

CAI LIAO LI XUE CAI LIAO LI XUE

高等学校“十一五”规划教材

材 料 力 学

CAI LIAO LI XUE

主 编 刘 钊 王秋生

CAI LIAO LI XUE CAI LIAO LI XUE

CAI LIAO LI XUE CAI LIAO LI XUE

哈尔滨工业大学出版社

高等学校“十

五规划教材

材 料 力 学

主 编 刘 钊 王秋生
副主编 樊久铭

哈爾濱工業大學出版社

内容简介

本书是高等学校教材,全书共有 11 章。主要内容有:绪论,内力及内力图,应力计算及强度条件,变形计算、刚度条件及超静定问题,能量法,应力状态分析,强度理论,组合变形,压杆稳定,动应力与交变应力,考虑材料塑性时杆件的承载能力。每章后面有习题,书后附有习题答案、型钢表及模拟试题。

本教材适用于大学本科土建类多学时各专业,也可作为土建类中少学时有关专业和成人教育相关专业的教材,并可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/刘钊,王秋生主编. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2008.6
ISBN 978-7-5603-2690-0

I. 材… II. ①刘… ②王… III. 材料力学 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 054758 号

策划编辑 田 秋
责任编辑 范业婷
封面设计 刘长友
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451 - 86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂
开 本 787mm × 1092mm 1/16 印张 17.00 字数 386 千字
版 次 2008 年 6 月第 1 版 2008 年 6 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-2690-0
印 数 1 ~ 4 000 册
定 价 29.80 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

序

哈尔滨工业大学材料力学教研室建于1952年,是国内成立最早的材料力学教研室之一,从翻译前苏联的教材《材料力学》(别辽耶夫著)开始,哈尔滨工业大学老一代力学工作者在教材建设方面作出了重要的贡献。1959年哈尔滨工业大学材料力学教研室的部分教师调入新建的哈尔滨建筑工程学院。两校材料力学教研室的教师继承老一代的光荣传统,在力学课程建设方面做了大量的工作。从1979年到1999年,先后在高等教育出版社、中国建筑工业出版社等正式出版《材料力学》教材4部。1989年到1993年,由原哈尔滨建筑工程学院材料力学教研室牵头联合国内6所高校共同编撰《材料力学试题库》,并于1993年通过鉴定,为促进材料力学课程的教学改革作出了重要的贡献。刘钊、王秋生当时均为教研室的骨干教师,并积极参与教材编写及题库编撰工作。1996年,“材料力学”课程被评为建设部A类优秀课程。

进入新世纪以来,哈尔滨工业大学材料力学课程在首届国家教学名师奖获得者、国家精品课程负责人张少实教授的带领下,经过全体教师的努力,在教学改革及课程建设方面取得了很大的成绩。本书的几位主编也积极参与了其中的大量工作。

本次由刘钊、王秋生两位同志主编的《材料力学》是“哈尔滨工业大学‘十一五’规划教材”。刘钊从事力学教学工作多年,先后为本科生及研究生开设《建筑力学》、《材料力学》、《弹性力学》等多门力学课程,教学效果优秀,是一位深受学生欢迎的教师。多次获得黑龙江省及学校的教学成果奖,并于2007年荣获“全国力学教学优秀教师”光荣称号。王秋生曾为本科生及研究生开设《材料力学》、《弹性力学》、《板壳理论》等多门力学课程,并且在教学工作中取得了优异的成绩。多次获得教学优秀奖及原哈尔滨建筑大学首届“十佳青年教师”光荣称号。

教材中的内容已经在哈工大经历了多轮的试点教学并取得了很好的授课效果,在此基础上编写了本书。我深信,本书的出版,将为促进材料力学教学工作,提高材料力学课程的教学质量起到良好的作用。



2008年3月16日于哈尔滨工业大学

前 言

本书根据教育部高教司 2004 年颁发的“材料力学 A 类课程教学基本要求”编写而成。

本书有以下几个特点:

1. 在课程体系与教材编写结构上,本教材与传统材料力学教材相比,作了较大的改动。改变了按照基本变形分章叙述的传统模式,突出了内力、应力、应变等基本概念。强化材料力学解决问题的思想方法,为学生正确理解课程内容,进一步提高该课程的教学质量奠定了良好的基础。

2. 在内容选择上,本教材在保留传统材料力学教材内容的基础上,注重土建专业的特点及与后续课程如“结构力学”、“钢筋混凝土”等在内容上的联系与融会贯通。并且在例题与习题的选择上,精选有较强工程背景的内容,以增强学生的工程意识,为学生毕业后尽快胜任一线工作岗位打下坚实的理论基础。

