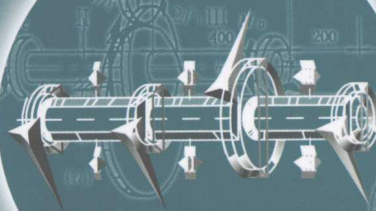
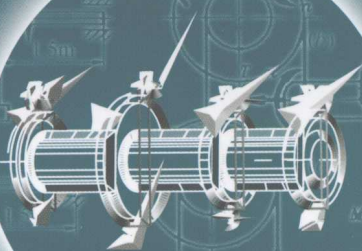
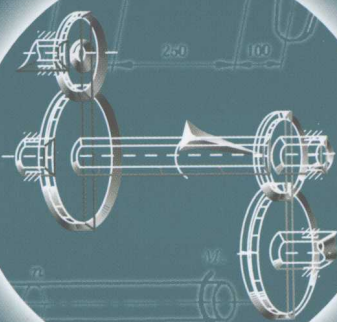


# 材料力学

蔺海荣 主 编

冯维明 虞 松 副主编



国防工业出版社

National Defense Industry Press

# 材 料 力 学

蔺海荣 主 编  
冯维明 虞 松 副主编

国防工业出版社

·北京·

## 内 容 提 要

本书参照教育部制订的“材料力学课程教学基本要求”编写而成。

本书分为两篇共 14 章。第一篇包括第一章到第八章和附录 I、附录 II,是工科院校各类专业的材料力学课程都应学习的基本内容。第二篇包括第九章到第十四章,是加深与扩展内容,供对本课程要求较高的学科和学生选修或自学。

本书适合作为高等学校工科各学科的中、多学时的材料力学课程教材,也可供有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学 / 蒯海荣主编. —北京: 国防工业出版社,  
2008.2 重印  
ISBN 978-7-118-02565-1

I. 材... II. 蒯... III. 材料力学 IV. TB.301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 037712 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 21¼ 字数 491 千字

2008 年 2 月第 3 次印刷 印数 9001—11000 册 定价 32.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422  
发行传真:(010)68411535

发行邮购:(010)68414474  
发行业务:(010)68472764

# 前 言

随着科学技术的迅速发展,学生的知识结构需要相应地调整,教学计划与管理也在发生变化。材料力学是传统的技术基础课程,目前在教学中教材内容多与学时少的矛盾很突出,不同的学科、不同的学生对课程的要求也不尽相同。为了更好地适应各学科材料力学课程教学的需要,我们参照教育部制订的“材料力学课程教学基本要求”,总结了长期讲授材料力学课程的教学经验与教学改革的成果,编写了这本《材料力学》教材。

本书适合作为高等学校工科各学科的中、多学时的材料力学课程教材。本书分为两篇共十四章以及附录,第一篇包括第一章到第八章和附录Ⅰ、附录Ⅱ,是工科院校各类专业的材料力学课程都应学习的基本内容。第二篇包括第九章到第十四章,是较为深入的内容,供对本课程要求较高的学科和学生选修或自学。本书中加“\*”的部分可根据学时情况选讲。

本书在内容与体系编排上注重打好基础,突出基本概念和基本理论,精选内容。加强了内容的逻辑性与系统性,同时尽量做到符合读者的认识规律,提高教学效率。例如第一篇以强度、刚度和稳定性为主线,叙述的次序为:绪论,杆件的内力·截面法,杆件的应力与强度计算,杆件的变形·简单超静定问题,应力状态分析·强度理论,组合变形,压杆稳定,交变应力。这种编排方式将概念相同、研究方法相同的问题集中安排在一章讨论,使重点突出,由于问题相似,便于举一反三,易讲易学,从而达到提高教学效率的目的。对重点与难点的阐述力求清楚、透彻。并努力将启发式教学、培养创新意识、理论联系实际等教育思想蕴含于教

材之中。

参加本书编写的有蔺海荣(第一、二、三、四、六、八、十三、十四章),虞松(第五、七章及附录I),冯维明(第九、十、十一、十二章)。书中插图由冯维明绘制。蔺海荣任主编,冯维明、虞松任副主编。参加本书编写讨论与校订的有马建华、魏星原、孙仙山、刘广荣、王戎和侯福凤等。

本书承山东大学虞乔琪教授审阅,提出了许多精辟而中肯的意见。在编写过程中,还得到了山东大学许多同志的支持与帮助。谨此一并致谢。

我们虽然在教材内容和体系改革等方面做了一些努力,但受编者水平所限,欠妥之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

