

运筹学

朱海霞 张雪阳 主 编

YUNCHOUXUE

陕 西 人 民 出 版 社

运 筹 学

朱海霞 张雪阳 主编

陕西人民出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

运筹学 / 朱海霞, 张雪阳主编. —西安: 陕西人民出版社, 2007. 1

ISBN 978 - 7 - 224 - 07890 - 9

I. 运… II. ①朱…②张… III. 运筹学—高等学校—教材 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 030013 号

运 筹 学

主 编 朱海霞 张雪阳

出版发行 陕西人民出版社(西安北大街 147 号 邮编:710003)

印 刷 西北农林科技大学印刷厂

开 本 787mm × 1092mm 16 开 15.5 印张

字 数 340 千字

版 次 2007 年 1 月第 1 版 2007 年 1 月第 1 次印刷

印 数 1 - 1000

书 号 ISBN 978 - 7 - 224 - 07890 - 9

定 价 20.00 元

前言

本教材是编者在多年从事管理类专业的运筹学课程教学和应用管理研究实践基础上进一步完善形成的。在多年的运筹学教学和科学研究实践中,我们使用了许多不同运筹学教材版本,查阅了许多管理运筹学方面的参考资料,这为我们博采众长、避其所短,结合教学实践形成自己的特色提供了重要参考依据。多年的教学工作中,我们一方面根据管理类专业的特点不断完善教学内容体系,另一方面根据综合大学的教学模式特点不断改进教学方法,探寻富有自己特色的教学模式,至今已经形成了比较适合综合院校经济类、管理类专业特点的《运筹学》教学内容体系和教学模式。

运筹学内容很多,但教学课时非常有限。本教材精选了九个运筹学分支:线性规划、对偶理论与灵敏度分析、整数规划、运输问题、目标规划、动态规划、图与网络分析、矩阵对策、层次分析法。九个分支涉及单目标决策和多目标决策,单阶段决策和多阶段决策。本教材的明显特点是,对每个运筹学分支都遵循了如下的教学内容安排顺序:(1)通过实际决策问题引言,引出运筹学问题;(2)利用经济学、管理学、数学等多学科交叉思维方法,解读决策问题(确定决策变量、明确决策目标及其性质、以及实现决策目标的约束条件等);(3)用合适的数学语言描述决策问题,建立模型;(4)分析该模型的构成特点和功能;(5)介绍该模型的求解分析方法;(6)介绍该运筹学分支在管理中的应用时,既重视在企业管理中的应用举例,又重视运筹学在公共管理领域的应用举例;(7)在每个分支内容介绍完之后,不仅根据实际情况布置基础知识巩固性练习题,还要求学生独立完成系统分析报告。这样使学生对每个运筹学分支都有一个深入系统的认识,为进一步深造和应用该运筹学分支提供重要的基础知识储备。这种安排更体现了运筹学的重要性、实用性和研究问题的思路清晰性。

本书是多人合作编写的成果,其中编者的具体分工如下:

前言、绪论、第一(1、2、4节)、四、五、六章由朱海霞编写;第一(1、3、4节)、二、三、八章由张雪阳编写;第七、九章由权东计和朱海霞合作编写完成;由权东计负责全书的图表制作;解志远、吴荔、马云超、许焘、王有才等在部分章节资料收集方面做了一定工作。全书由朱海霞负责统稿和出版工作。

感谢所列参考书目的作者和许多院校同行朋友的关心与指点,感谢在多年的教学实践中,各层次各专业同学们的积极配合和提出的宝贵意见,感谢西北大学运筹学重点课程建设给我们的推动作用,感谢支持我们开展运筹学课程建设和运筹学教材出版的各方相关者。

本书不仅适合作为高等院校经济类、管理类本科专业的教材,而且可作为经济类、管理类硕士生、MBA、MPA 的重要参考书目,还是从事管理科学研究和实际管理工作人员的重要参考资料。

由于水平所限,本教材肯定还存在许多不足之处,诚挚感谢广大读者的批评指正!