3. 在内容表述上,本教材体现了重点突出、文字精练、语言流畅、难点分散、由浅入深的教学思想,融入了编者多年的教学改革与教学实践方面的经验。

全书共有 11 章,主要包括内力及内力图,应力、变形计算及强度、刚度条件,超静定问题,应力状态分析,材料失效及强度理论,组合变形,压杆稳定等内容。

我国著名结构力学和工程设计理论专家、哈尔滨工业大学王光远院士在百忙中为本书作序,并且对本书的编写提出了指导性的意见与建议,这对本书的定稿起到了重要的作用。首届国家教学名师奖获得者、国家精品课程“材料力学”负责人、哈尔滨工业大学张少实教授对本书的编写也给予了很大的帮助及指导。借本书出版之际,编者向尊敬的王光远院士及张少实教授表示崇高的敬意及衷心的感谢!

本书编写人员的分工为:刘钊(第 1~5 章),王秋生(第 6、8、9 章),樊久铭(第 7、10、11 章)。刘小玲参与了部分习题的选编及绘图工作。全书由刘钊审阅定稿。

本书系“哈尔滨工业大学‘十一五’规划教材”。在本书的编写过程中,得到了哈尔滨工业大学教务处、哈尔滨工业大学出版社的基金资助,哈尔滨工业大学材料力学课程组的许多同志也给予了支持与帮助,在此一并致谢。

本教材适用于大学本科土建类多学时各专业,也可作为土建类中少学时有关专业的教材,并可供工程技术人员参考。

限于编者的水平,书中恐有疏漏和欠妥之处,敬请广大教师与读者批评指正。

编者

2008 年 5 月

目 录

第1章 绪 论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的概念及理想模型	2
1.3 内力的概念 截面法	4
1.4 应力的概念	6
1.5 位移和应变的概念	7
1.6 杆件变形的基本形式	9
第2章 内力及内力图	11
2.1 轴向拉伸与压缩	11
2.2 材料在拉伸、压缩时的力学行为	15
2.3 扭 转	22
2.4 梁的平面弯曲及其计算简图	24
2.5 梁的内力——剪力与弯矩	27
2.6 内力图——剪力与弯矩图	31
2.7 弯矩、剪力与载荷集度之间的微分关系	33
2.8 利用 M 、 F_S 与 q 的微分关系作剪力与弯矩图	35
习 题	39
第3章 应力计算及强度条件	44
3.1 轴向拉压杆横截面及斜截面上的应力	44
3.2 剪 切	48
3.3 扭 转	51
3.4 静矩、惯性矩、惯性积及其性质	57
3.5 惯性矩和惯性积的平行移轴公式及转轴公式	61
3.6 梁横截面上的正应力	65
3.7 梁横截面上的切应力	70
3.8 梁的强度计算	75
3.9 提高梁抗弯强度的主要途径	77
3.10 截面的弯曲中心	79
3.11 组 合 梁	81
习 题	82
第4章 变形计算、刚度条件及超静定问题	88
4.1 轴向拉压杆的变形及胡克定律	88
4.2 圆轴扭转变形计算及刚度条件	91

2 / 材料力学

4.3	积分法计算弯曲变形	92
4.4	用叠加法计算梁的变形	99
4.5	梁的刚度计算 提高刚度的途径	103
4.6	轴向拉压超静定问题	104
4.7	超静定梁的解法	109
	习 题	111
第5章	能量法	117
5.1	外力功与杆件的弹性变形能	117
5.2	卡氏定理及其应用	122
5.3	莫尔定理及其应用	126
5.4	图形互乘法	131
5.5	卡氏定理解超静定问题	133
	习 题	134
第6章	应力状态分析	137
6.1	应力状态的概念	137
6.2	平面应力状态分析的解析法	138
6.3	平面应力状态分析的图解法	143
6.4	梁的主应力及主应力迹线	146
6.5	空间应力状态简介	147
6.6	广义胡克定律	148
6.7	复杂应力状态下的弹性变形能	150
6.8	平面应力状态下的应变分析	153
	习 题	157
第7章	强度理论	161
7.1	强度理论的概念	161
7.2	断裂准则——第一、第二强度理论	162
7.3	屈服准则——第三、第四强度理论	163
7.4	莫尔强度理论	166
	习 题	169
第8章	组合变形	170
8.1	组合变形的概念	170
8.2	斜弯曲	170
8.3	拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	175
8.4	弯曲与扭转的组合变形	182
	习 题	184
第9章	压杆稳定	188
9.1	压杆稳定性的概念	188
9.2	轴心受压细长直杆临界力的计算公式	189

