

丛书主编 张燕农 张卡宁

新版

初中数学解题思路 100 例

初一分册

刘宝泰 主编 俞秀英 陈晓东 于德中 编

新 时 代 出 版 社

ISBN 7-5042-0204-5/G·2

定价：9.50元



新版初中数学解题思路 100 例

初一分册

刘宝泰 主编

俞秀英 陈晓冬 于德中 编

新 时 代 出 版 社

内 容 简 介

本书结合初一数学课本的内容,例举了100个实例,并通过思路指南、解、错误举例、讨论思考及防错练习几个步骤,对例题进行了深入的分析,从而帮助学生尽快掌握课本内容,做到融汇贯通。

本书主要包括:代数初步知识、有理数、整式加减、一元一次方程、二元一次方程、一元一次不等式、整式的乘法、平面几何等内容。

本书依据最新教学大纲、最新教材,具有极强的针对性和指导性。适合于初一学生、学生家长及教师阅读。

新版初中数学解题思路 100 例

初一分册

刘宝泰 主编

俞秀英 陈晓冬 于德中 编

责任编辑 陈 洁

*

新时代出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店经售

唐山市激光照排有限公司照排

北京市王忠山胶印厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 9.75 印张 213 千字

1994年5月第1版 1996年4月北京第3次印刷 印数 11101-16000册

ISBN 7-5042-0204-5/G·27

定价:9.50 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

前 言

教育是立国之本,普及义务教育是我国一项长期基本国策。为更好地实现教育要面向世界,面向现代化,面向未来的目标,国家教委颁布了九年制义务教育的新大纲,并组织编写了新教材,1993年9月1日起用。新教材把重点放在学生能力的培养上,使教育真正适应社会发展的需要。

为配合新大纲的实施,加深学生们对新教材的理解和掌握,我们组织了参与新教材编写工作的部分老师和北京市重点学校高级教师,编写了《新版初中数学解题思路100例》丛书,旨在使学生掌握正确分析问题解决问题的方法和思路,最终达到学知识长本领的目的。

丛书共分三册,分别是《新版初中数学解题思路100例》初一分册、初二分册、初三分册。

在本书编写过程中,得到了新时代出版社的大力支持,在此谨致谢忱。

由于时间仓促,在编写过程中难免出现错误疏漏,敬请读者予以批评指正。

丛书编委会

目 录

一、代数初步知识	(1)
1. 列代数式	(1)
2. 求代数式的值	(12)
3. 公式	(18)
4. 简易方程	(22)
二、有理数	(26)
1. 正数与负数、数轴	(26)
2. 相反数、绝对值	(29)
3. 有理数的加减法及加减法混合运算	(43)
4. 有理数的乘除法及乘除混合运算	(45)
5. 有理数的乘方	(50)
6. 有理数的混合运算	(52)
7. 近似数与有效数字	(63)
三、整式加减	(68)
1. 整式概念	(68)
2. 整式加减	(84)
3. 代数式求值	(86)
四、一元一次方程	(98)
1. 等式与方程	(98)
2. 方程的解法	(108)
3. 列方程解应用题	(128)
五、二元一次方程组	(152)
1. 二元一次方程组的概念	(152)
2. 一次方程组的解法	(160)

3. 一次方程组的应用	(179)
六、一元一次不等式和一元一次不等式组	(190)
1. 不等式的概念	(190)
2. 不等式的解法	(200)
3. 不等式组和它的解法	(209)
七、整式的乘除	(216)
1. 整式的乘法	(216)
2. 乘法公式	(223)
3. 整式的除法	(235)
八、平面几何	(244)
1. 想一想	(244)
2. 找一找	(253)
3. 数一数	(263)
4. 画一画	(269)
5. 算一算	(279)
6. 推一推	(289)

一、代数初步知识

1. 列代数式

〔例1〕 设字母 a 表示一个数,用代数式表示:

- (1) 比这个数大 3 的数;
- (2) 这个数与 2 的积;
- (3) 比这个数的 5 倍小 7 的数;
- (4) 这个数与 2 的差的 $\frac{1}{3}$;
- (5) 这个数的 $\frac{1}{7}$ 与 6 的和;
- (6) 这个数为底,高为 h 的三角形面积;
- (7) 这个数的 15% 是多少?
- (8) 这个数为正方形周长,正方形边长是多少?面积是多少?
- (9) 这个数是全班女生的人数,女生占全班人数的 $\frac{1}{3}$,男生人数是多少?
- (10) 这个数是圆的半径,圆面积是多少?

思路指南 把语言叙述的数量关系列成代数式,一般应仔细审题,分清已知条件是什么?未知的是什么?它们之间的关系是什么?列出的是不是代数式?代数式指的是用运算符号把数或表示数的字母连结而成的式子. 式子 $a \cdot 2 = 2a$ 是等式而不是代数式,所以列出的代数式要简明地把数量关系表

示出来,不能用等式把运算过程写出来,那样得到的式子是等式就不是代数式了.用运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)和顺序符号(小括号、中括号、大括号)连结数字和字母时要特别注意顺序关系, a 与2的乘积要写成 $2a$,数字写在前面,乘号要省略,不可成 $a \cdot 2$. a 的5倍写成 $5a$.通常把 a 与 b 的差写成: $a-b$,而 b 与 a 的差指的是 $b-a$,减法要分清谁是被减数,谁是减数.除法要分清 a 除 b 与 a 除以 b ,如果所列式子中有除的关系,一般应写成分数的形式.即: a 除 b 应写成 $\frac{b}{a}$,如:(9)中女生人数是 a ,占全班人数的 $\frac{1}{3}$,求全班人数是 $a \div \frac{1}{3} = 3a$,再求男生人数应为 $3a \times (1 - \frac{1}{3})$.

解 (1) $a+3$; (2) $2a$; (3) $5a-7$; (4) $\frac{1}{3}(a-2)$; (5) $\frac{1}{7}a+6$; (6) $\frac{1}{2}ah$; (7) $\frac{15}{100}a$; (8) $\frac{a}{4}$, $(\frac{a}{4})^2$; (9) $3a(1-\frac{1}{3})$; (10) πa^2 .

错误举例 (3) $a \cdot 5-7$; (4) $(a-2)\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{3}a-2$;
(5) $a \cdot \frac{1}{7}+6$; (6) $a \cdot h \div 2$; (7) $a \cdot \frac{15}{100}$.

这些错误都是表示数字与字母的乘积时把字母写在了前面,另外(4)题该加小括号时没加,那就变成了这个数的 $\frac{1}{3}$ 与2的差了.

讨论思考 在理解代数式概念时,不可去掉“单独的一个数或者一个字母也是代数式”的特殊规定,所以一个数(如:0、 $\frac{1}{3}$...)或者一个字母(如: π 、 a 、...)也是代数式.为什么单独一

个数或者一个字母也是代数式呢？我们可以理解为这个数或字母乘以1、除以1、加上零、减去零，同样也含有运算符号。

在列代数式时，要仔细审题，注重分析问题的实质，不可“见多就加”、“见少就减”。例如：设甲数为 x ，甲比乙多5，用代数式表示乙，不能看到多5就用 $x+5$ 表示乙，而应当分析出谁比谁多5，甲比乙多5，如同乙比甲少5，甲为 x ，那么用代数式表示乙时，就应该 $x-5$ 。又例如：甲为 x ，甲数的3倍比乙数少1，用代数式表示乙，应该是 $3x-1$ 呢？还是 $3x+1$ 呢？甲的3倍可以用 $3x$ 来表示， $3x$ 比乙数少1，乙是大数，它比 $3x$ 大1，所以应该用 $3x+1$ 表示乙才对。因此在列代数式表示数量关系时要分清标准量是谁，另一个量比标准量大呢？还是比标准量小？只有看清问题的实质，明确数量间的关系，才能准确列出代数式。同样一个问题，甲比乙多5，如果设乙为 x ，用代数式表示甲，应该是 $x+5$ 。以后在列代数式表示大、小两个量的关系时，可先确定其大小再列式，不容易出错。甲比乙多5，那么甲为大，乙为小，若大的设为 x ，表示小数应为 $x-5$ ，若小的设为 x ，表示大数应为 $x+5$ 。