编 者

2006 年 10 月于西安

目 录

前 言	(1)
绪 论	(1)
第一节 运筹学的概念和学科性质特点	(1)
第二节 运筹学与管理科学和管理数学的学科区别与联系	(4)
第三节 应用运筹学解决问题的基本程序	(6)
第四节 运筹学的发展简况	(8)
第五节 本教材的内容安排	(16)
第一章 线性规划	(18)
第一节 线性规划问题及其数学模型	(18)
第二节 求解线性规划模型的图解法	(26)
第三节 求解线性规划模型的单纯形法	(36)
第四节 线性规划方法的重要应用	(49)
第二章 对偶理论与灵敏度分析	(65)
第一节 线性规划的对偶问题	(65)
第二节 线性规划问题的对偶理论	(68)
第三节 对偶单纯形法	(72)
第四节 影子价格	(74)
第五节 灵敏度分析	(75)
第三章 整数规划	(80)
第一节 整数规划问题的提出	(80)

第二节	分支定界法	(83)
第三节	割平面法	(86)
第四节	0—1 型整数规划的隐枚举法	(88)
第五节	指派问题	(90)
第四章	运输问题	(95)
第一节	运输问题的数学模型及特点	(95)
第二节	表上作业法	(100)
第三节	运输问题的重要应用及其产销平衡与运价表的建立	(109)
第五章	目标规划	(116)
第一节	目标规划问题及其数学模型	(116)
第二节	目标规划的重要应用与模型建立	(122)
第三节	目标规划模型的求解方法	(128)
第六章	动态规划	(138)
第一节	多阶段决策过程与动态规划模型	(138)
第二节	动态规划模型的求解方法	(145)
第三节	动态规划的应用举例	(150)
第七章	图与网络分析	(161)
第一节	图与网络的基本知识	(161)
第二节	树图和图的最小生成树	(172)
第三节	最短路问题	(175)
第四节	网络最大流问题	(184)
第五节	最小费用流问题	(189)
第六节	统筹方法	(196)
第八章	矩阵对策	(210)
第一节	引 言	(210)
第二节	矩阵对策的基本理论	(212)
第三节	矩阵对策的解法	(218)
第九章	层次分析法	(227)
第一节	层次分析法的基本内容与层次结构图建立举例	(227)
第二节	层次结构图的求解方法	(233)
主要参考资料		(240)

绪 论

运筹学一词的英国名称叫 Operational Research, 美国名称为 Operations Research, 均缩写为 O. R., 可直译为“运作研究”或“作业研究”。1957 年, 我国从“夫运筹帷幄之中, 决胜千里之外”(见《史记·高祖本纪》这句古语中摘取“运筹”二字, 将 O. R. 正式译作运筹学, 包含运用筹划, 以策略取胜等意义。从字面含义看, 运筹学与管理学一样, 具有很大的概念范畴, 同时也像管理学一样, 至今没有统一的定义表述。多数人认为它是一种定量分析工具, 甚至称作管理数学。但现在也发现, 有些教科书虽然名叫运筹学或管理运筹学, 但其中却没有定量技术, 基本上全是定性分析研究内容。那么, 运筹学学科的规定性到底是什么呢? 这是学习运筹学之前务必弄清楚的问题。

第一节 运筹学的概念和学科性质特点

一、运筹学的概念

“运筹学”一词起源于 20 世纪 30 年代。许多学者对运筹学都提出了自己的释义。这里仅举出一些重要释义。

(一) 英国运筹学会释义

“运筹学是运用科学方法来解决工业、商业、政府、国防等部门里有关人力、机器、物资、金钱等大型系统的指挥或管理中出现的复杂问题的一门科学。”

(二)《大英百科全书》释义

“运筹学是一门应用于管理有组织系统的科学”, “运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具。”

(三)《辞海》(1979 年版)释义

运筹学是“20 世纪 40 年代开始形成的一门学科, 主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题, 它根据问题的要求, 通过数学分析与运算, 作出综合性的合理安排, 以达到较经济较有效地使用人力、物力。”

(四)《中国企业管理百科全书》(1984 年版)释义

运筹学“应用分析、试验、量化的方法, 对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排, 为决策者提供有依据的最优方案, 以实现最有效的管理。”

(五)《中国大百科全书》(1991 年版)释义

运筹学“用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源, 使实际系统有效运行的技术科学, 它可以用来预测发展趋势,

