

厦门市教育科研专著资助出版项目

中国传统数学 教学概论

肖学平 ©著



科学出版社

www.sciencep.com

0112/16

2008

厦门市教育科研专著资助出版项目

中国传统数学教学概论

肖学平 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书概括了1840年前中国传统数学教育的基本情况,对各个朝代的数学教育思想、教育制度、教学内容、教学方法等问题进行了梳理;总结归纳了传统数学教学的主要特点;研究发现了传统数学教学的常用方法:歌诀化,举一反三、事类相推,由浅入深、循序渐进,数形结合,自学-讲解-问答-练习,机械化,启发式,一题多解,以考促学,游戏式等。同时对这些方法进行了分析,探究了传统数学教育的内容、教材等问题。

本书可供大学数学专业师生,中小学数学教师,教育史、数学史研究工作参考。

图书在版编目(CIP)数据

中国传统数学教学概论 / 肖学平著. —北京:科学出版社,2008

ISBN 978-7-03-021620-5

I. 中… II. 肖… III. 传统数学—教学法—中国 IV. O112-42

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第049052号

责任编辑:余 丁 / 责任校对:张怡君

责任印制:刘士平 / 封面设计:耕者

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印装有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年6月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2008年6月第一次印刷 印张:12 3/4

印数:1—2 500 字数:246 000

定 价:40.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈长虹〉)

前 言

数学是最古老而且是最重要的学科之一,是人类生活、劳动和学习必不可少的工具,能够帮助人类处理数据,进行计算、推理和证明;数学为其他科学提供了语言、思想和方法,是一切重大技术发展的基础;数学在提高人的推理能力、抽象能力、想象力和创造力等方面有着独特的作用;数学是人类的一种文化,它的内容、思想、方法和语言是社会文明的重要组成部分。数学的教学与传播作为教育的组成部分,在发展和完善人类的教育活动中、在形成人类认识世界的态度和思想方法方面、在推动社会进步和发展的进程中起着重要的作用。中华民族是世界民族之林中历史最悠久的民族之一,数学知识在中华文明进程中是如何传承和发展的?在中国传统数学教学是如何进行的?教了什么数学内容?弄清楚这些问题,搜集、整理、发掘、梳理中国传统数学教育发展过程中的文献资料,探讨数学教学与传播方式,分析研究传统数学教育的各种问题具有多方面的意义和价值。

本书以辩证唯物主义和历史唯物主义为指导,以传统治史方法为主,充分运用文献法、比较法、个案研究法、归纳法等研究方法。以教学论的观点展开,以数学知识是如何传承的为主线,以具体的教学方法为章节。

中国传统数学教育源于人类文明的产生和发展,与教育、社会政治、经济制度、文化传统有密切关系,伴随着古代教育和传统数学的发展而发展,在古代数学教育已形成了较为完整的体系,曾长期在世界上领先,对数学发展、科技进步、社会文明起了积极的推动作用。

本书概括了1840年前中国传统数学教育的基本情况,对各个朝代的数学教育思想、教育制度、教学内容、教学方法等问题进行了梳理。总结归纳了传统数学教学的主要特点:以实用为主要目的,民间传授起一定作用,具有儒学经学化特征,大一统的教材体例与教学内容;传统数学教学方法形式多样,具有基础性、实用性等特点。研究发现了传统数学教学的常用方法:歌诀化,举一反三、事类相推,由浅入深、循序渐进,数形结合,自学-讲解-问答-练习,机械化,启发式,一题多解,以考促学,游戏式等。并对这些方法进行了分析,同时探究了传统数学教育的内容、教材等问题。

本书归纳、挖掘、发现的这些教学方法是古人在长期的数学教学实践中,不断吸收传统文化的教育方法自然形成的,具有原始的基础性特点。以现代的教学论观点来看传统的数学教学,从宏观上有许多弊病,但从微观上有很多好的、非常珍

贵的东西,本书所介绍的方法至今仍在采用,是人类的宝贵财富,是数学教育最基本的方法,特别是在当今的课程改革中,理性地审视古人的数学教学方法,吸取其中有益的东西,应当是很有价值和意义的。

本书在写作过程中得到了北京师范大学俞启定、王炳照教授的指导,得到了李双利、栾少波、杨松、洪明等老师的帮助;得到了厦门市教育科研专著资助出版项目及厦门市海沧区特级教师科研经费资助;得到了厦门市暨海沧区领导钟兴国、翁云雷、李文东、郑岳林、王玉龙、林佳添、白国华、吴伟平等同志的关心鼓励。在此谨向他们致以最衷心的感谢。