2001年3月

# 目 录

## 第一篇 基 本 内 容

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 第一章 绪论                   | 1  |
| 1.1 材料力学的任务              | 1  |
| 1.2 变形固体的基本假设            | 2  |
| 1.3 基本概念                 | 3  |
| 1.4 杆件变形的基本形式            | 5  |
| 习题                       | 6  |
| 第二章 杆件的内力·截面法            | 7  |
| 2.1 轴向拉伸或压缩的概念·轴力与轴力图    | 7  |
| 2.2 扭转的概念·扭矩与扭矩图         | 9  |
| 2.3 弯曲的概念·剪力与弯矩          | 11 |
| 2.4 剪力方程与弯矩方程·剪力图与弯矩图    | 14 |
| 2.5 载荷集度、剪力与弯矩之间的关系      | 17 |
| *2.6 按叠加原理与数值法计算弯矩       | 21 |
| 2.7 平面刚架与平面曲杆的弯曲内力       | 22 |
| 2.8 杆件内力的普遍情况            | 24 |
| 习题                       | 25 |
| 第三章 杆件的应力与强度计算           | 30 |
| 3.1 引言                   | 30 |
| 3.2 拉(压)杆的应力与应变          | 30 |
| 3.3 材料在拉伸与压缩时的力学性能       | 35 |
| 3.4 失效、许用应力与强度条件         | 39 |
| *3.5 结构优化设计的概念           | 41 |
| 3.6 薄壁圆筒的扭转              | 42 |
| 3.7 圆轴扭转时的应力与强度条件        | 44 |
| 3.8 纯弯曲时梁的正应力            | 48 |
| 3.9 横力弯曲时梁的正应力·弯曲正应力强度条件 | 52 |

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| 3.10 弯曲切应力·弯曲切应力强度条件 .....     | 55         |
| 3.11 梁的合理设计 .....              | 61         |
| 3.12 剪切与挤压的实用计算 .....          | 64         |
| 3.13 应力集中 .....                | 69         |
| 习题 .....                       | 70         |
| <b>第四章 杆件的变形·简单超静定问题 .....</b> | <b>79</b>  |
| 4.1 轴向拉伸或压缩时的变形 .....          | 79         |
| 4.2 拉伸、压缩超静定问题 .....           | 81         |
| 4.3 圆轴扭转变形与刚度条件·超静定问题 .....    | 87         |
| 4.4 梁的变形·挠曲线微分方程及其积分 .....     | 90         |
| 4.5 用叠加法求弯曲变形 .....            | 97         |
| 4.6 简单超静定梁·提高梁的刚度的措施 .....     | 99         |
| 4.7 杆件的应变能 .....               | 101        |
| 习题 .....                       | 106        |
| <b>第五章 应力状态分析·强度理论 .....</b>   | <b>116</b> |
| 5.1 应力状态的概念 .....              | 116        |
| 5.2 平面应力状态分析·应力圆 .....         | 117        |
| 5.3 梁的主应力·主应力迹线的概念 .....       | 122        |
| 5.4 空间应力状态的最大应力 .....          | 124        |
| 5.5 广义胡克定律 .....               | 125        |
| 5.6 空间应力状态的应变能密度 .....         | 129        |
| 5.7 强度理论概述 .....               | 130        |
| 5.8 四种常用的强度理论 .....            | 130        |
| 习题 .....                       | 135        |
| <b>第六章 组合变形 .....</b>          | <b>141</b> |
| 6.1 组合变形与叠加原理 .....            | 141        |
| 6.2 拉伸(压缩)与弯曲的组合 .....         | 141        |
| 6.3 斜弯曲 .....                  | 144        |
| 6.4 偏心拉伸(压缩)·截面核心 .....        | 146        |
| 6.5 扭转与弯曲的组合 .....             | 149        |
| 习题 .....                       | 152        |
| <b>第七章 压杆稳定 .....</b>          | <b>158</b> |
| 7.1 压杆稳定的概念 .....              | 158        |
| 7.2 两端铰支细长压杆的临界压力 .....        | 159        |
| 7.3 其他支座条件下细长压杆的临界压力 .....     | 161        |

|                            |            |
|----------------------------|------------|
| 7.4 欧拉公式的适用范围·经验公式 .....   | 163        |
| 7.5 压杆的稳定计算 .....          | 165        |
| 7.6 提高压杆稳定性的措施 .....       | 170        |
| 习题 .....                   | 171        |
| <b>第八章 交变应力与疲劳强度</b> ..... | <b>175</b> |
| 8.1 交变应力与疲劳破坏 .....        | 175        |
| 8.2 材料的疲劳极限 .....          | 177        |
| 8.3 影响疲劳极限的主要因素 .....      | 178        |
| 8.4 构件的疲劳强度计算 .....        | 181        |
| 8.5 钢结构及其连接的疲劳强度计算 .....   | 184        |
| 习题 .....                   | 186        |