制定行动计划或优选可行方案。”

(六)《运筹学基础手册》(科学出版社 2000 年版)释义

运筹学是从 20 世纪三四十年代发展起来的一门新兴学科。这门学科的研究对象是人类对各种资源的运用及筹划活动,其研究目的在于了解和发现这种运用及筹划活动的基本规律,以便发挥有限资源的最大效益,来达到总体、全局最优的目标。这里所说的“资源”是广义的,既包括物质材料,也包括人力配备;既包括技术装备,也包括社会结构。

(七)近代一些运筹学工作者释义

运筹学是应用系统的、科学的、数学分析的方法,通过建模、检验和求解数学模型而获得最优决策的科学。

从上述释义中不难看出,关于运筹学概念的基本共识表现在以下方面:(1)它是为有组织系统的管理者服务的;(2)它是管理者解决组织系统管理中复杂问题的科学优选方法;(3)它是利用数学模型技术,根据决策者的决策目标,对基于内外环境约束的组织系统资源进行优化配置,为决策者提供以数量化为基础的最优方案,以实现最有效的管理;(4)它是一门实用性很强的应用学科。

二、《运筹学》的学科性质特点

运筹学是一门实用性很强的应用学科。这种学科性质的基本特点主要表现在六个方面:

(一)强调系统的整体优化观念

所谓系统可以理解为是由相互关联、相互制约、相互作用的一些部分组成的具有某种功能的有机整体。其中每一部分又是一个子系统。每个子系统的决策目标往往不一致,由此而产生的决策行为可能不一致。运筹学研究中不是对各子系统的决策行为孤立评价,而是把有关子系统相互关联的决策结合起来考虑,把相互影响和制约的各个方面作为一个统一体,从系统整体利益出发,寻找一个优化协调方案。

(二)强调应用模型技术

在各部门学科的研究中广泛应用实验的方法。但运筹学研究的系统往往不能搬到实验室来,代替的方法是建立这个问题的数学和模拟模型。应当指出,制定决策是运筹学应用的核心,而建立模型则是运筹学方法的精髓。学习运筹学要掌握的最重要技巧就是提高对运筹学数学模型的表达、求解和分析的能力。

(三)强调多学科交叉结合

从方法论来说,在运筹学的发展过程中已充分表现出多学科的交叉结合,物理学家、化学家、数学家、经济学家等联合组织成研究队伍,各自从不同学科的角度出发提出各自对实际问题的认识和见解,促使解决大型复杂现实问题的新途径、新方法、新理论更快地形成。因此,在运筹学的研究方法上,自然显示出各学科研究方法的综合,其中特别值得注意的是数学方法、统计方法、逻辑方法、模拟方法等。应该指出,数学方法(或者说,构造数学模型的方法)是运筹学中最重要方法,它对运筹学的重要性决不亚于它对力学、理论物理所起的作用。而运筹学中的数学模型不是抽象数学,也不是随意写出来的。其中任何一种数学表达式都是以物理学、化学或经济学等多学科知识为基础形成,并具有

特殊含义。任何一种数学模型都反映了研究对象系统既有资源配置对决策目标实现情况的动态变化规律。从这个意义上说,运筹工作者不能只懂得数学就行,而必须具备多学科综合知识。

(四) 强调研究过程的完整性

运筹学研究的全过程包括从问题的形成开始,到构造模型、提出解决问题的最优方案、进行检验、建立控制,直至付诸实施为止的所有环节,它涉及的不仅是方法论,而且与社会、政治、经济、军事、科学、技术各领域都有密切的关系。这种研究过程涵盖了决策行为的全过程,同时也要求解决问题时考虑因素的全面性。

(五) 强调理论与实践的结合

这在运筹学的创建时期就已经表现出来,不论是武器系统的有效使用问题,还是生产组织问题或电话、电讯问题,都是与当时的社会实践密切联系的,在解决这些实际问题的同时,运筹学逐渐形成了完整的理论体系,发展成为一门独立的科学学科。在以后的各个历史阶段中,它仍然遵循着这个基本方针,因而,在发展理论的同时,也开展了大量的实践活动,从而对社会的进步起到了积极的推动作用。