由于本人学识所限,不妥之处在所难免,恳请读者不吝指教。

目 录

前言

绪论 中国传统数学教育概况	1
一、数学教育的萌芽与私学的兴起	1
二、传统数学教育内容的确定与“经世致用”目的的确立	4
三、传统数学教育制度的完善与数学专科学校的设置	10
四、传统数学课程观念的形成与数学教育体系的完善	14
五、对传统数学教育思想的反思与西方数学教育思想的引入	21
第一章 歌诀化的教学方法	29
一、“九九口诀”及其教学	29
二、中国传统数学歌诀及其教学	33
三、珠算口诀与教学	43
第二章 “举一反三,事类相推”的教学方法	47
一、古代“举一反三,事类相推”的思想	47
二、《九章算术》对传统数学教育的影响	49
三、《九章算术》中“举一反三,事类相推”的教学方法	54
四、“举一反三,事类相推”教学方法对《九章算术》的教学	69
第三章 由浅入深,循序渐进的教学方法	75
一、《学记》关于循序渐进的教学原则	75
二、《九章算术》关于循序渐进的教学方法	76
三、《习算纲目》及杨辉的循序渐进教学方法	77
四、《算学启蒙》中循序渐进的教学方法	85
第四章 数形结合的教学方法	92
一、古代数形结合思想方法的形成和发展	92
二、古代数形结合的教学方法	96
三、解体以图的教学方法	101
四、“勾股定理”的论证与教学	105
五、“依图布算”的教学方法	108
六、《算学启蒙》中的数形结合方法	110
七、《益古演段》中的数形结合方法	112
八、古代历法中的数形结合方法	117

第五章 “自学-讲解-问答-练习”的教学方法	125
一、自学	125
二、讲解	126
三、问答	129
四、练习	137
第六章 机械化式的教学方法	139
一、中国传统数学机械化思想	139
二、中国传统数学机械化的表现形式	140
三、《九章算术》中机械化的教学方法	145
四、刘徽的机械化教学方法	155
五、贾宪的机械化教学方法	163
六、古代历法中的机械化教学方法	167
第七章 启发式、一题多解、以考促学、游戏式等教学方法	173
一、启发式教学方法	173
二、一题多解的教学方法	177
三、以考促学的教学方法	179
四、游戏式的教学方法	180
第八章 中国传统数学教学的基本特点	184
一、中国传统数学教学以实用为主要目的	184
二、中国传统数学教学中民间传授起一定作用	185
三、中国传统数学教学的儒学经学化特征	187
四、中国传统数学教学大一统的教材体例与教学内容	188
五、传统数学教学方法形式多样,具有基础性、实用性等特点	189
参考文献	192

绪论 中国传统数学教育概况

在数学的产生、积淀和发展的过程中,数学教育发挥了传承的作用。据我国史书记载,伏羲氏画八卦,就是从用数字表示开始的,黄帝时造历法,让隶首作算数。古代三皇五帝时,就非常重视历法和数学,夏商之际,数学教育已具雏形,西周已初具规模,春秋战国时期已经定型,数学成为学校必修课之一。^①

一、数学教育的萌芽与私学的兴起

夏、商是我国的奴隶制时期。生产的发展促使了脑力劳动和体力劳动的分离,产生了专门从事教育活动的知识分子,使教育成为独立的社会职能。在夏代就产生了专门的教育机构——学校。

商朝的学校教育有所发展。商朝是靠宗教和军事统治的,因而决定了学校教育内容是以宗教和军事为主,当然读写也必然是教育的内容,数学也是教育内容之一。《说文解字》中有“数,计也”,即是学习计算之意。

我国在商代已有完整的十进位值制记数法,这在世界上是最早的也是最好的记数法。这种记数法便于进行算术四则运算,更便于学习、普及和应用,它比古埃及的累数字记数法、古巴比伦的六十进位值制记数法、古希腊的分级符号制记数法、古罗马的五进的简单累数制记数法等方便得多。商代甲骨文中就有了完善的十进位值制记数法,其中最大的数是三万,由此可以推测,商朝已经传授和学习十进位值制记数法。

西周教育有了较大的发展,学校分为国学和乡学两种,国学为中央官学,乡学为地方官学。国学设在王城或诸侯的国都,分为大学和小学两级。天子所设大学为“辟雍”,诸侯所设大学为“泮宫”,设专官按时节传授不同的科目。乡学按地方行政区划设立,规模较小,只设一级。官学的这种划分影响深远,我国古代一直沿用。其教育目的(尤其大学)是为奴隶制国家培养统治人才,因而它的教学内容以“明人伦”为主。西周正式提出“礼、乐、射、御、书、数”即“六艺”教育。其中礼、乐虽是承继商代而来,但其作用已由宗教意义逐渐转变为主要是伦理意义和政治意义了;射、御仍是军事体育教育;书、数是科学文化知识教育。