## 第二篇 加深与扩展内容

|                         |            |
|-------------------------|------------|
| <b>第九章 能量法</b> .....    | <b>189</b> |
| 9.1 概述 .....            | 189        |
| 9.2 应变能的普遍表达式 .....     | 189        |
| 9.3 互等定理 .....          | 193        |
| 9.4 卡氏定理 .....          | 194        |
| 9.5 虚功原理 .....          | 198        |
| 9.6 单位载荷法·莫尔积分 .....    | 199        |
| 9.7 计算莫尔积分的图乘法 .....    | 205        |
| 习题 .....                | 208        |
| <b>第十章 超静定结构</b> .....  | <b>215</b> |
| 10.1 概述 .....           | 215        |
| 10.2 用力法解超静定结构 .....    | 216        |
| 10.3 对称与反对称性质的利用 .....  | 223        |
| 10.4 连续梁与三弯矩方程 .....    | 228        |
| 习题 .....                | 232        |
| <b>第十一章 动载荷</b> .....   | <b>237</b> |
| 11.1 概述 .....           | 237        |
| 11.2 动静法的应用 .....       | 237        |
| 11.3 杆件受冲击时的应力与变形 ..... | 240        |
| 11.4 冲击韧度 .....         | 244        |



|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| 11.5 综合问题分析 .....              | 246        |
| 习题 .....                       | 249        |
| <b>第十二章 扭转与弯曲的几个补充问题 .....</b> | <b>256</b> |
| 12.1 非圆截面杆扭转的概念 .....          | 256        |
| 12.2 薄壁杆件的自由扭转 .....           | 258        |
| 12.3 非对称弯曲 .....               | 262        |
| 12.4 开口薄壁杆件的弯曲切应力·弯曲中心 .....   | 267        |
| 12.5 用有限差分法计算弯曲变形 .....        | 269        |
| 12.6 组合梁与夹层梁 .....             | 272        |
| 习题 .....                       | 275        |
| <b>第十三章 应力与应变分析 .....</b>      | <b>279</b> |
| 13.1 三向应力状态 .....              | 279        |
| 13.2 平面应力状态下的应变分析 .....        | 281        |
| 13.3 应变的测量与应力的计算 .....         | 285        |
| 习题 .....                       | 287        |
| <b>第十四章 含裂纹构件的断裂 .....</b>     | <b>289</b> |
| 14.1 概述 .....                  | 289        |
| 14.2 应力强度因子 .....              | 290        |
| 14.3 断裂韧度与断裂准则 .....           | 293        |
| 14.4 疲劳裂纹扩展速率与寿命估计 .....       | 295        |
| 习题 .....                       | 297        |
| <b>附录 I 平面图形的几何性质 .....</b>    | <b>299</b> |
| I.1 静矩与形心 .....                | 299        |
| I.2 惯性矩、惯性半径与惯性积 .....         | 301        |
| I.3 平行移轴公式 .....               | 303        |
| I.4 转轴公式·主惯性轴 .....            | 305        |
| 习题 .....                       | 308        |
| <b>附录 II 型钢表 .....</b>         | <b>311</b> |
| <b>附录 III 习题答案 .....</b>       | <b>320</b> |

# 第一篇 基本内容

## 第一章 绪 论

### 1.1 材料力学的任务

材料力学是一门技术基础课程,它为许多理工科学科和专业奠定固体力学基础,同时它的基本理论和方法也可以直接用于解决工程实际问题。

机械或工程结构的组成部分统称为构件,例如机床的主轴、起重机的大梁、建筑物的梁和柱等。构件工作时将受到力的作用,如车床主轴受切削力和齿轮啮合力的作用;起重机梁受到起吊物的重力作用;建筑物受到风力和地震力作用。这些力称为载荷<sup>①</sup>。构件是由一定的工程材料制成的,在载荷作用下将产生变形,若变形太大甚至发生断裂破坏,则会导致构件失效。构件的安全或破坏问题称为强度问题。强度是指构件抵抗破坏的能力。有些构件不仅应具有足够的强度,而且其变形也不能太大。例如图 1.1(a)所示变速器,工作时若传动轴的弯曲变形过大(图 1.1(b)),将使齿轮的啮合与轴承的配合不良(图 1.1(c)),降低寿命且引起噪声。构件的变形问题称为刚度问题。刚度是指构件抵抗变形的能力。工程中受压力作用的细长直杆,如千斤顶的螺杆(图 1.2)及液压驱动装置的活塞杆,应始终保持原有的直线平衡形态,保证不被压弯。构件保持原有平衡状态的能力称为稳定性。为了保证机械或结构安全正常地工作,构件应满足强度、刚度和稳定性要求。