正是由于运筹学研究对象在客观世界中的普遍性,再加上运筹学研究本身所具有的上述基本特点,决定了运筹学应用的广泛性,它的应用范围遍及工农业生产、经济管理、科学技术、国防事业等各方面,诸如生产布局、交通运输、能源开发、最优设计、经济决策、企业管理、都市建设、公用事业、农业规划、资源分配、军事对策等都是运筹学研究的典型问题。基于运用筹划活动的不同类型,描述各种活动的不同模型逐渐建立,从而发展了各种理论,形成了不同分支。研究优化模型的规划论,研究排队(或服务)模型的排队论(或随机服务系统),及研究对策模型的对策论(或博弈论)是运筹学最早的三个重要分支,人称运筹学早期的三大支柱。随着学科的发展,现在分支更细,名目更多,例如线性规划、整数规划、图与网络、非线性规划、多目标规划、动态规划、随机规划、对策论、排队论、库存论、可靠性理论、决策分析、Markov 决策过程(或 Markov 决策规划)、搜索论、随机模拟、管理信息系统等基础学科分支,计算运筹学、工程技术运筹学、管理运筹学、工业运筹学、农业运筹学、交通运输运筹学、军事运筹学等交叉与应用学科分支都已先后形成。

(六) 强调科学性与艺术性的有机统一

运筹学理论和方法建立在人类认识和人类活动的基础之上,反映了人类分析和处理事物的思辨过程。因此,运筹学既是一门科学,又是一门艺术。作为科学,运筹学必须在科学方法论的指导下,遵循科学研究的基本工作步骤,进行科学探索。作为艺术,运筹学涉及决策者的社会环境、心理作用、主观意愿和工作经验等多方面的因素,而这些因素又大都具有模糊特征与动态性质。为了有效地应用运筹学,英国运筹学学会前会长托姆林森提出以下原则:①合伙原则——运筹学工作者与管理工作者相结合;②催化原则——多学科协作,打破常规;③渗透原则——跨部门、跨行业联合;④独立原则——不受某人或某部门的特殊政策所左右;⑤宽容原则——广开思路,兼容并蓄;⑥平衡原则——平衡矛盾,平衡关系。

第二节 运筹学与管理科学和管理数学的学科区别与联系

一、运筹学与管理科学的学科区别与联系

由于运筹学涉及的主要领域是管理问题,因此,国外称运筹学为管理科学。又由于运筹学主要用数学工具研究解决管理问题,因此,国内曾有人称运筹学为管理数学。从现代观点看,我们认为,运筹学与管理科学和管理数学在学科概念的内涵或外延上是有区别和联系的,它们之间不能完全等同。

一般认为,管理科学是一系列管理学科的总称。因此,它与目前所说的自然科学和社会科学一样,代表的不是某一门管理学科,而是一个庞大的学科体系。管理科学作为一个庞大的学科体系,相对它所属的各个学科来说,不能说有单独的研究对象。而相对自然科学和社会科学来说,它所研究的既不能是自然发展规律,也不能是社会发展规律,而是二者之间交叉的,并具有自身特点的管理规律。这就是为什么我们把管理科学说成是交叉科学或边缘科学的原因。

从目前实际情况看,管理科学学科体系主要包括以下内容:①一般管理学。这类学科的研究对象一般没有具体的管理主体和管理客体,而是从一般原理、一般理论、一般联系的角度对管理活动加以研究,从中找出一些规律性的东西。目前属于这类学科的主要有管理学(或管理原理)、管理哲学、比较管理学、管理史学(如管理史、管理思想史)等。②领域管理学。这类学科的研究对象是空间各个不同领域中的管理活动,它们都有明确的管理主体和管理客体。目前属于这类学科的主要有经济管理学、公共管理学、行政管理学、社会管理学、军事管理学、科技管理学、教育管理学的等。在上述各类管理学中还可以细分,如经济管理学可以分为宏观经济管理学、微观经济管理学。其中宏观经济管理学和微观经济管理学还可再细分为研究某些特定领域、部门或不同性质经济管理规律的学科。③业务管理学。这类学科的研究对象不一定有确定的管理主体和管理客体,但一般要有假设的管理主体或管理客体。它的主要研究内容是管理的一些专门职能、专门业务、专门的方法或艺术。目前,属于这类学科的主要有领导科学、计划管理学、质量管理学、管理会计学、管理方法(技术)学(包括对各种传统方法、现代方法或定性方法、定量方法的专门研究)、管理艺术学等。