夏、商、西周三代教育的一个共同特点就是建立了“官学制度”,学校是官府兴办的,教师就是政府的官吏。这是中国古代教育的一个极其重要的特点,后来私学

^① 马忠林. 数学教育史. 南宁:广西教育出版社,2004: 1~136

兴起,但起主导作用的、占主要地位的仍是官学。这是与中国古代手工业、商业、农业等主要生产部门多是由国家管理有关的。中国古代教育的另一个特点是文化教育与政治经济有密切的关系,往往是直接服务于政治经济,这与中国古代国家要求官吏具有管理生产的能力有关。这也与“学而优则仕”的思想相合,因而教学内容也都是非常“实用”的——做官所需要的。三代的教育已表现出这一特点,特别是西周的“六艺”,正好是中国古代社会对官员的基本要求,直到后世也很少改变。

古代规定贵族子弟六岁开始学习数数,九岁教数日,即数六十甲子,十岁学习大数计算。这是先秦数学教育制度、目的、内容、方法的基本情况,可能是经历夏、商、西周逐步完成的。古人认为:“六年教之数与方名,十年出就外傅,居宿于外,学书计。”(《礼记·内则》)解释为:“六年教之数与方名,数者一至十也。方名,《汉书》所谓五方也。九年教数日,《汉志》所谓六甲也。十年学书计,六书九数也。计者数之详,十百千万亿也。”(见宋代王应麟的《困学纪闻》)《汉书·食货志》则有:“八岁入小学,学六甲、五方、书计之事。”当是另一种学制。

从人的社会活动需要看,这种萌芽状态的数学教育在夏、商就已有了,到西周则正式成为数学教育。《周礼》有之:“保氏掌谏王恶而养国子以道,乃教之六艺:一曰五礼,二曰六乐,三曰五射,四曰五驭,五曰六书,六曰九数。”此即“六艺”教育。艺者,技艺,把数学当作一种技艺来传授是中国古代非常独特的数学教育观念,说明了数学教育的目的是培养具有一定数学知识(技艺)的官吏,以使他们能完成官吏职责。这符合中国古代文化的特点,也为后世数学教育的发展规定了方向。这里的“数”这一技艺,按今人的研究,指的是“数术”,包括后来属于数学、天文、历法、占卜等的知识内容,当然也包括当时已知的数学和自然科学知识等。文中所指“数日”即计日法,包括干支纪日法,还包括月的计数——大月、小月和闰月等有关历法知识及朔望等天文知识;“书计”的“计”则是所谓的“一般计算能力”,实际上应包括十进位值制记数法、计算方法,用计算来解决实际问题的方法等。就是说,作为课程或教学科目的“数”,主要指的是数学教育,也包括当时的某些其他科学教育内容,当然也包括规矩在内的几何知识。关于形的知识的传授更早是通过陶瓷的立体图形观念和平面图形的知识及观念来进行的,体现了几何图形与数的互相转化。后来发展成为中国传统数学的重要特点:实用性和算法化。计算成为数学教育的核心。

西周数学教育的内容是“九数”,根据郑玄(东汉人)的《周礼》注“九数:方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要、今有重差、勾股”所指的都是社会生产及生活中的应用领域或常用数学模型。它们对后世数学发展具有纲领性意义,既表明了中国传统数学实用性的特点,又表明了中国传统数学教育是培养具有应用数学解决社会生产、生活中的实际问题的能力的官员这一特点。

算筹记数和四则运算也可能是西周时开始的。关于数与形的上述早期知识的

传授与学习是数学教育的萌芽,其教学的方式、方法可能与生活结合在一起。算筹记数法开辟了计算工具数字化的先河,创造了传统数学教育以筹算为标志的传统体系。它为我国建立以计算为中心的传统数学教育体系创造了重要的先决条件。在长期的社会实践中,人们学会了用算筹组成1~9的各种数字,这可能是计算工具数字化的关键一步。可是,在长期的计算过程中,人们发现不同位置的相邻数字之间容易混杂错落,于是,又创造了纵式和横式,并规定:个位、百位、万位的筹用纵式,十位、千位、十万位的筹用横式,其余各位依此类推。把筹摆在画有方格的算板上,一格一个筹,如逢零就用空格表示,这样,就可以在算板上用算筹进行算术四则运算和开方等运算了,算筹兼计算的内容、方法、数字、工具于一身,其关键之处就在于计算工具数字化,借用现代的观点,算筹可以叫做手动计算器,筹算是我国古代数学教育的主要部分。因为算筹携带方便,计算简便,操作灵活,简单易行,容易掌握,所以,它作为日用必备的计算工具,延续到宋、元之际,前后近2000年。我国古代的十进位值制记数法和算筹相结合,形成了我国古代以计算为核心的传统数学教育体系的基础和特色,创造了我国算法体系长期处于世界领先地位的辉煌业绩。由筹算演变而来的珠算,具有同样的计算工具数字化的特点,直到今天仍在社会上流传使用。由此可见,算筹作为“手工计算器”,代表了以计算为中心的数学传统近2000年,独领风骚。