9.3 临界应力及欧拉公式的适用范围	193
9.4 切线模量公式、直线经验公式及抛物线经验公式	196
9.5 压杆的稳定性计算	199
9.6 大柔度杆在小偏心距下的偏心压缩	202
习 题	204
第 10 章 动应力与交变应力	207
10.1 动应力的概念	207
10.2 等加速和等角速运动杆件的应力计算	207
10.3 冲击应力	210
10.4 交变应力的基本概念	213
10.5 构件疲劳强度计算	216
习 题	221
第 11 章 考虑材料塑性时杆件的承载能力	224
11.1 概 述	224
11.2 圆轴的弹塑性扭转	225
11.3 梁的弹塑性弯曲、塑性铰	227
11.4 超静定结构的极限载荷	231
习 题	233
附录	235
附录 1 习题答案	235
附录 2 型钢表	241
附录 3 模拟试题	250
参考文献	260

第 1 章 绪 论

1.1 材料力学的任务

任何结构物或机械都是由一些零部件组成的,这些零部件统称为构件。

结构物或机械在正常工作的情况下,组成它们的各个构件一般都承受一定的力。例如,房屋中的梁要承受楼板传给它的重力;机器中的螺钉被拧紧后也要受力。这些重力和其他力统称为作用在构件上的载荷。

要想使结构物或机械正常地工作,就必须保证组成它们的每个构件在载荷作用下能安全、正常地工作。因此,工程上对所设计的构件,在力学上有一定的要求,这些要求如下。

(1) 强度要求

强度是指材料或构件抵抗破坏的能力。强度要求是指构件或零部件在载荷作用下不发生破坏或过量的塑性变形。强度有高低之分:在一定载荷作用下,某种材料的强度高,是指这种材料比较坚固,不易破坏;某种材料的强度低,则是指这种材料不够坚固,较易破坏。例如,钢材与木材相比,钢材的强度高于木材。

任何构件都不允许在正常工作情况下被破坏,这就要求构件必须具有足够的强度。如果构件的强度不足,它在载荷作用下就要被破坏。例如,房屋中的楼板梁,当其强度不足时,在载荷作用下就可能断裂,或产生过量的塑性变形,显然,这是工程上绝不允许的。

(2) 刚度要求

任何物体在外力作用下,都要或大或小地产生变形,变形指构件形状和尺寸的改变。在工程中,对一构件来说,只满足强度要求是不够的,如果变形过大,也会影响其正常使用。例如,楼板梁在载荷作用下产生的变形过大时,下面的抹灰层就会开裂、脱落;屋面上的檩条变形过大时,就会引起屋面漏水;机床上的轴变形过大时,将影响机床的加工精度等。因此,在工程中,根据不同的工程用途,对某些构件的变形给予一定的限制,使构件在载荷作用下产生的弹性变形不能超过一定的范围。这就要求构件具有一定的刚度。

刚度是指构件抵抗变形的能力。刚度要求是指构件或零部件在载荷作用下,其弹性变形或位移不超过工程允许的范围。刚度有大小之分,说某个构件的刚度大,是指这个构件在载荷作用下不易变形,即抵抗变形的能力强;说某个构件的刚度小,是指这个构件在载荷作用下,较易变形,即抵抗变形的能力弱。例如,材料、长度均相同而粗细不同的两根

杆,在相同载荷作用下,细杆比粗杆容易变形,即表明细杆比粗杆的刚度小。

(3)稳定性要求

有些构件在载荷作用下,其原有形状的平衡可能丧失稳定性。例如,受压的细长杆(图 1.1),当压力不太大时,杆可以保持原来直线形状的平衡;当压力增加到一定值时,杆就不能继续保持直线形状,而突然从原来的直线形状变成弯曲形状,这种现象称为丧失稳定或简称失稳。稳定性要求就是要求这类受压构件不能丧失稳定。

由于构件失稳后将丧失继续承受原设计载荷的能力,所以其后果往往很严重。例如,房屋中承重的柱子,如果它过细、过高,就可能由于柱子的失稳而导致整个房屋的倒塌。因此,细长的受压构件,必须保证其具有足够的稳定性。

满足了上述要求,才能保证构件安全地正常工作。

构件的强度、刚度和稳定性都与所用的材料有关。例如,尺寸和载荷均相同的木杆与钢杆相比,木杆就比钢杆容易变形,也容易破坏,因此,材料力学还要研究材料在载荷作用下表现的力学性质。