就目前的管理科学类专业的课程体系设置看,运筹学是一门非常重要的管理科学分支学科。不管是以运筹学直接命名,还是以其他名称(如管理运筹学;运筹与决策;数据、模型与决策等)命名,但内容是运筹学主要分支的课程,都上升为管理科学课程体系的重要位置或核心位置。如运筹学是管理科学与工程类专业的核心课程,是工商管理类本科和 MBA 的必修课程,在公共管理学科中,清华大学把运筹学类课程作为重要的博士学位方向课程。可以这样说,管理科学与运筹学就学科范畴来说是大范畴与小范畴的关系。从集合角度看,运筹学属于管理科学,是管理科学的一个真子集。

二、运筹学与管理数学的学科区别与联系

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。初等数学包括算术、初等代数、初等几何和三角等。高等数学有数理逻辑、数论、代数学、几何学、拓扑学、函数论、泛函分析、微分方程、概率论、数理统计等分支。数学的理论往往具有抽象的形式,但由于它是在人类社会的实践活动中产生和发展的,因此是现实世界的空间形式和数量关系的深刻反映,能广泛应用于科学和技术等各个部门。马克思曾经说过,“一门科学只有成功地应用数学时,才算达到了完善的地步”。随着科学技术的进步,特别是电子计算机技术的发展,数学已渗透到各个学科之中。数学与其他学科交叉,形成新的交叉学科,如生物数学、经济数学、数学物理、管理数学等等。管理数学是一个很大的范畴。管理数学的内容分布在许多管理类课程中,如管理统计学、管理会计学、运筹学、管理经济学等等。运筹学是多学科研究内容的交叉综合产物。也可以把运筹学中反映数学研究内容的那部分,看成运筹学与数学的交叉分支,称之为运筹数学。运筹数学仅仅是数学在管理领域应用的一部分内容。

美国运筹学会前主席邦特(S. Bonder)认为,运筹学应在三个领域发展:运筹学应用、运筹学科学和运筹数学,并强调发展前两者。从整体讲三者应协调发展。事实上运筹数学到20世纪70年代已形成一系列有力的分支,数学描述相当完善,这是一件好事。正是这一点,使不少运筹学界的前辈认为,有些专家钻进运筹数学的深处,而忘掉了运筹学的原有特色,忽略了多学科横向交叉联系和解决实际问题的研究。近几年来出现一种新的批评,指出有些人只迷恋于数学模型的精巧、复杂化、使用高深的数学工具,而不善于处理所面临大量的新的不易解决的实际问题。现代运筹学工作者面临的是大量新的经济、技术、社会、生态和政治等因素交叉在一起的复杂系统。因此,从20世纪70年代末到80年代初,不少运筹学家提出:要大家注意研究大系统,注意与系统分析相结合。由于面临的问题大多是涉及技术、经济、社会、心理等综合因素的研究,因此在运筹学中除常用的数学方法以外,还引入一些非数学的方法和理论。曾在20世纪50年代写过《运筹学的数学方法》的美国运筹学家萨蒂(T. L. Saaty),在20世纪70年代末提出了层次分析法(AHP),并认为过去过分强调细巧的数学模型,可是它很难解决那些非结构性的复杂问题,因此宁可用看起来是简单粗糙的方法,加上决策者的正确判断恰能解决实际问题。过去把求得的“解”看作精确的、不能变的凝固的东西,而现在要以“易变性”的概念看待所得的“解”,以适应系统的不断变化。解决问题的过程是决策者和分析者发挥其创造性的过程,这就是进入20世纪70年代以来人们愈来愈对人机对话的算法感兴趣的原因之一。20世纪80年代,在一些重要的与运筹学有关的国际会议中,大多数认为决策支持系统(DSS)是使运筹学发展的一个好机会。总之运筹学还在不断发展中,新的思想、观点和方法会不断地出现。因此,运筹学在概念上又不完全等于运筹数学。计算机技术的发展,使得人们对运筹学求解过程中高深数学推理需求淡化,而对构造模型和解的结果分析的需求增加。特别在三足鼎立的情况下,运筹学应用和运筹学科学将有很大的发展空间。这大概就是在目前极少数运筹学书籍中找不见数学模型的原因吧。