中国传统的数学体系可以称为筹算制度,但是,中国古代的数学名著传留至今的,除《孙子算经》外,都不阐述筹算的基本运算方法,只讲某类问题的“术”(即算法),而不讲运算过程中具体算筹的布列运筹方法。如何“运筹”是一种动作,往往用文字难以表达清楚,最好是面授口讲,依靠师承,所以筹算制度对数学教育有较大的依赖性,这也恰恰促进了数学教育的发展。所以,自古以来,我国的数学教育就成为学校教育的一个重要内容。

春秋战国时期,列国兼并,群雄竞起,社会剧变,人才辈出。百家争鸣,变法图强,私学兴起,文化下移,科技进步。形成了实用性的、以计算为中心、以算筹为工具的我国古代的数学教育体制。

《周易》是中国古代的一部重要著作,是儒家的重要经典之一,后来成了古代士人的必读书。它对中国文化产生了巨大影响,被认为是中国文化的源头之一。《周易》和数学有密切的关系,对数学教育也有较大的影响。《周易》是远古传下来的一部讲占筮的书,筮对数学有一定的依赖性。“龟,象也;筮,数也。”(《左传·僖公十四年》)这里认为筮是一种与数有关的活动。《周易》的形成、应用及发展是以数学的发展为条件的。为了使用《周易》进行占卜或指导行动,数学知识是不可缺少的。由于《周易》对数学有依赖性,所以学习《周易》同时也要学习数学。这是中国传统数学教育的一大特色:经学教育的同时进行数学教育。这固然在一定程度上促进了数学教育的发展,以至于有时经学中的数学教育成为社会上重要的甚至是唯一

的数学教育,但由于经学,尤其是《周易》所具有的神秘性,后来称之为“数术”的内容(其中常用的就是比附,即随意性的因果解释,是种种算命术、占星术等的基础之一),使得数学教育也受到占星术等神秘活动的影响,随着它们的兴衰而兴衰。

春秋战国时期,官学衰落,私学兴起。私学也仍然进行“六艺”教育(包括数学教育),因为私学培养的士正是国家的候补官吏,面对国家的选择,士要有做官之能力即管理手工业、农业、商业及各种社会生活的能力,因而,就必须具有一定的数学技艺,所以私学中数学教育也是不可少的。

中国古代的私学包括家传和师授两种,它们是早就存在了的,但是私学作为一种教育制度在春秋战国时才兴起,孔子是最早的私学教育家,他提倡以礼教治天下,把礼和乐作为治理天下的政治手段。他的弟子后来做官的极多,多是具备“六艺”的人才,孔子本人有极高的历法、天文学修养,其著作《春秋》多有天文记载和历法推算;同时,由他传述的《周易》著述《十翼》可见他本人有很高的数学修养。他要讲述《周易》、《周礼》、《春秋》等经典,同时就一定要讲授有关的数学知识,所以孔子懂数学且教数学。

墨子是另一个早期的私学教育家,墨家经典《墨经》中有许多数学知识,并有较多的形式逻辑内容,这些想必是他们的数学教育内容吧。其他诸子的私学教育也是这样,包括必要的数学知识。

春秋战国私学的发展,使我国传统教育产生了官学私学相结合发展的特点。一般是鼓励、重视官学的发展,在多数朝代里也同时允许私学的发展,它们互相补充,促进了我国古代文化科技的发展。私学的产生和发展还向国家提出了选拔人才——选官的问题。在“学在官府”的时代,对学生的门第严格限制,学成者即为官吏,因而实际上是官吏的世袭制。私学兴起就存在一个怎样从私学培养的人才中选官的问题,选才方式就成为教育的重要调控手段,在中国古代一直起着重要作用。

我国古代学校源于夏、商之际,数学教育最早见于殷墟甲骨文中传授十进位值制的数学教育痕迹。我国传统数学是从社会生产和日常生活的需要中产生并为社会生产和生活服务的。所以,“经世致用”是数学教育指导思想的核心,突出数学的实用性。数学教育既包含于青少年启蒙教育之中,也依存于各行各业的有关计算问题之内。我国传统数学教育相当发达,而且独具特色,开创了以筹算为工具、以计算为中心、以应用为方向的算法教育体系,屹立于世界的东方。

二、传统数学教育内容的确定与“经世致用”目的的确立

公元前 221 年,秦始皇统一中国,建立了我国历史上第一个统一的、多民族的、中央集权的封建专制主义的国家。秦朝废分封立郡县,统一货币和度量衡,“书同文”、“车同轨”、“行同伦”,修长城、开驰道,这些重要措施产生了极其深远的历史影