材料的力学性质需通过实验来测定。工程中还有些单靠理论分析解决不了的问题,也需借助于实验来解决。因而,在材料力学中,实验研究与理论分析同等重要,都是完成材料力学任务所必需的手段。

综上可知,材料力学研究构件在载荷作用下所产生的内力、应力、应变、位移以及材料的力学行为,解决构件的强度、刚度及稳定性问题,为既安全又经济地设计构件提供坚实的理论基础及科学的计算方法。

对工程技术人员来说,设计构件时,既要保证构件能安全正常地工作,还应使设计的构件能很好地发挥材料的潜力,以减少材料的消耗。因此,工程技术人员必须掌握一定的材料力学知识,在设计时,运用这些知识去合理地选用材料、选择截面尺寸,使设计的构件既安全可靠又经济合理。

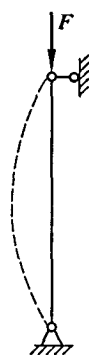


图 1.1

1.2 变形固体的概念及理想模型

在理论力学的静力学中,讨论力系作用下的固体(物体)平衡时,把固体看成刚体,即不考虑固体形状和尺寸的改变。实际上,自然界中的任何固体在外力作用下,都要或大或小地产生变形,也就是它的形状和尺寸总会有些改变。这些改变,有些可直接观察到,有些则需通过仪器才能测出。

由于固体具有可变形性质,所以又称为变形固体。严格地讲,自然界中的一切固体均属变形固体。

材料力学研究构件的强度、刚度、稳定等方面问题,这些问题的研究,都要与构件在载荷作用下产生的变形相联系。因此,固体的可变形性质作为重要的基本性质之一而不容忽视。也就是说,在材料力学中,不能再把研究对象看成刚体,必须看成为可变形的固体。

可变形固体在外力作用下产生的变形,就其变形性质可分为弹性变形与塑性变形。

弹性是指变形固体在外力去掉后能恢复原来形状和尺寸的性质。例如,一个弹簧在拉力作用下要伸长,当拉力不太大时,去掉外力后它仍能恢复原状,这表明弹簧具有弹性。弹性变形是指变形体上的外力去掉后可消失的变形。如果去掉外力后,变形不能全部消失而留有残余,此残余部分就称为塑性变形,也称为残余变形。

去掉外力后能完全恢复原状的物体称为理想弹性体。

实际上,自然界中并不存在理想弹性体,但由实验得知,常用的工程材料如金属、木材等,当外力不超过某一限度时(称弹性阶段),很接近于理想弹性体,这时可将它们看成理想弹性体;如果外力超过了这一限度,就要产生明显的塑性变形(称弹塑性阶段)。

本书讨论的问题,将限于材料的弹性阶段,即把研究对象——构件看成理想弹性体。

工程中大多数构件在载荷作用下,其几何尺寸的改变量与构件本身的尺寸相比,常是很微小的,这类变形称为“小变形”;与此相反,有些构件在载荷作用下其几何尺寸的改变量可能很大,这类变形称为“大变形”。本书研究的内容将限于小变形范围。由于变形很微小,所以在研究构件的平衡、运动等问题时,就可采用构件变形前的原始尺寸进行计算;在计算中,变形的高次方项也可忽略不计。

自然界中物体的性质多种多样,十分复杂。每门科学只是从某个角度去研究物体性质的某一方面或某几方面。在研究中,常忽略对所研究问题影响不大的一些次要因素,只保留物体的主要性质,这样就可以将复杂的真实物体看成只具有某些主要性质的理想模型。经过这样的抽象简化,将使研究工作大为简化。在材料力学的研究中,对变形固体做了如下的基本假设。

(1)连续、均匀假设

连续是指材料内部没有空隙,均匀是指材料的性质各处都一样。连续、均匀假设即认为物体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质,且物体的性质各处都一样。

实践证明,在工程中将构件抽象为连续、均匀的变形体,所得到的计算结果是令人满意的。由于采用了连续、均匀假设,就可以从物体中截取任意微小部分进行研究,并将其结果推广到整个物体;同时,也可以将那些用大尺寸试样在实验中获得的材料性质,用到任何微小部分上去。

(2)各向同性假设

各向同性假设即认为材料沿不同方向具有相同的力学性质。常用的工程材料如钢、玻璃以及浇注得很好的混凝土等,都可认为是各向同性材料。如果材料沿不同方向具有不同的力学性质,则称为各向异性材料。本书所研究的,将主要限于各向同性材料。