防错练习 用代数式表示：

- (1) a 的 $\frac{1}{4}$ 与 4 的和；
- (2) x 的 3 倍比甲数少 1，表示甲数；
- (3) a 的 2 倍与 3 的和乘以 a 的 2 倍与 3 的差；
- (4) 3 除 a 与 a 除以 5 的差；
- (5) 被 3 除商 a 余 2 的数；
- (6) $2x$ 是甲数的 5 倍，表示甲数；
- (7) 比 a 的倒数小 $\frac{1}{4}$ 的数。

(答案：(1) $\frac{1}{4}a+4$ ， (2) $3x+1$ ，

$$(3) (2a+3)(2a-3), (4) \frac{a}{3}-\frac{a}{5},$$

$$(5) 3a+2, (6) \frac{2}{5}x, (7) \frac{1}{a}-\frac{1}{4}.)$$

〔例2〕用代数式表示：

- (1) x 与 y 的和平方的平方；
- (2) x 与 y 的立方差(即立方的差)；
- (3) x 的 $\frac{1}{5}$ 与 y 的 7 倍的和；
- (4) 比 x 与 y 差的一半大 5 的数；
- (5) 比 x 除以 y 的商的 4 倍大 15 的数；
- (6) 与 $m+1$ 的和是 32 的数；
- (7) 与 $3x-12$ 的积是 18 的数；
- (8) 32 除以 $2x-6$ 的商；
- (9) 与 $3y^2$ 的差是 x 的数；
- (10) 被 12 除商 m 余 7 的数。

思路指南 根据条件列代数式，注意区别两个数和的平方与两个数平方的和；两个数差的平方与两个数平方的差。从题目中要注意分析先做什么运算再做什么运算。(4)题中 x 与 y 差的一半要把差用括号括起来后，再求其一半，如果没有括号就乘以 $\frac{1}{2}$ ，那就成了 x 与 y 的一半的差了，也就是 $x-\frac{1}{2}y$ 了。另外“乘以”的 $\frac{1}{2}$ 要放在括号的前面，也就是

$\frac{1}{2}(x+y)$ ，再表示出比它大 5 的数。(6)题已知两数的和是 32，其中一个加数是 $m+1$ ，要求另一个加数，应该用减法，用和数减去其中一个加数可得另一个加数，减去的加数应用小括号括起来。(7)题已知两数的积和其中一个因数，要求另一个因数，应该用除法，用积数除以其中一个因数可得另一个因

数,注意在代数式中出现除法运算时,一般按照分数的写法来写,如 $x \div 2$ 写作 $\frac{x}{2}$. 在代数式中出现的乘号,通常简写作“ $\cdot$ ”或者省略不写,如 $4 \times a$ 可以写作 $4 \cdot a$ 或 $4a$ (数字应写在字母前), $2 \times (a+b)$ 可以写作 $2 \cdot (a+b)$ 或 $2(a+b)$. 数字与数字相乘一般仍用“ $\times$ ”号, x 的 $2\frac{1}{2}$ 倍应写成 $\frac{5}{2}x$, 如果写成 $2\frac{1}{2}x$ 容易和 $2 \times \frac{1}{2}x$ 混淆, $2\frac{1}{2}$ 这个分数表示的是 $2 + \frac{1}{2}$. 代数中乘号省略不写,带分数一定要变成假分数写在字母的前面,这样可避免加、乘运算分不清的错误. (10) 题是求被除数,可以先举一个数的例子进行思考,如 25 除以 12 商 2 余 1,那么 25 怎么求呢? 可以用 12 乘以 2 所得的积再加上 1 求得,被 12 除的意思就是一个数除以 12,商 m ,如果能除尽,也就是没有余数的话,那么这个数应表示为 $12m$. 没除尽还有余数,那就应该加上余数才对.