响。秦王朝为统一教化,“禁私学,以吏为师”,每乡设“三老”,以教化黔首。但禁私学不办官学实是一大失策,焚书坑儒又是另一大失策。

汉承秦制,继续巩固和发展封建制度,汉初采取了“无为而治”、“休养生息”的政策,至汉武帝时国力相当强盛,为进一步巩固大一统的集权统治,“罢黜百家,独尊儒术”,形成了天人合一的宇宙论的思想体系,确立了大一统的封建王朝的官僚体制。在汉代完成了承前启后的传统数学教科书——《九章算术》,奠定了中国传统数学教育的基础与内容体系。

《九章算术》开始编写的年代尚不能确定,但经过张苍(约公元前200年)和耿寿昌(约公元前50年)的整理,大体成为定本。《九章算术》继承周以来的十进位值制、筹算、“九数”、《周髀算经》等传统数学成果,参考《算数书》、《许商算术》、《杜忠算术》等秦汉之际的数学书,经张苍等补订成书,成为学习数学的经典教科书。刘徽的《九章算术》注则集中了秦汉以来的创造发明,把中国古代数学提高到了一个新的水平,奠定了中国传统数学教育体系的坚实基础。刘徽主张“析理以辞,解体用图”,继承和发展了以“经世致用”为目的,以应用问题集为形式,以筹算为工具,以“术”(即算法)为中心,密切联系实际的数学教育体系。《九章算术》经过刘徽的注释,成了中国传统数学教育的标准教科书。从汉代至清代中叶,其间近2000年,都采用《九章算术》作为教科书,培育了一代又一代的数学教育工作者和数学家。

问题化的开放结构是《九章算术》的重要特点,在其影响下,后世大多数数学著述都采用了这种结构。所谓开放,指的是数学体系作为一个系统来说,不是自足的、封闭的,而是与外界经常进行信息交换的。所谓问题化的结构,指的是数学表述体系是由若干个应用问题组成的。考其各章,多是先举出某一社会生活领域中的一个或几个个别问题,由此归纳出某一类问题的一般解法——算法(术),再把各类算法综合起来,得到解决该领域中的各种问题的方法,就构成一章;再把解决社会生产、生活各领域中的问题的数学方法综合起来,归纳成整个《九章算术》。问题化的结构也包含另一层意思,即按解决问题所需要的数学方法进行归纳,许多不同领域的问题可能应用了相同的计算方法,从这些方法中找出普遍的东西——提炼出数学模型,再以模型立章归入《九章算术》之中。这种开放结构实际上是一种应用数学的体系,给出了数学在社会生活各领域中的应用。

《九章算术》乃至整个中国传统数学的另一个重要特点就是内容的算法化,即算法(术)是数学的主要内容。书中一般是先提出问题,给出答案,再给出“术”,作为一类问题的共同解法,以后可以应用它来解决其他问题。在《九章算术》中,给出246个问题及其答案,202个术,问题是引入算法的“引子”和使用算法的实例,算法(术)是《九章算术》着重要给出的内容,有了算法,就可以应用到各个领域中去。算法化的内容是适合于开放结构的。结构的开放性,决定了数学要不断与社会生产、生活实践进行信息交换,也就是要解决实际问题。而对于解决实际问题来

说,所给出的一般是具体的数据,所要求的往往也是具体的数据,就是说要解决一系列的计算问题。解决计算问题的最好方法莫过于找到解决问题的算法,有了算法,可以迅速地求解一类问题,从而指导实践。《九章算术》的主要内容是算法,因而促进了对算法的研究,得出了诸如开方术、割圆术、方程术、正负术等著名算法和一大批与之有关的数学成果。不过,书中并没有指出算法的来源,也没有提供算法合理性的证明,这些作为学习者的问题,大概是由教师给予讲解的。因而,实际上《九章算术》可以说是一本实用的手册,各个行业的应用者可从中查找某类问题的解法;又可以说是一本教科书,有关的理论和细节需要教师予以讲解。正因为如此,《九章算术》的教育内容体系,支配了中国数学教育近 2000 年。

汉代实行“罢黜百家,独尊儒术”的方针后,对教育产生了重要的影响。提高了教育的地位,促进了教育的发展。儒家治世方案的核心是“以教为本”,即教育是修身齐家、治国平天下之根本,因而汉代有兴太学、设学校培养人才的重要措施,确立了我国古代的官学制度。“独尊儒术”对数学教育也产生了重要影响,突出的表现在下述两点:

一是“经世致用”成为数学教育的一大特点。儒家的“通经致用”原则中通经的目的在于致用——培养具有经学修养的封建官吏,具有追求功利的倾向性。“武、宣之间,经学大昌,家数未分,纯正不杂,故其学积精而有用。以《禹贡》治河,以《洪范》察变,以《春秋》决狱,以三百五篇当谏书。”前面指出过许多官员职责需要数学,许多官吏要应用数学来从事管理水利工程、天文历法、手工业等业务,从而促使数学教育的思想、内容、方法向着有实用价值的方向发展。因此,“经世致用”成为我国传统数学教育的一大突出特点。

二是儒家讲经兼教数学。教育儒学化、经学化的一个直接结果是数学成为教育的重要内容。首先,儒家经典本身就包容许多数学知识,如《易》、《礼》中的数学知识。由于已形成天人合一的宇宙论,天文历数则是每个官员所必需的知识。《春秋》有许多天文历法内容,而天文历法离不开数学,为了通天文历数首先要通数学。《乐》也是儒家经典之一,与《礼》十分有关,乐理也离不开数学,为通《乐》也需通数学。所以对数学“汉魏名儒明经术者多兼通之”,“汉儒用数理讲《周易》,经书兼讲天文历数,因之数学成为儒学的一部分”。“经师传经常常是兼传人文科学和自然科学知识”,如东汉太学生崔瑗,十八“至京师,从侍中贾逵质正大义,逵善待之,瑗因留游学。遂明天官、历数、《京房易传》、六日七分”(《后汉书·崔瑗传》);再如郑玄“师事京兆第五元先,始通《京氏易》、《公羊春秋》、《三统历》、《九章算术》”(《后汉书·郑玄传》)。可以肯定地说,汉代经学教育十分重视传授数学知识。数学教育作为经学教育的一部分,得到延续和发展。

汉代著名大儒刘歆(公元前 50~公元 23 年),认为小学应开设数学课程。明确提出在小学开设数学(算术),刘歆实在是第一人,这对数学教育的发展有着巨大

的意义。由于他本人就是负责数学教育的官员之一(大司农),所以有理由认为汉代小学里确实进行了正规的数学教育。正是由此,人们认为“汉时小学,兼重算术”。刘歆指出的由政府官员“掌”小学数学教育也是一个十分重要的数学教育思想。这与数学教育的目的——培养懂数学的官员有密切的关系。数学教育的结果要政府官员的承认,这无疑是通过选士制度来实现的。实际上,中国古代的数学家多为政府官员。就汉代而言,刘歆为大司农,整理过《九章算术》的张苍出任过丞相,耿寿昌做过大司农中丞。他们无疑都是受过教育(包括数学教育)并由政府选为官员的。

汉代武帝元朔五年(公元前124年)创办太学,我国封建社会官立大学制度从此建立起来了。太学的教师称博士,学生称博士弟子。开始时“为博士置弟子五十人,复其身(免除徭役赋税)”(《汉书·儒林传》)。弟子由太常选补,亦由地方长官选补。“一岁皆辄课,能通一艺以上,补文学掌故缺,其高第可以为郎中,太常籍奏。即有秀才异等,辄以名闻。其不事学若下材,及不能通一艺,辄罢之,而请诸能称者。”(《汉书·儒林传》)即对太学学生(弟子)每年考试一次,能通一艺的即可为官,成绩极差劣者(不能通一艺)及不勤学者令其退学,做到了教育和选才(官)相结合。西汉后期,太学得到进一步发展。“元帝好儒……更为设员千人。”(《汉书·儒林传》)太学中的教学以经师讲学为主,同时注重考试和自学。经师讲的课程中包括了《九章算术》和历数等数学内容。《九章算术》是汉代数学教育的主要教科书。崔瑗在太学学过“历数”,而郑玄在太学从博士第五元先学习过《九章算术》是其明证。张衡也“入京师、观太学,遂通五经,贯六艺”,“尤致思于天文、阴阳、历算”(《后汉书·张衡传》),通过在太学的学习得以“贯六艺”、会“天文、阴阳、历算”。经师在讲其他经书时,如《易》、《礼》等,涉及数学的仍要讲解数学。精研历法算术的经师讲学当然更要多讲有关的数学知识。除太学外,中央官学还有宫邸学和鸿都门学。前者是为贵族子弟和宫人开设的官学,也教数学,如和熹(和帝)邓皇后“自入官掖,从曹大家受经书,并天文、算数”,又“诏中宫近臣于东观受读经传,以教授宫人,左右习诵,朝夕济济”(《后汉书·邓皇后纪》)。鸿都门学则是世界上最早的文学艺术专科学校,开隋唐广设专科学校的先河,在教育史上有重要的地位。