由于采用了上述假设,大大便利了理论的研究和计算方法的推导。尽管材料力学所得出的计算方法只具有近似的准确性,但对工程来说,它的精确程度可满足一般的要求。

应该指出,实践是检验真理的唯一标准,任何假设都不应该是主观臆想的,它必须建立在实践的基础上。同时,在假设基础上得出的理论结果,也必须经过实践来验证。

综上所述,在材料力学中,把研究对象——构件视为连续、均匀、各向同性的可变形固体,本书所研究的范围,主要限于材料处于弹性阶段,且构件的变形微小。

1.3 内力的概念 截面法

如前所述,材料力学研究的对象是构件,对于所研究的构件来说,其他构件(及其他物体)作用于该构件上的力均为外力。

构件在外力作用下,将发生变形,同时,构件内部各部分间将产生相互作用力,此相互作用力称为内力。也就是说,材料力学所研究的内力的由外力引起的,内力将随外力的变化而变化,外力增大,内力也增大,外力去掉后,内力将随之消失。

显然,构件中的内力与构件的变形相联系,内力总是与变形同时产生。内力作用的趋势则是力图使受力构件恢复原状,内力对变形起抵抗和阻止作用。

在研究构件的强度、刚度等问题时,均与内力有关,经常需要知道构件在已知外力作用下某一截面(通常是横截面)上的内力值。确定任一截面上的内力值,通常采用下述的截面法。

如图 1.2(a)所示,受力体代表任一受力构件。为了显示和计算某一截面上的内力,可在该截面处用一假想的平面将构件截为两部分并弃掉一部分。将弃掉部分对保留部分的作用以力的形式表示,此力就是该截面上的内力。由于在基本假设中已假设物体是连续、均匀的变形体,所以内力在截面上也是连续分布的。通常是将截面上的分布内力用位于该截面形心处的合力(简化为主矢和主矩)来代替,尽管内力的合力是未知的,但总可用 6 个内力分量(视为空间任意力系) F_{Nx} 、 F_{Sy} 、 F_{Sz} 与 M_x 、 M_y 、 M_z 来表示,如图 1.2(b) 所示。因构件在外力作用下处于平衡状态,所以截开后的保留部分应该是平衡的,这样,根据两组平衡方程

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{cases}$$

便可求出 F_{Nx} 、 F_{Sy} 、 F_{Sz} 与 M_x 、 M_y 、 M_z 各内力分量(此时对保留的平衡体来说, F_{Nx} 、 F_{Sy} 、 F_{Sz} 、 M_x 、 M_y 、 M_z 均相当于外力)。

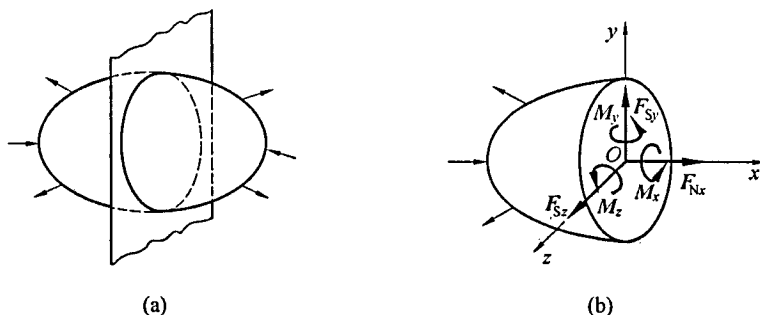


图 1.2

在上述 6 个内力中,根据所引起的变形形式的不同分为如下几类。

(1) 轴力 F_{N_x}

F_{N_x} 沿截面法线方向,且作用线与构件轴线重合,引起沿 x 方向的伸长与缩短,故称为轴力。

(2) 剪力 F_{S_y} 、 F_{S_z}

F_{S_y} 、 F_{S_z} 沿截面切线方向,引起沿 y 方向或 z 方向的相对错动,故称为剪力。

(3) 扭矩 M_x

M_x 是绕 x 轴转动的力偶,引起扭转变形,故称为扭矩。

(4) 弯矩 M_y 、 M_z

M_y 及 M_z 是分别绕 y 轴及 z 轴转动的力偶,使构件产生弯曲变形,故称为弯矩。

后面讨论的内力就是讨论 F_N 、 F_S 、 M 等内力分量的计算。

截面上的内力并不一定都同时包括上述6个分量,可能只包括其中的一个或几个。例如,图1.3(a)所示中心受拉杆,根据二力平衡原理其横截面 $m-m$ 上就只存在内力 F_N 。这样,依 $\sum F_y = 0$ 便可求得 $F_N = F$ 。这是最简单的情况。一般随着外载荷与变形形式的不同,截面上存在的内力分量也不同,这些将在后面的有关章节中进一步详细讨论。