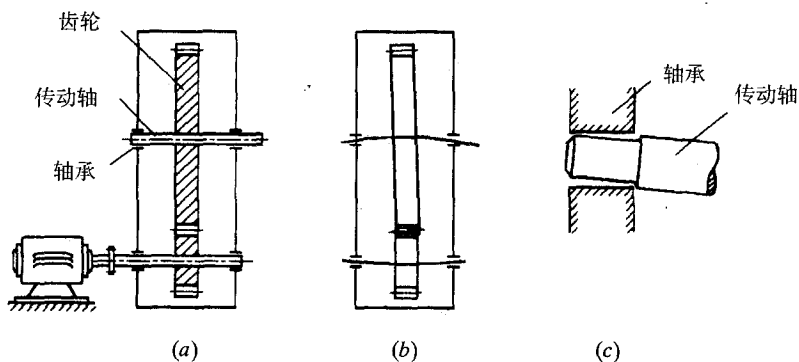


图 1.1

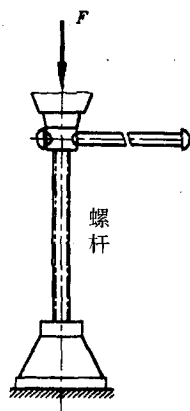


图 1.2

<sup>①</sup> 在土木工程中又称为荷载。

在构件的设计中存在着安全与经济的矛盾。若构件的截面尺寸过小、形状不合理或材质不好,以上要求将不能满足。反之,若不合理地加大横截面尺寸,选用优质材料,虽然满足了上述要求,却增加了成本造成浪费。所以,如何合理地选用材料,恰当地确定构件的截面形状和尺寸,是构件设计中的重要问题。例如取一张薄纸板,两端支承,中间加载荷。在较小的载荷下,纸板将产生较大的变形。若将该纸板折成槽形或卷成圆筒形,仍按同样的支承条件加载荷,承受的载荷将大大增加。由此可知后者的截面形状是合理的。又如自然界中植物的秸秆,例如麦秸秆和毛竹等,经过长期的自然选择,其截面形状是合理的。所以工程结构中大量使用槽钢、工字钢和管材等。

综上所述,材料力学的任务就是研究构件在外力作用下的受力、变形和破坏的规律,为合理设计构件提供强度、刚度及稳定性分析的基础理论和计算方法。

材料力学研究问题的方法有两类,即理论分析和实验研究。这两种方法都很重要,是相辅相成的。实验为理论分析提供必要的材料参数和假设依据,验证理论公式的正确性,同时理论和概念又在实验中起指导作用。对于受力复杂的重要构件要同时进行理论分析和实验研究。另外,随着计算机的发展和广泛应用,数值计算方法已成为解决工程问题的有效方法。

## 1.2 变形固体的基本假设

固体因受外力作用而变形,故称为变形固体。为便于对变形固体制成的构件进行理论分析,通常略去一些次要因素,根据变形固体的主要性质作如下假设。

**1. 连续性假设** 假设组成固体的物质是密实的、连续的。微观上,组成固体的粒子之间存在空隙并不连续,但是这种空隙与构件的尺寸相比极其微小,可以忽略不计。于是可以认为固体在其整个体积内是连续的。这样,可以把力学量表示为固体点的坐标的连续函数,应用一般的数学分析方法。

**2. 均匀性假设** 材料在外力作用下所表现的性能,称为材料的力学性能。在材料力学中,假设在固体内到处都有相同的力学性能。就金属而言,组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同。但因构件中包含为数极多的晶粒,而且杂乱无序地排列,固体各部分(宏观)的力学性能,实际上是微观性能的统计平均值,所以可以认为各部分的力学性能是均匀的。按此假设,从构件内部任何部位所切取的微小体积,都具有与构件相同的性能。

**3. 各向同性假设** 假设沿任何方向固体的力学性能都是相同的。就单一的金属晶粒来说,沿不同方向性能并不完全相同。因为金属构件包含数量极多的杂乱无序地排列的晶粒,这样,宏观上沿各个方向的性能就接近相同了。具有这种属性的材料称为各向同性材料。也有些材料沿不同方向性能不相同,如木材和复合材料等。这类材料称为各向异性材料。

实践证明,对于大多数常用的结构材料,如钢铁、有色金属和混凝土等,上述连续、均匀和各向同性假设是符合实际的、合理的。

**4. 小变形** 固体在外力作用下将产生变形。实际构件的变形以及由变形引起的位移与构件的原始尺寸相比甚为微小。这样,在研究构件的平衡和运动时,仍可按构件的原始尺寸进行计算。同时,由于变形微小,在需要考虑变形时,也可以加以某些简化。

工程中,绝大多数物体的变形被限制在弹性范围内,即当外加载荷消除后,物体的变形随之消失,这种变形称为弹性变形,相应的物体称为弹性体。

综上所述,在材料力学中,通常把实际构件看作连续、均匀和各向同性的变形固体,且在大

多数场合下局限于研究弹性小变形情况。

## 1.3 基本概念

### 一、内力、截面法和应力

物体受外力作用时,因固体内部各质点之间相对位置发生变化,从而引起相互作用力的变化。这种由外力引起的物体内部相互作用力的变化量称为附加内力,简称为内力。这种内力随外力的增加而增大,与构件的强度、刚度和稳定性有关。

图 1.3(a)所示构件在外力作用下处于平衡状态。为研究任意截面  $m-m$  上的内力,用一平面沿截面  $m-m$  假想地把构件切为两部分,在切开截面上,构件左、右两部分相互作用的内力显示出来(图 1.3(b)),它们是作用力与反作用力,大小相等、方向相反。根据连续性假设,内力是遍及整个截面的分布力系,今后,将分布内力系向截面上一点简化后得到的合力和合力偶称为截面上的内力。任取一部分作为研究对象,根据内力与外力的平衡关系,就可以确定出该截面上的内力。这种分析内力的方法称为截面法,将在第二章详细介绍。