解 (1) $(x+y)^2$; (2) x^3-y^3 ; (3) $\frac{1}{5}x+7y$;

(4) $\frac{1}{2}(x-y)+5$; (5) $\frac{4x}{y}+15$; (6) $32-(m+1)$;

(7) $\frac{18}{3x-12}$; (8) $\frac{32}{2x-6}$; (9) $3y^2+x$; (10) $12m+7$.

错误举例 (1) x^2+y^2 ; (2) $(x-y)^3$; (3) $x \cdot \frac{1}{5} + y \cdot 7$; (4) $(x-y) \cdot \frac{1}{2} + 5$; (5) $x \div y \times 4 + 15$; (6) $32 - m + 1$; (7) $18 \div 3x - 12$; (10) $12m - 7$.

列代数式表示数字与字母的乘积时,要运用乘法交换律,把数字都要写在字母的前面,出现除法运算时,一般要写成分数的形式.

讨论思考 两个数的和的立方与两个数的立方和有什么

区别,我们举出两个数的例子来说明这个问题.如果设这两个数一个是0,一个是1,这两个数和是1,再求立方还得1.若分别求这两个数的立方再求和也得1,即 $(0+1)^3=0^3+1^3$,能否得出任意两个数的和的立方永远等于这两个数立方的和呢?不能,以特例代替一般的结论是错误的,推理论证要有根据.

防错练习 用代数式表示:

(1) a 的 $3\frac{1}{2}$ 倍与 b 的 $2\frac{1}{3}$ 的和;

(2) 甲数为 x , 甲比乙多 5, 表示乙数;

(3) 乙数为 y , 乙比甲少 2, 表示甲数;

(4) x 与 y 两数立方的差的 $\frac{1}{4}$;

(5) 甲数为 x , 甲数的 3 倍比乙数少 1, 表示乙数.

(答案: (1) $\frac{7}{2}a + \frac{7}{3}b$, (2) $x-5$, (3) $y+2$,

(4) $\frac{1}{4}(x^3-y^3)$, (5) $3x+1$.)

〔例3〕 列代数式:

(1) 甲于上午 8 点到达 A 地, 乙比甲晚 45 分钟到, 两人同时出发, 乙于上午几点到达 A 地;

(2) 甲用 4 小时走完全程, 乙比甲晚出发 30 分钟, 两人同时到达, 乙用了多少小时走完全程;

(3) 甲用 x 小时走完全程, 两人同时出发, 甲比乙早到 1 小时 15 分钟, 乙用多少小时走完全程;

(4) 甲用 x 小时走完全程, 乙比甲晚出发 30 分钟, 两人同时到达, 乙用多少小时走完全程;

(5) 甲用 x 小时走完全程, 乙比甲早出发 30 分钟, 乙比甲晚 10 分钟到达, 乙用多少小时走完全程?

(6) 甲以每小时 V 公里的速度走了 S 公里.

① 甲用了多少小时？

② 甲若每小时快 3 公里，走 S 公里用几小时？比原来少用几小时？

(7) 甲用 t 小时走了 S 公里.