汉代地方官学是在太学建立以后,地方要向太学举荐博士弟子,为举荐人才而建立起来的。其始建远比太学为晚,直到平帝元始二年(公元3年)由王莽提倡和主持,才正式颁布地方官学制度,建立起地方官学,直到东汉末年。地方官学“郡国日学,县、道、邑、侯国日校。校、学置经师一人。乡日庠,聚日序。序、庠置《孝经》师一人”(《汉书·平帝纪》)。地方官学以推行社会教化为宗旨,重于礼仪教化,有的地方长官亲为讲学,有的也考问经书,根据成绩优劣,酌授官职。按刘歆所说,数学(算术)为小学的课程,所以对启蒙的算学以及日常生活和经书所及的简单数学,地方官学还是要开设的。

汉代官学还有另一个变种——“宦学事师”制，即求学要入仕途，就教于官府，边仕边学，学为官之术，是一种“政教合一”的教学形式，尤其某些专业知识和技能，边仕边学在当时可能更好一些。汉代宦学文武分途。在太常、大司农、少府，将作大匠，水衡都尉属下“宦学事师”的人一定要接受数学教育，这是官学教育的一个部分。

汉代私学教育有很大的发展，由汉初到太学成立之前的数十年间，私学是主要的教育机构。官学制度建立后，私学则与官学相互补充，相互促进，并存发展。私学与数学教育有关，表现在：一是私家传授历算，如张苍就曾私授历算学；二是传授卜筮者也必然要传授一些数学知识；三是授经者一般是名儒，经学大师才能办授经的私学，在授有关经书时必然要讲授有关的数学知识；四是启蒙的小学应用“算术”的内容。私学的一种特殊形式是家学，其实这是最普遍的教育形式。许多名儒大师都首先得益于家学。历律、天文、数学、医学等自然科学知识和专门技术成为家学的重要内容。例如，刘歆就先受业于其父，从小对“算术方技，无所不穷”；又如，司马迁能在《史记》中写出《历书》，总结了远古至汉代的历算成就，与他家学渊博，受过家学的教育有关。

官学毕业生可授官，私学的学生的仕途怎么解决呢？是通充“察举取士”制度来解决的。当然，方式也不只限于察举，还有皇辞征召、公府辟除、私人荐举、任子、考试等多种方式来加以解决，但以察举采用最多，并且经常化、制度化。察举就是选举制，由地方选择优秀人才经中央考核授官，后来成了常规，并以选举与考试相结合。通数学者也可以“尤异”受到选举或荐举而得官。

从公元 220 年汉亡到公元 589 年隋统一中国，这个时期是我国历史上最壮观的民族大融合的时期，各族人民的文化得到了广泛的交流，加上玄学的产生，佛、道宗教的传入，使得当时思想比较活跃，促进了科学的繁荣。这个时期的科学技术仍有较大进展，数学上的进展就更加明显了。数学取得一系列重大成就。赵爽在其《周髀算经》注中提出“勾股圆方图注”，用几何方法证明了勾股定理，还提出用几何方法解二次方程的新路子；刘徽作《九章算术》注（263 年），并撰《海岛算经》，做了许多开创性的工作，主要有十进小数，分数通分法，求最小公倍数的方法，正、负数的计算规则，解线性方程组的方法，求圆周率的方法及得出圆周率 $\pi = 3.1416$ 等。尤其重要的是，刘徽在世界上第一个运用了极限思想，他提出独具特色“出入相补原理”，发展了中国特色的形数结合的思想，建立起了中国传统数学独特的理论体系。祖冲之在圆周率方面作出世界性的成就，他得出的八位有效数字的圆周率保持世界纪录达千年之久，直到 15 世纪才被西方超过。祖冲之父子还有项重要成就：球体积计算公式，相当于提出“缘幂势既同，则积不容异”的重要原理，即“夹在两个平行平面之间的两个几何体，被平行于这两个平面的任何平面所截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体体积相等”。这是现代初等立体几何关于体

积计算的一个重要原理。

魏、晋、南北朝时期,战乱频仍,官学时兴时废,在环境相对稳定时继续开办,主要教授的仍然是经学,经学教育中包括一定的数学内容,这是官学中数学教育的一个方面。这一期间,出现了大量数学书籍,流传至今的就有《孙子算经》、《海岛算经》、《张丘建算经》、《五曹算经》和《五经算术》等。从这些书的体系和内容来看,显然都是教科书类。当时的官学曾用它们当教材传授过数学知识,例如魏、晋时数学教育主要由史官管理,北魏设置的太史博士就要教授一定的数学知识,可能用到《九章算术》、《周髀算经》和上述诸书。这就是盛唐钦定《算经十书》的滥觞。

这一时期官学教育中的一件大事,就是出现了中国历史上,也可以说是世界历史上科学专科学校教育的滥觞,那就是南朝宋文帝元嘉二十年(443年)“始设医学,置医学博士、助教”,以及在此前后北魏置算学,即设立数学“专科学校”。

范缜,好阴阳术数,游学诸方,达《九章》、《七曜》。世祖(424~451年)时为算生博士。太安四年(458年)夏,上《四序堪舆》……(《魏书·木艺传》)

