式的基本性质	376/13.3 高斯和数	376/				
13.4 傅立叶级数	377/13.5 柯西与无穷级数	377/13.6 群论	378/13.7 群的例子				
378/13.8 阿贝尔群	378/13.9 萨谢利四边形	378/13.10 锐角假定					
379/13.11 对于双曲几何的欧几里得模型	380/13.12 非欧几何与物理空间	380/					
13.13 有普通代数结构的系统	381/13.14 代数定律	381/13.15 进一步讨论代数定律					
382/13.16 作为有序实数对的复数	382/13.17 四元数	382/13.18 矩阵					
383/13.19 若尔当和李代数	384/13.20 向量	385/13.21 有趣的代数					
385/13.22 点代数	385/13.23 一个无限的非阿贝尔群	386/13.24 哈密顿博弈					
论文题目							386

第十四章 十九世纪后期数学及分析的算术化.....	388
14.1 欧几里得工作的继续.....	388
14.2 用欧几里得工具解三个著名问题的不可能性.....	388
14.3 单独用圆规或直尺的作图.....	390
14.4 射影几何.....	391
14.5 解析几何.....	394
14.6 $n$ 维几何.....	397
14.7 微分几何.....	399
14.8 克莱因与爱尔兰根大纲.....	402
14.9 分析的算术化.....	404
14.10 魏尔斯特拉斯和黎曼.....	406
14.11 康托尔、克罗内克和庞加莱.....	408
14.12 柯瓦列夫斯基、诺特和斯科特.....	410
14.13 素数.....	412
问题研究.....	414
14.1 费尔巴哈构形 414/14.2 康曼丁那定理 415/14.3 四面体的高 415/14.4	
空间模拟 415/14.5 等角的定理 415/14.6 不可能的作图 416/14.7 一些近	
似作图 416/14.8 马斯凯罗尼作图定理 417/14.9 用直尺和有固定张度的图规作	
图 417/14.10 勒穆瓦纳几何作图学 418/14.11 对偶原理 418/14.12 射影几	
何的自对偶公设集 419/14.13 三角学的对偶原理 419/14.14 座标系 420.	
14.15 线座标 420/14.16 维数 420/14.17 简记法 421/14.18 齐次座标	
421/14.19 普吕克数 421/14.20 $n$ 维几何 422/14.21 高斯曲率 422/14.22	
由悬链线生成的回转曲面 423/14.23 爱尔兰根大纲 423/14.24 早期微积分的神	
秘主义和悖论 424/14.25 早期使用无穷级数遇到的困难 425/14.26 初等代数中	
的一些谬论 428/14.27 微积分中的一些谬论 429/14.28 没有切线的连续曲线	
430/14.29 代数数和超越数 430/14.30 界 431/14.31 素数	
论文题目.....	432
文明背景X:原子和纺车(二十世纪).....	433
第十五章 进入二十世纪.....	435
15.1 欧几里得《原本》在逻辑上的缺陷.....	435
15.2 公理学.....	436
15.3 一些基本概念的演变.....	438
15.4 超限数.....	439
15.5 拓扑学.....	443
15.6 数理逻辑.....	445