为了描述截面上内力分布情况,需要引进应力的概念。如图 1.4(a)所示,在杆件任意截面  $m-m$  上,内力是连续分布的,围绕截面上任一点  $M$  取一微面积  $\Delta A$ ,上面作用的内力为  $\Delta F$ ,则比值

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.1)$$

称为该截面在  $M$  点附近的平均应力。设面积  $\Delta A$  趋近于  $M$  点,  $p_m$  的极限

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1.2)$$

称为截面  $m-m$  上  $M$  点处的应力,它是分布内力系在  $M$  点的集度,反映内力系在  $M$  点的强

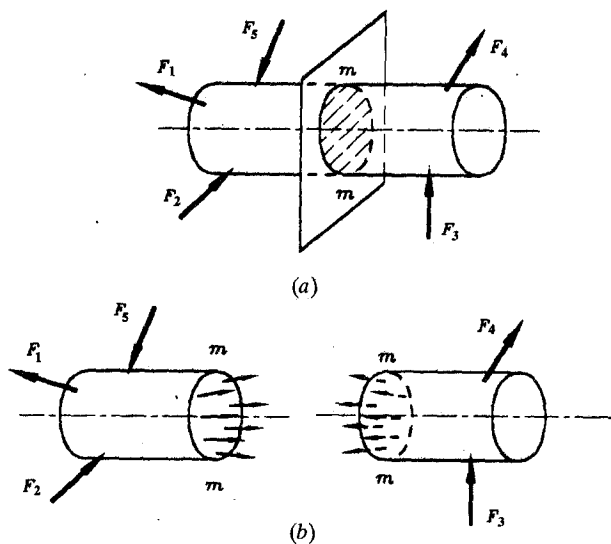


图 1.3

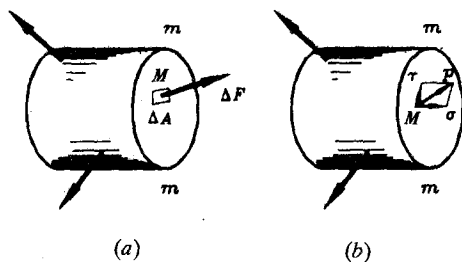


图 1.4

弱程度。截面上  $M$  点的应力  $p$  是一个矢量,通常把应力  $p$  分解为垂直于截面的分量  $\sigma$  和切于截面的分量  $\tau$ (图 1.4(b)),  $\sigma$  称为正应力,  $\tau$  称为切应力。

应力的量纲是力/[长度]<sup>2</sup>,在法定计量单位中,单位为 Pa(帕),  $1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$ ,常用 MPa,  $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$ 。

## 二、位移、变形与应变

固体在外力作用下也会发生形状与尺寸的变化,即变形。现在研究受力构件内一点处的变形。在图 1.5 中,固体的  $M$  点因变形位移到  $M'$ ,矢量  $\vec{MM'}$  即为  $M$  点的位移,这里假设固体因受到约束不可能作刚性位移, $M$  点的位移是由变形引起的。设  $N$  为  $M$  点的邻近点, $MN$  的长度为  $\Delta s$ 。变形前的线段  $MN$  变形后变为  $M'N'$ ,其长度由  $\Delta s$  变为  $\Delta s + \Delta u$ 。 $\Delta u$  代表线段  $MN$  变形前、后的长度改变量。比值

$$\epsilon_m = \frac{M'N' - MN}{MN} = \frac{\Delta u}{\Delta s} \quad (1.3)$$

称为平均线应变,它表示线段  $MN$  每单位长度的平均变形。当  $N$  无限趋近于  $M$  时, $\epsilon_m$  的极限为

$$\epsilon = \lim_{MN \rightarrow 0} \frac{M'N' - MN}{MN} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta s} \quad (1.4)$$

$\epsilon$  称为  $M$  点沿  $MN$  方向的线应变,简称为应变。如线段  $MN$  内各点沿  $MN$  方向变形程度是均匀的,则由式(1.3)表示的平均应变与由式(1.4)表示的线应变是相同的。如  $MN$  内各点的变形程度不同,式(1.4)表示  $M$  点沿  $MN$  方向的应变。

固体的变形不仅表现为线段长度的改变,而且线段的夹角也将发生变化。例如在图 1.6 中,变形前线段  $MN$  和  $ML$  相互正交,变形后  $M'N'$  和  $M'L'$  的夹角变为  $\angle L'M'N'$ 。变形前、后角度的变化是  $\left(\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N'\right)$ 。当  $L$  和  $N$  无限趋近于  $M$  时,上述角度变化的极限值为

$$\gamma = \lim_{\substack{MN \rightarrow 0 \\ ML \rightarrow 0}} \left( \frac{\pi}{2} - \angle L'M'N' \right) \quad (1.5)$$