范缜,太和初,充太学生,转算生……出除安北将军并州刺史……入为太常卿。(《魏书·范缜传》)

太和系北魏孝文帝(477~500年)年号,可见在北魏,算学至少存在了150年。

再往前回顾,南朝宋在元嘉十五年(438年)所立史学馆(也是官学)由何承天主持。何承天是一位著名数学家。而据唐代李林甫言:“算学,魏晋以来,多在史官,不列于国学。”(《大唐六典·国子监》)可见,这一史学馆中一定是开设数学课程的。因为从《史记》起天文、历法、农业、地理等皆入史,要懂天文、历法,一定的数学知识是必要的。

魏、晋、南北朝时期,政权更替频繁,影响到官学的稳定和顺利发展,因而,教育的发展在很大程度上依赖于私学。私学多以儒经为主要课程,数学为辅助课程。北朝私学除儒学外,也兼授佛、道、玄各家的学说,还涉及有关阴阳、图讖、算数、天文、风气、占卜等方面,如刁冲“学通讲经,偏修郑说。阴阳、图讖、算数、天文、风气之书莫不精通,当世服其精博”(《北史·刁冲传》)。

家学在大动乱的南北朝数学教育中起着很重要的作用。例如祖冲之,其祖父为“大匠卿”,“冲之稽古,有机思”,大约也源于家学;其子“嘒之字景烁,少传家业,究极精微,亦有巧思入神之才”,显然,这是家学的成果。“嘒之子皓,志节慷慨,有文武才略,少传家业,善算历。”(《南史·文学传》)可谓五世家传,数学名家辈出。在封建社会里,这种现象不是偶然的,自给自足的自然经济和修身齐家的儒家思想,决定了各种技艺和专业知识的“家族性”,数学家传便不足为怪了。在一定程度上,对数学的发展而言,家学确实起过很大的作用。

三、传统数学教育制度的完善与数学专科学校的设置

公元 589 年隋统一中国,实行了一系列有利于生产发展的政策,因此,在短短的隋朝里,生产、科学文化都有了新的发展,为唐代政治、经济和文化的空前繁荣打下了基础。唐于公元 618 年建立,继承隋制,在各个领域里都有了空前的发展,使中国成为当时世界上一个强盛而先进的文明国家,对世界文明的发展起了积极的促进作用。

隋唐时期是中国封建社会处于上升阶段的时期。在这一时期,封建主义的教育事业也有了蓬勃的发展。隋开创科举制度,唐代完善了它,这是世界上独一无二的选官制度,对教育的发展起过积极的推动作用。中国古代的封建教育贯以伦理道德教育为主,但也表现出对科技教育的极大兴趣,在隋唐时期更是如此。这自然是培养封建官吏的需要,这种需要在唐代达到一个峰值,因而竟在科举中开设“明算”科,使考数学者也能做官,这在世界上恐怕也是独一无二的。此举在相当程度上促进了数学教育以至于数学的发展。

隋唐时期,朝廷在教育政策上作出一个重大的决策:开设当时已有所发展的各门科学的专科学校。汉代的鸿都门学可以说是最早创办的专科学校——文学艺术专科学校。最早的科技专科学校是南北朝时南朝宋元嘉二十年(443 年)建立的医学专科学校。隋代开始正式兴办数学专科学校,唐代继续扩大开办数学专科,这是世界上最早的数学专科学校。可以说,这是世界教育史上的一个伟大的创举。

隋代国子寺(607 年改为国子监)是独立的专管教育的机构。国子寺下设国子学、太学、四门学、书学和算学,这无疑把算学列为基本国学之一,说明当时数学的专门化程度已得到社会的公认,具备了设立专科学校的基础。数学专科学校的建立对数学和数学教育的发展无疑具有非常重要的意义。唐代继续设置算学这种世界首创的数学教育专门学校,唐代官办的数学教育已形成了体系,它们为:

- ① 经学教育中需要的数学知识教育。
- ② 算学,即数学专科学校的数学教育。
- ③ 小学中启蒙的“六艺”中的简单数学知识教育。
- ④ 司天台的天文历算中结合专业的数学教育。
- ⑤ 太卜署的卜筮中涉及专业的数学教育。
- ⑥ 有关管理农业、手工业、商业的官府,在人员培训和“宦学”教育中涉及的数学知识教育。

唐初的算学隶属国子监,为国子监六学之一。算学的教员有博士两人,官品为从九品下,是最低级别的官员,此外据《新唐书·百官志》还有助教一人,算学有学生 30 人,入学资格是各学中较低的,“文武官八品以下及庶人子为生者”。在等级森严、阶级性质十分明显的封建官学中,算学的地位是最低的,这再一次表明中国