用截面法求内力可归纳为如下步骤:

① 在求内力的截面处,用一假想的平面将构件截为两部分。

② 弃掉一部分,留下另一部分,并将弃掉部分对保留部分的作用以内力代替(即暴露出内力)。

③ 考虑保留部分的平衡,由平衡方程来确定内力值。

在进行弃留(步骤②)时,保留哪一部分都可以,因为内力总是成对出现的。位于不同部分上的内力总是等值反向的,二者为作用与反作用的关系。

这里需指明一点:在研究内力与变形时,对等效力系(如力和力偶沿其作用线和作用面的移动,力的合成、分解及平移等)的应用应该慎重,不能机械地、不加分析地任意应用。一个力(或力系)用别的等效力系来代替,虽然对整体平衡没有影响,但对构件的内力与变形来说,则有很大差别。例如,图1.3所示的受拉杆,当力作用于杆端时(图1.3(a)),整个杆件均受拉,杆的各部分均产生内力与变形。而图1.3(b)所示的情况则只是力作用点以上部分受拉,二者的内力与变形显然不同。又如,图1.4(a)中的外力用图1.4(b)所示的等效力系代替时,杆件变形的不同则更加明显。

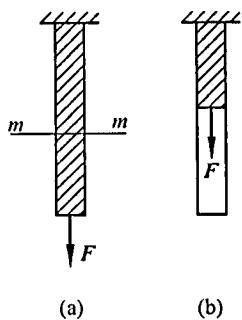


图 1.3

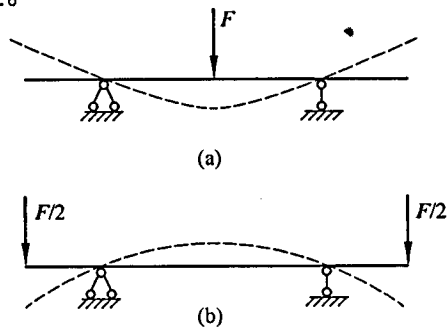


图 1.4

这里只是强调慎重,并非在研究变形体的内力(或变形)时一律不能运用等效力系的形式进行分析。

1.4 应力的概念

由前节已知,内力是由外力(或外界因素)引起的,且随外力的改变而改变。对一定尺寸的构件来说,从强度角度看,内力越大越危险。当内力达到一定数值时,构件就要被破坏。但内力的大小还不能确切地反映一个构件的危险程度,特别是对于不同尺寸的构件,其危险程度更难以通过内力的数值来进行比较。例如,图 1.5 所示的两个材料相同而截面面积不同的受轴向拉伸的杆件,在相同的拉力的作用下,二杆横截面上的内力相同,但二杆的危险程度却不同,显然细杆比粗杆危险,易于被拉断。因此,研究构件的强度问题只求出截面的内力是远远不够的,还需知道截面上哪个点处最危险。这样,就需进一步研究内力在截面上各点处的分布情况,因而引入了应力的概念。

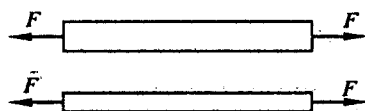


图 1.5

图 1.6(a) 所示的受力体代表任一受力构件,现研究 $m-m$ 截面上点 K 附近的内力。围绕点 K 在截面上取一小面积 ΔA , 设小面积 ΔA 上的分布内力的合力为 ΔF , $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ 称为在 ΔA 范围内单位面积上的内力。将 $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ 称为小面积 ΔA 上的平均应力,并用 p_m 表示,即