$\gamma$  称为  $M$  点在平面  $LMN$  内的切应变,它以弧度来量度。

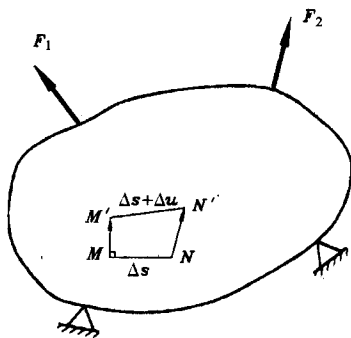


图 1.5

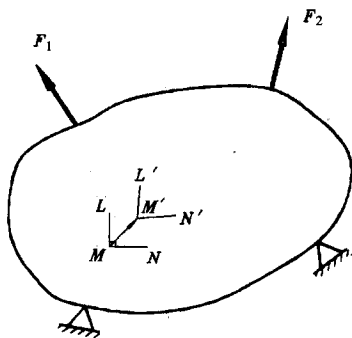


图 1.6

线应变  $\epsilon$  和切应变  $\gamma$  是度量一点处变形程度的两个基本量,从式(1.4)和式(1.5)可知,它们都是无量纲的量。

## 1.4 杆件变形的基本形式

构件可以有各种几何形状,材料力学主要研究长度远大于横截面尺寸的构件,称为杆件。杆件的轴线是杆件各横截面形心的连线,轴线与横截面正交。轴线为直线的杆称为直杆(图 1.7(a))。轴线为曲线的杆称为曲杆(图 1.7(b))。横截面的形状和大小不变的直杆称为等直杆。工程中很多构件都可以简化为杆件,如连杆、传动轴、立柱和桁架结构中的杆等。除杆件外,工程中常用的构件还有板和壳体等。

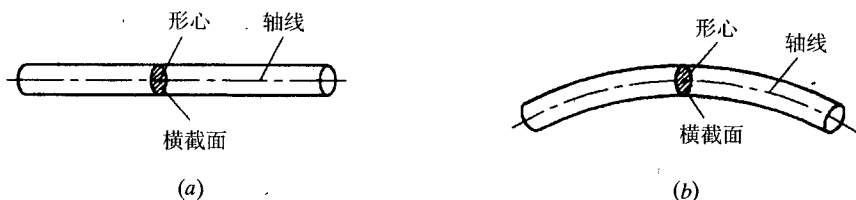


图 1.7

实际杆件在受力下的变形形式比较复杂,但它可以看作是几种基本变形形式的组合。杆件变形的的基本形式可归纳为以下四种。

**1. 拉伸或压缩** 杆件受到大小相等、方向相反、作用线与轴线重合的一对力的作用。其变形为轴向的伸长或缩短(图 1.8(a))。例如,起吊重物的钢索、桁架结构中的拉(压)杆、液压驱动装置的活塞杆等的变形。

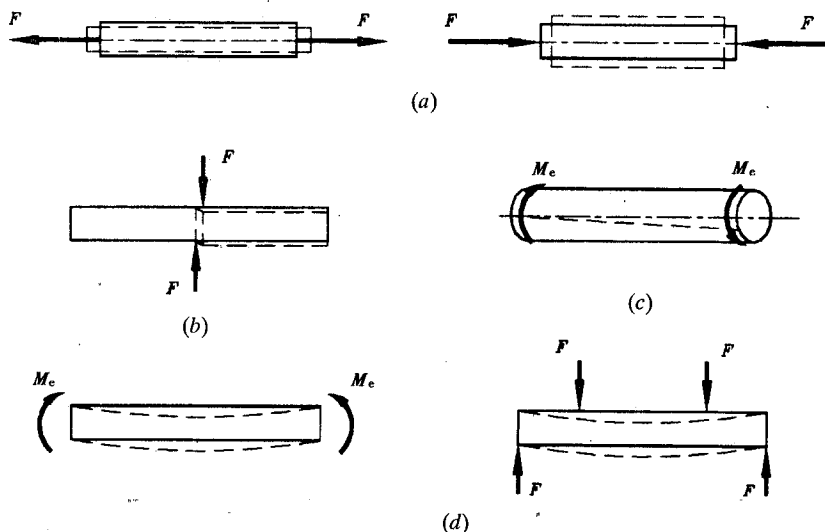


图 1.8

**2. 剪切** 杆件受到大小相等、方向相反且作用线靠近的一对力的作用,其变形为杆件两部分沿外力方向发生相对错动(图 1.8(b))。例如常用的连接件,铆钉、销钉、螺栓等都发生剪切变形。

**3. 扭转** 在垂直于杆件轴线的两个平面内,分别作用大小相等、转向相反的两个力偶(图 1.8(c)),其变形为任意两个横截面发生绕轴线的相对转动,变形前杆的母线变形后成为斜线。例如汽车的传动轴、电机和水轮机的主轴等都发生扭转变形。

**4. 弯曲** 在包含杆件轴线的纵向平面内,作用大小相等、方向相反的一对力偶,或作用与轴线垂直的横向力(图 1.8(d)),杆件轴线由直线变为曲线。例如机车的车轴、桥式起重机的大梁及各种心轴等都发生弯曲变形。

实际构件的变形经常是几种基本变形的组合,称为组合变形。例如车床主轴工作时就是弯曲、扭转和压缩变形的组合。本书首先讨论杆件的基本变形,然后再讨论组合变形。

## 习 题

1.1 何谓杆件的强度、刚度和稳定性?