第三节 应用运筹学解决问题的基本程序

应用运筹学解决问题时,其基本程序可分为以下六步:

一、分析决策问题

在对决策问题进行定量分析前,先必须认真地进行定性分析。在进行定性分析的过程中,一是要确定决策目标,明确主要应决策什么,选取决策的有效性度量,以及在对方案比较时这些度量的权衡;二是要辨认哪些是决策中的关键因素,当选取这些关键因素时存在哪些资源或环境的限制。分析时往往先提出一个初步的目标,通过对系统中各种因素和相互关系的研究,使这个目标进一步明确化。此外还需要同有关人员进一步讨论,明确有关研究问题的过去与未来,问题的边界、环境以及包含这个问题在内的更大系统的有关情况,以便在问题的描述中明确要不要把整个问题分成若干较小的子问题。在上述分析基础上,可以列出问题的各种基本要素,包括哪些是可控的决策变量,哪些是不可控制的变量,确定限制变量取值的各种工艺技术条件,以及确定优化和对方案改进的目标。

二、建立解决问题的模型

模型是对现实世界的事物、现象、过程和系统的简化描述或其部分属性的模仿,是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达。常见的模型有三种:(1)思维模型。它是研究者对于某种事物的想象或者概念性的描述,譬如公司主管头脑中对于公司未来市场的规划。这虽然不是一种精确、具体、可见的形式,但通常是其他模型的渊源。(2)物理模型。它可以是一个与实物同等尺寸、或者被放大、或者被缩小、或者被简化的几何模型,用以形象地表现和演示被研究的对象;它也可以是一些图表,用以说明事物的流程。(3)数学模型。它是采用数学符号来精确描述实际事物中的变动因素和因素间的相互关系。构造模型是一种创造性劳动,成功的模型往往是科学和艺术的结晶。建模的方法和思路有以下四种:(1)直接分析法。根据研究者对问题内在机理的认识直接构造模型,并利用已知的算法对问题求解与分析。如线性规划模型、动态规划模型、排队模型、存储模型和决策对策模型等等。(2)类比法。模仿类似问题的结构性质建立模型并进行类比分析。如物理系统、化学系统、信息系统和经济系统之间都有某些相通的地方,因而可互相借鉴。(3)统计分析法。尽管机理未明,但可根据历史资料或实验结果运用统计分析方法建模。(4)逻辑推理法。利用知识和经验对事物的变化过程进行逻辑推理来构造模型。其中数学模型是三种常见模型中最抽象、最复杂的模型,它反映的是事物的本质。数学模型的一般形式包括目标的评价准则和约束条件两方面内容。目标的评价准则一般要求达到最佳(最大或最小)、适中、满意等。当模型中没有不确定性因素时,称之为确定性模型;如果不确定性因素是随机因素,则称为随机模型;如果是模糊因素,则称为模糊模型;如果既有随机因素又有模糊因素,则称为模糊随机模型。模型表达了问题中可控的

决策变量、不可控变量、工艺技术条件及目标有效度量之间的相互关系。模型的正确建立是运筹学研究中的关键一步,对模型的研制是一项艺术,它是将实际问题、经验、科学方法三者有机结合的创造性的工作。

建立模型的好处在于:一是使问题的描述高度规范化,掌握其本质规律。如管理中,对人力、设备、材料、资金的利用安排都可以归纳为所谓的资源分配问题,可建立统一的规划模型,对规划模型的研究代替了对一个个具体问题的分析研究。二是建立模型后,可以通过输入各种数据资料,分析各种因素同系统整体目标之间的因果关系,从而确立一套逻辑的分析问题的程序方法。三是建立系统的模型为应用计算机来解决实际问题架设起桥梁。建立模型时,既要尽可能包含系统的各种信息资料,又要抓住本质的因素;应尽可能选择建立数学模型,即用数学语言描述的一类模型。但有时问题中的各种关系难于用数学语言描绘,或问题中包含的随机因素较多时,也可以建立起一个模拟的模型,即将问题的因素、目标及运行时的关系用逻辑框图的形式表示出来。