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

将 ΔF 沿截面的法向与切向分解,得法向与切向分量 ΔF_N 与 ΔF_S 。同理有

$$\sigma_m = \frac{\Delta F_N}{\Delta A}$$

$$\tau_m = \frac{\Delta F_S}{\Delta A}$$

式中 σ_m 、 τ_m 分别称为小面积 ΔA 上的平均正应力、平均切应力。

由于截面上内力的分布一般是不均匀的,所以平均应力 p_m 、 σ_m 、 τ_m 等均与所取小面

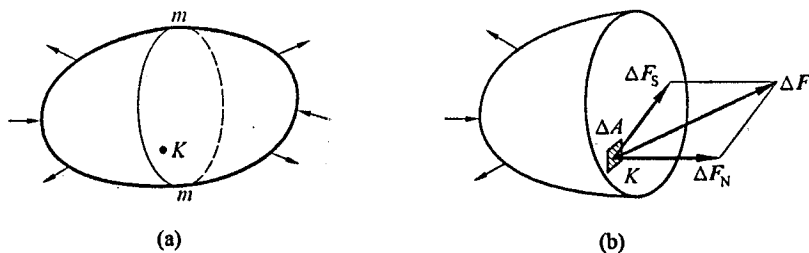


图 1.6

积 ΔA 的大小有关, ΔA 越小, 平均应力就越接近于实际。为了消除面积 ΔA 大小的影响, 取如下极限

$$\begin{cases} p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \\ \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A} \\ \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_S}{\Delta A} \end{cases} \quad (1.1)$$

式中 p ——点 K 处的总应力;
 σ ——点 K 处的正应力;
 τ ——点 K 处的切应力。

由式(1.1)可知, 应力就是在受力物体内部某个截面上某一点处的内力分布集度。

式(1.1)定义的应力是指 $m-m$ 截面上点 K 处的应力, 也就是说, 应力是与“截面”和“点”这两个因素分不开的。一般地说, 构件在外力作用下, 任一截面上不同点处的应力值不同; 而同一点处位于不同截面上的应力值也不相同。因此, 在分析应力时, 必须指明应力所在的截面和所在点的位置。

有了应力的概念, 就可以进一步分析构件的强度。在知道构件中各点处的应力后, 就可以比较不同点处的危险程度, 应力越大的点处就越危险, 构件的破坏总是从应力最大的点处开始。不仅如此, 有了应力的尺度, 还可以比较不同构件的强度。例如, 图 1.5 中的粗细二杆, 细杆之所以比粗杆容易被拉断(在材料相同的条件下), 就是因为相同载荷作用下, 细杆横截面上的应力大于粗杆横截面上的应力。

在国际单位制(SI)中, 力与面积的单位分别为 N 与 m^2 , 应力的单位为 Pa , $1 Pa = 1 N/m^2$ 。由于 Pa 的单位很小, 通常用 MPa , $1 MPa = 10^6 Pa$ 。

1.5 位移和应变的概念

由 1.2 节可知, 材料力学是研究变形体的, 在构件受外力作用后, 整个构件及构件的每个局部一般都要发生形状与尺寸的改变(图 1.7), 即产生了变形。变形的大小用位移和应变来度量。

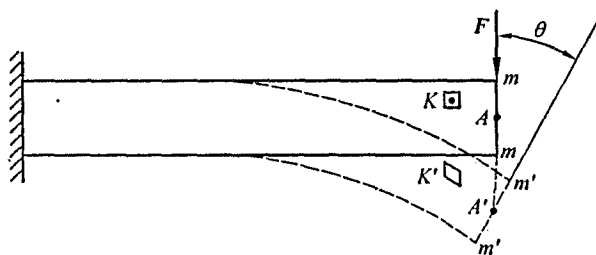


图 1.7

位移是位置的改变, 即构件发生变形后, 构件中各质点及各截面在空间位置上的改

变。位移可分为线位移和角位移。在图 1.7 中,构件中的点 A 变形后移到了点 A' , A 与 A' 的连线 AA' 就称为点 A 的线位移。而构件上的平面变形后所转过的角度则称为角位移。例如,图 1.7 中的右端面 $m-m$ 变形后移到了 $m'-m'$ 的位置,其转过的角度 θ 就是 $m-m$ 面的角位移(或称为转角)。

不同点的线位移及不同截面的角位移一般都各不相同,它们都是位置的函数。

为了说明什么是应变,从图 1.7 所示的构件中,围绕某点截取一微小的直角六面体(图 1.8(a)) 来研究。就此微小六面体来说,其变形可分为下列两类。

(1) 沿棱边方向的伸长或缩短

如沿 x 方向原长为 Δx ,变形后变为 $\Delta x + \Delta u$ (图 1.8(b)), Δu 就是沿 x 方向的伸长量(因六面体非常微小,可认为其沿 x 方向的伸长是均匀的),称为绝对伸长。但 Δu 还不足以说明沿 x 方向的伸缩程度,因为 Δu 还与边长 Δx 的大小有关,因而取相对伸长 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 来度量沿 x 方向的变形。 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 实际上是在 Δx 范围内单位长度上的平均伸长量,仍与所取的 Δx 的长短有关,为了消除尺寸的影响,取极限