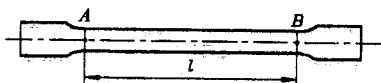
1.2 材料力学的任务是什么?

1.3 对变形固体作了什么假设? 这些假设起什么作用?

1.4 何谓内力? 一点处的应力和应变是如何定义的?

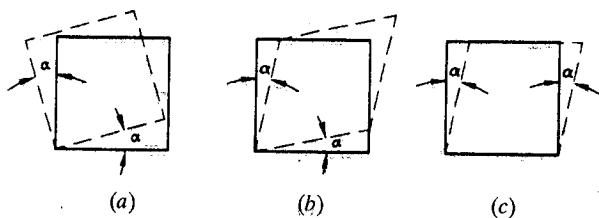
1.5 杆件的基本变形有几种形式? 各种基本变形的受力特点和变形特点是什么?

1.6 拉伸试件上  $A$ 、 $B$  两点间的距离  $l$  称为标距,如图所示。受拉力作用后,用变形仪量出  $l$  的增量为  $\Delta l = 5 \times 10^{-2} \text{ mm}$ 。若  $l$  的原长度为  $100 \text{ mm}$ ,试求  $A$ 、 $B$  两点间的平均应变  $\epsilon_m$ 。



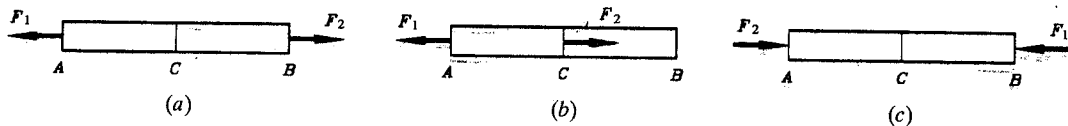
题 1.6 图

1.7 在受力构件内一点处取一边长为无限小的正六面体,称为单元体。单元体相互正交棱边夹角的改变量,即可代表该点处的切应变  $\gamma$ 。如图所示的三个单元体(平面图),虚线表示其受力后的变形情况,试求三个单元体的切应变  $\gamma$ 。



题 1.7 图

1.8 若将图(a)所示作用在弹性杆上的力,沿其作用线方向移动分别如图(b)和(c)所示。试分析对弹性杆的平衡和变形有何影响? 由此得到什么结论?(其中,  $F_1 = F_2$ )。



题 1.8 图

## 第二章 杆件的内力·截面法

在绪论中已介绍了内力的概念和截面法(1.3节),内力的计算是强度计算的基础,计算杆件内力的基本方法是截面法。该法可归纳为以下三个步骤:

(1)在欲求内力的截面处用一平面假想地把构件分成两部分,任取一部分作为研究对象,将另一部分抛去。

(2)在截面上用内力代替另一部分对取出部分的作用。

(3)利用取出部分的内力与外力的平衡关系,确定截面上的内力。

本章主要讨论杆件基本变形的内力及计算方法。

### 2.1 轴向拉伸或压缩的概念·轴力与轴力图

工程中有许多杆件,例如液压传动机构中的活塞杆(图 2.1),桁架结构中的拉杆或压杆(图 2.2)等,除连接部分外都是等直杆。作用于杆上的外力(或外力合力)作用线与杆轴线重合,杆的变形是沿轴线方向的伸长或缩短。这种变形形式就是轴向拉伸或压缩,可以简化为图 2.3 所示的计算简图。

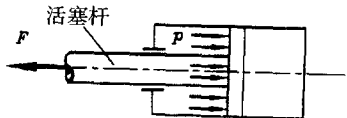


图 2.1

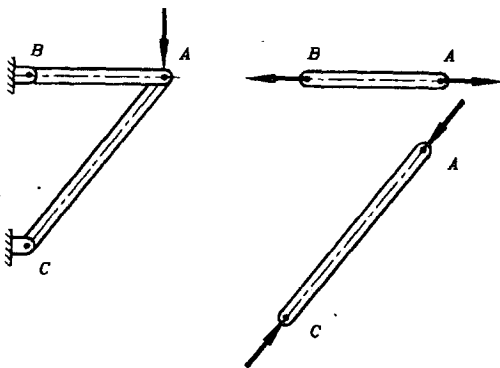


图 2.2

图示拉杆在一对轴向外力  $F$  作用下平衡(图 2.4(a)),应用截面法求杆横截面  $m-m$  上的内力。沿横截面  $m-m$  将杆假想地分成两段(图 2.4(b),(c)),拉杆左、右两段在截面  $m-m$  上相互作用一个分布内力系,其合力为  $F_N$ 。因外力  $F$  沿轴线作用,内力应与外力平衡,所以,  $F_N$  必须沿轴线。