三、求解模型

用数学方法或计算机工具对模型求解。根据问题的要求,可分别求出最优解、次优解或满意解;依据对解的精度要求及算法上实现的可能性,又可区分为精确解和近似解等。

四、对求解结果的检验

将实际问题的数据资料代入模型,找出的精确或近似的解毕竟只是模型的解。为了检验得到的解是否正确,常采用回溯方法。即将历史数据输入模型并求解,将求出的解与历史实际相比较,以判断模型是否正确。当发现有较大误差时,要将实际问题同模型重新对比,检查实际问题中的重要因素在模型中是否已考虑,检查模型中各公式的表达是否前后一致,当输入发生微小变化时,检验输出变化的相对大小是否合适,当模型中各参数取极值时,检验问题的解,检查模型是否容易求解等等,以便发现问题,进行修正。

五、对解的有效控制分析

任何模型都有一定的适用范围,模型的解是否有效,要首先注意模型是否继续有效,并依据灵敏度分析方法,确定最优解保持时的参数变化范围。一旦外界条件参数变化超出范围时,及时对模型和解进行修正。

六、方案的实施

只有实施方案后,研究成果才能有收获。在这一步,要求明确方案由谁去实施,什么时间去实施,如何实施,要求估计实施过程可能遇到的阻力,并为此制订相应的克服困难的措施。

上述步骤往往需要交叉反复进行。若要较深刻地领会各类模型的建模过程,必须通过对实际问题的研究分析,才能掌握运筹学研究问题的科学方法和艺术。

第四节 运筹学的发展简况

一、中国古代运筹思想的典型表现

(一) 军事管理中运筹思想的典型表现

1. 在《孙子兵法》13篇中的军事运筹思想

朴素的运筹思想在中国古代历史发展中是源远流长的。早在公元前6世纪春秋时期,著名的军事家孙武所著的《孙子兵法》13篇就是军事运筹思想的集中体现。他从战争的实践中总结出战争的规律,指出考察战争与财力、进攻与防御、速决与持久、分散与集中之间的依存、制约关系的重要性,依此筹划我方的力量来夺取战争的胜利。还论述了敌我、主客、众寡、强弱、攻守、进退、奇正、虚实、动静、勇怯诸方面之间的相互关系,以及在一定条件下如何通过筹划来使战争发生全局的变化。

2. 孙臆的对策论思想

公元前4世纪,战国时期的孙臆“斗马术”是我国古代运筹思想的另一著名例子。当时的齐将田忌经常与齐王及公子们赛马。以前,田忌与齐王赛马时,经常输给齐王。孙臆发现田忌的同档次马虽然不如齐王的同档次马,但也相差不多。于是在一次赛马中献策:以下马对齐王上马,以上马对齐王中马,以中马对齐王下马,结果田忌以一负两胜而获胜。现代对策论的基本思想是稳扎稳打,从不利的设想出发,不求能大胜,但保不大败。而孙臆斗马术则强调的是:不强争一局的得失,而务求全盘的胜利,是争取总体最优的范例。在公元前四世纪就能有这样的运筹思想并用于实践是很了不起的科学成就。在孙臆与庞涓斗争的三十六计中,每一计都体现了孙臆巧妙筹划,夺取战争胜利的运筹思想。

3. 沈括处理军事后勤问题中的运输规划思想

北宋时期大科学家、军事家沈括(1031—1095年)关于军事后勤问题的分析计算则是更具有现代意义的运筹思想的范例。他曾研究过军粮供应与用兵进退的数量关系,从行军中各类人员可以背负粮食的基本数据出发,分析计算了后勤人员与作战兵士在不同行军天数中的不同比例关系,同时也分析计算了用各种牲畜运粮与人力运粮之间的利弊,最后得出了“因粮于敌”的重要决策,这就是说,应该从敌国就地征粮,保障前方供应,以便大大减少后勤人员的比例,从而增强前方作战的兵力,这样才能保证远离后方的战争取得胜利。