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

式中 ϵ_x ——点 K 处沿 x 方向的线应变。

按同样方法可以求得点 K 沿 y 方向及沿 z 方向的线应变。

(2) 棱边间夹角的改变

如棱边 Oa 和 Oc 间的夹角变形前为直角,变形后该直角减小 γ (图 1.8(c)),角度的改变量 γ 称为切应变。

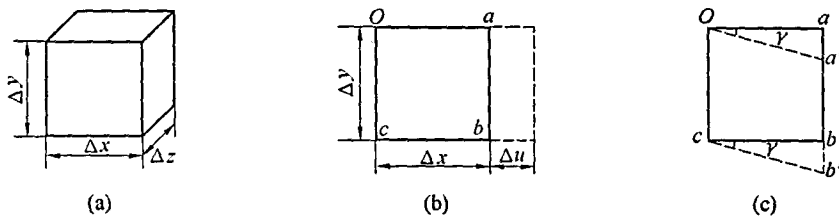


图 1.8

构件中不同点处的线应变及切应变一般也各不相同,它们也都是位置的函数。有了线应变与切应变,就可度量构件中任何微小局部的变形。

任一构件都可设想它是由许许多多的微小的直角六面体组成的,在构件受力后,各微小六面体一般都要发生变形,因而使整个构件的形状和尺寸发生改变。由此可知,构件在外力作用下产生的位移正是由于其各有关微小局部产生应变的结果。

应变是与应力相对应的,其间存在着一定的关系。线应变与正应力相对应,切应变与切应力相对应,应力与应变之间的具体关系,将在后面有关章节中讨论。

1.6 构件变形的形式

工程中构件的种类很多,如杆、板、壳、块体等,材料力学所研究的主要是其中的杆件。杆件是指其长度相对于其两个横向尺寸大得多的构件。例如,图 1.9(a) 所示的梁,其长度远大于横截面的高度 h 和宽度 b ,它就是杆件。一般情况下,建筑工程中的梁、柱及机器上的轴等均属杆件。杆件又简称为杆。

就杆件外形来分,可分为直杆、曲杆和折杆。杆件的轴线是直线时为直杆(图 1.9(a)),轴线为曲线与折线时,分别为曲杆与折杆(图 1.9(b)、(c))。就横截面(垂直于轴线的截面)来分,杆件又可分为等截面(各截面均相同)杆(图 1.9(a))和变截面(横截面是变化的)杆(图 1.9(d))。本书中将着重讨论等截面的直杆(简称等直杆)。

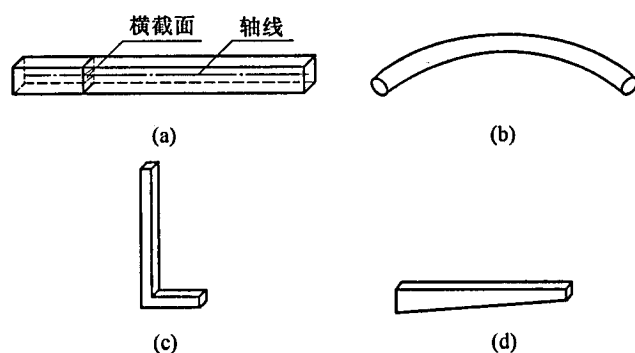


图 1.9

在不同形式的外力作用下,杆件产生的变形形式也各不相同(图 1.10),但杆件变形的形式有以下几类。

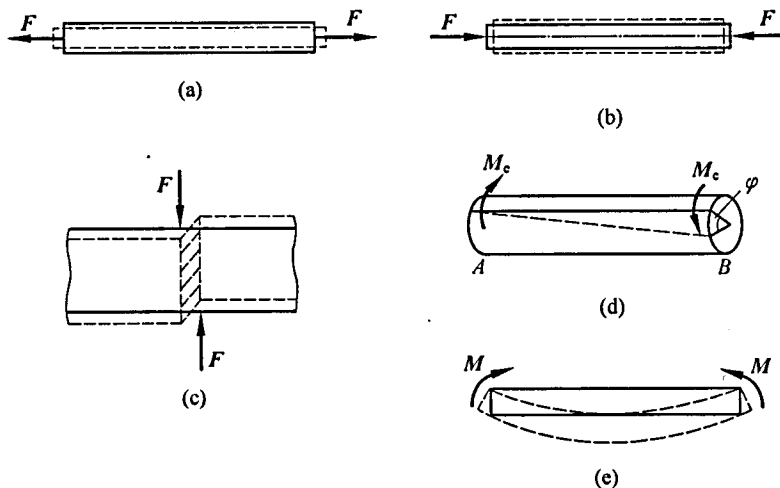


图 1.10