由左段(或右段)的平衡方程  $\sum F_x = 0$ ,  $F_N - F = 0$ ,得

$$F_N = F$$



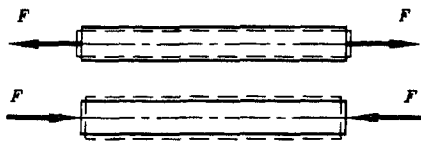


图 2.3

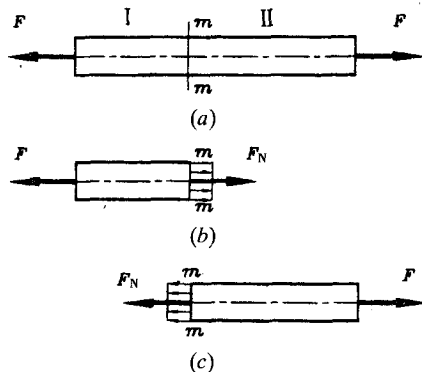


图 2.4

因合力  $F_N$  沿杆件轴线,故称为轴力。习惯上规定拉伸时的轴力为正,压缩时的轴力为负。按此规定,图 2.4(b), (c) 中所示横截面  $m-m$  上的轴力  $F_N$  均为正。

若沿杆件轴线作用的外力多于两个,则杆各部分的轴力不尽相同。这时沿杆件轴线轴力变化的情况可用轴力图表示。下面用例题说明轴力图的作法。

**例 2.1** 在图(a)中,沿杆件轴线作用  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$ 。已知  $F_1 = 2.5\text{kN}$ ,  $F_2 = 4\text{kN}$ ,  $F_3 = 1.5\text{kN}$ 。试求 AC 和 CB 段内横截面上的轴力,并作轴力图。

**解:** 在 AC 段内以横截面 1-1 将杆分成两段,截面 1-1 上的轴力设为拉力  $F_{N1}$ ,由左段的平衡方程  $\sum F_x = 0$ ,  $F_{N1} - F_1 = 0$ ,得

$$F_{N1} = F_1 = 2.5\text{kN} \quad (\text{a})$$

在 AC 段内任意横截面上的轴力皆为  $F_{N1}$ ,且  $F_{N1}$  为拉力,即轴力为正。

在 CB 段内取截面 2-2,其上轴力  $F_{N2}$  仍设为拉力(图(c))。由左段的平衡方程  $\sum F_x = 0$ ,  $F_{N2} + F_2 - F_1 = 0$ ,得

$$F_{N2} = F_1 - F_2 = -1.5\text{kN} \quad (\text{b})$$

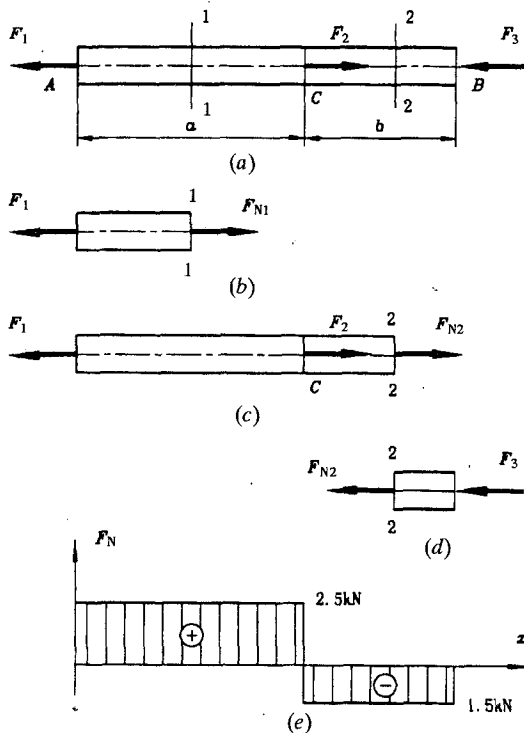
式中,负号表示  $F_{N2}$  应与图中假设的方向相反,即  $F_{N2}$  为压力。BC 段内轴力为负。

若取截面 2-2 右边一段(图(d)),由右段的平衡方程  $\sum F_x = 0$ ,  $F_{N2} + F_3 = 0$ ,得

$$F_{N2} = -F_3 = -1.5\text{kN} \quad (\text{c})$$

以横坐标  $x$  表示横截面的位置,纵坐标表示相应截面上的轴力  $F_N$ ,于是便可用图线表示沿杆件轴线轴力的变化情况(图(e)),这就是轴力图。在轴力图中拉力绘在  $x$  轴的上侧,压力绘在下侧。

由(a)(b)、(c)三式可知,横截面上的轴力等于该截面一侧的所有轴向外力的代数和。当外力为拉力时,在该截面引起正的轴力;当外力为压力时,在该截面引起负的轴力。利用这个关系,可以很快捷地计算横截面上的轴力。



例 2.1 图