① 甲的速度？

② 甲若少用 1 小时，甲的速度？比原来的速度应快多少？

思路指南 行程问题中，速度 $\times$ 时间=距离. 速度、时间、路程这三个量中只要知道其中两个量就可以求出第三个量，速度是在单位时间内所走的距离，所以在表示速度时一定要说明是 1 小时走的，还是 1 分钟走的，不能以公里、米……这些距离的单位代替速度的单位. 用代数式表示行程问题的数量关系时，要注意“早”、“晚”、“快”、“慢”等关键词语，分清数量间的大小关系，谁是标准量？谁比谁大？例如：(3)题甲比乙早到 1 小时 15 分钟，也就是甲比乙少用时间，甲与乙比，这是以乙为标准量，题中设甲为 x ，应把甲比乙早到理解为乙比甲晚到，乙比甲多用时间，也就是乙比甲多用 1 小时 15 分钟. 把 1 小时 15 分钟化为 $1\frac{15}{60}$ 小时即 $1\frac{1}{4}$ 小时，乙应用 $(x+1\frac{1}{4})$ 小时. (5)题乙比甲早出发又晚到，可分解为乙比甲早出发若二人同时到达，那么乙多用了半小时，乙又晚到 10 分钟，那么乙又多用了 $\frac{10}{60}$ 小时 = $\frac{1}{6}$ 小时，乙一共多用了 $(\frac{1}{2}+\frac{1}{6})$ 小时. 若乙比甲早出发半小时而早到 10 分钟呢，那实际上乙比甲多用了 $(\frac{1}{2}-\frac{1}{6})$ 小时. (6)题中②甲若每小时快 3 公里，也就是比原来的速度多走 3 公里/小时，实际速度应为 $(V+3)$ 公里/小时，走 S 公里应用 $\frac{S}{V+3}$ 小时. 现在用的时间一定比原来用的

时间少,原来的时间是 $\frac{S}{V}$ 小时,原来用的时间多,现在用的时间少,所以少用的时间应为 $(\frac{S}{V} - \frac{S}{V+3})$ 小时. (7)中②甲少用1小时速度应为 $\frac{S}{t-1}$ 公里/小时,这个速度比原来的速度要快,就是每小时走的距离要大,所以速度应快 $(\frac{S}{t-1} - \frac{S}{t})$ 公里/小时.

解 (1) $8\frac{3}{4}$ 小时; (2) 3.5小时; (3) $(x+1\frac{1}{4})$ 小时; (4) $(x-\frac{1}{2})$ 小时; (5) $(x+\frac{2}{3})$ 小时; (6) ① $\frac{S}{V}$ 小时, ② $\frac{S}{V+3}$ 小时、 $(\frac{S}{V} - \frac{S}{V+3})$ 小时; (7) ① $\frac{S}{t}$ 公里/小时, ② $\frac{S}{t-1}$ 公里/小时、 $(\frac{S}{t-1} - \frac{S}{t})$ 公里/小时.

错误举例 本例(1) $7\frac{1}{4}$ 小时, 甲乙两人同时出发, 乙比甲晚到45分钟, 那么乙应8点45分到达A地, 45分钟化为 $\frac{3}{4}$ 小时, 所以乙应 $8\frac{3}{4}$ 小时到达A地, 两人同时出发, 乙比甲晚到, 那么乙比甲用的时间要多, 不能 $8 - \frac{3}{4} = 7\frac{1}{4}$ (小时).

本例(2)4.5小时, 两人同时出发, 若同时到达, 那么甲、乙两人所用的时间相同, 这题中乙比甲晚出发半小时, 两人同时到达, 说明乙用的时间比甲少半小时, 甲用4小时走完全程, 那么乙应用3.5小时, 而不是4.5小时, 不能见“晚”就认为多用了时间, 若晚到半小时应是比甲多用半小时, 此题是乙晚出发半小时而与甲同时到达, 所以乙比甲少用半小时.

本例(3) $(x-1\frac{1}{4})$ 小时, 错误地认为早就少. 用减法, 不

注意谁比谁早,题中甲比乙早到,乙是晚到的,乙比甲多用了时间所以才晚到,甲是 x ,那么乙应用甲的时间加上晚到的时间才对;(4) $(x+\frac{1}{2})$ 小时,与(3)错误相同;(5) $(x+\frac{1}{3})$ 小时、 $(x-\frac{1}{3})$ 小时、 $(x-\frac{2}{3})$ 小时;(6)中② $(\frac{S}{V+3}-\frac{S}{V})$ 小时,谁减谁没分清;(7)中② $(\frac{S}{t}-\frac{S}{t-1})$ 公里/小时,原因同上.

讨论思考 上面(6)中② $\frac{S}{V+3}$ 与 $\frac{S}{V}$, (7) 中② $\frac{S}{t}$ 与 $\frac{S}{t-1}$ 都错在谁大谁小分不清,判断这两个代数式大小可与小学学过的分数比大小对比记忆. 分子相同时分母大的分数值反而小,对于 $\frac{S}{V+3}$ 与 $\frac{S}{V}$ 两个代数式分子都是 S ,一个分母是 $V+3$ 大于另一个分母 V ,所以 $\frac{S}{V+3} < \frac{S}{V}$. $\frac{S}{V+3}$ 是小数,减去 $\frac{S}{V}$ 这个大数就不对了. $\frac{S}{t}$ 与 $\frac{S}{t-1}$ 也一样,分母 $t-1$ 是小的,分子相同, $\frac{S}{t-1} > \frac{S}{t}$,正确应是 $(\frac{S}{t-1}-\frac{S}{t})$ 公里/小时.

防错练习 选择填空:

甲用 x 小时走完全程,乙比甲晚出发 45 分钟早到 10 分钟,乙用()小时走完全程.

(A) $x+\frac{11}{12}$; (B) $x-\frac{11}{12}$; (C) $x+\frac{7}{12}$;

(D) $x-\frac{7}{12}$.

(答案: (B).)

〔例 4〕 用代数式表示:

(1) 一个两位数个位数字是 2,十位数字是 x ,表示这个两位数,交换个位数字与十位数字,表示这个新的两位数;

(2) 一个两位数个位数字是 b , 十位数字是 a , 表示这个两位数;

(3) 一个三位数, 个位数字是 a , 十位数字是 b , 百位数字是 c , 写出这个三位数;

(4) 一个两位数, 个位数字是 a , 十位数字比个位数字大 2, 表示这个两位数;

(5) 第一台抽水机每小时抽水 a 立方米, 第二台抽水机每小时抽水 b 立方米.

① 两台抽水机, 每小时共抽水多少立方米?

② 两台抽水机合作 2 小时抽水多少立方米?

③ 两台抽水机合作, 抽水 m 立方米需要多少小时?

思路指南 任何一个两位数都可以写成十位数字的 10 倍与个位上的数字之和的形式. 例如: $45 = 10 \times 4 + 5$, $28 = 2 \times 10 + 8$ 等, 任何一个三位数, 如: 572 表示 $500 + 70 + 2 = 5 \times 100 + 7 \times 10 + 2$. 572 中百位数字 5, 十位数字 7, 个位数字 2 写在一起就是一个三位数. 而用字母表示的个位数字、十位数字不能和用数字表示的两位数一样, 如(1)中若写成 $x2$, $2x$, 则表示 x 与 2 的乘积, 并不能表示这个两位数, (2)中 ab 不表示两位数, 表示的是 a 与 b 的乘积. 三位数也如此, 如(3)中 cba 表示的是 c 、 b 、 a 三个数字的乘积, 而不表示三位数. 所以用字母表示的两位数一定要十位数字乘以 10 再加上个位数字, 用字母表示的三位数一定要百位数字乘以 100, 加上十位数字乘以 10 再加上个位数字.

(5)题表面上看来似乎是个工程问题, 其实质如同行程问题, 抽水机每小时的抽水量如同速度一样, 两台合作每小时的抽水量应是两台单位时间内抽水量之和, 合作几小时乘以几就是合抽量. 从①、②可知两台合抽 1 小时抽水 $(a+b)$ 立方