(二) 经济管理中运筹思想的典型表现

除军事运筹思想的成功运用之外,我国古代农业、运输、工程技术等方面也有大量朴素运筹思想的实例,在各种丰富的史书中都有记载,其中多阶段决策、合理运输、选址问题、资源综合利用、多目标优化、统筹、都市规划等典型运筹问题与思想方法屡见不鲜。

1. 农事安排中的多阶段决策思想

早在公元前6世纪,我国就创造了轮作制、间作制与绿肥制等先进的耕作技术,后来由北魏时期的科学家贾思勰总结为《齐民要术》一书(公元533—544年写成)。该书不仅

记载了我国古代劳动人民在耕作、播种、选种、育种、肥田等方面的经验,是我国古代一部杰出的农业科学著作,而且还记载了我国古代劳动人民在生产斗争中如何根据天时、地利和生产条件合理筹划农事的经验,也是一部体现了丰富运筹思想的宝贵文献。例如在播种时间上,书中按不同作物分为上、中、下三时;不同作物连作时,茬口也安排为上、中、下三等,并指出许多作物之间的先后关系,如种谷“二月上旬为上时,三月上旬为中时,四月上旬为下时”。以“绿豆、小豆(即前茬作物)为上,麻黍、胡麻次之,芜菁、大豆为下。”且谷田不可连作,“必须岁易”。这可以说是现代运筹学中二阶段决策问题的雏形。

2. 物资调运与存储中的运输与选址思想

关于粮食调运与存储,也是我国古代长期以来备受重视的问题。公元前 54 年汉宣帝时,就已对当时首都长安的粮食供应与存储问题作了研究。当时首都的粮食,由关东经水运供应,每年四百万斛,用劳力六万人,很不符合合理运输的原则。经研究后,改为就近调运,由首都附近的弘农、河东、上党、太原等地供应,以便节省一半以上的劳力;并开始设置常平仓,储备粮食。我国远在公元前就考虑了现代运筹学中早期研究的合理运输与选址问题,这是很值得重视的。

除了粮食调运外,还有其他物资的运输,如明代修建宫室时运送巨石,原先用民工拖运旱船,动用了 20000 民工,走了 28 天,耗银 110000 多两;后采用新方案,建造了 16 辆大车,用 1800 头骡子拖运,结果行程缩短为 22 天,用银不足 7000 两,不论从时间或运费来说,都较旧方案大为节省。

我国古代劳动人民在工程技术方面的创造,更不乏富于运筹思想的实例。宋真宗祥符年间(公元 1008—1017 年)宫廷失火,需要重建,当时采用了一个取土、弃土、材料运输,以及施工次序统筹安排的综合方案:先在需要重建的通衢大道上就近取土,取土后通衢变成深沟,于是引入汴水,成为一条人工小河,因此基建材料便可由水路运入工地;宫殿修成后,又将基建废料弃置沟中,重新建成通衢大道。这样的方案取土近、弃土近、运输便,一举三得,节省了巨额费用。

3. 黄河治理中的网络优化思想

宋仁宗庆历年间(公元 1041—1048 年),黄河决口,久塞未堵。治河工人高超认为,堵塞不住的原因是合龙时所用的埽身太长,人力压不到水底,所以河水不能被截断,而埽身反被冲垮。因此建议将埽身分为三节,中间用绳索相连,先下第一节,等压到河底后再下第二节,最后压第三节,这样逐节下压,可以省工省料,事半功倍。但主持治水的官吏墨守成规,坚持用旧法塞埽,非但未能堵住,决口反更厉害。最后还是采用了高超的建议,决口才被堵住。这里,高超不但提出了分阶段作业的新方案,而且还从经济、人力和效果各方面与旧方案进行比较,论证了分阶段作业优于一次作业,是运筹思想的典型范例。

4. 都市规划方面的统筹规划思想

在都市规划方面,我国历代都重视位置选择、地形利用、水陆交通便利,以及宫殿、街道、坊里、市场布局等方面的统筹安排,来进行全面的设计和规划。如西汉(公元前 206—公元 8 年)首都长安的都市规划和修建就是从实际出发,结合地形等全面考虑全城的合理布局的,这从 1956 年秋开始的大规模勘察和发掘的资料中足以看出。集合大小建筑

组群的宫城——未央宫位于城区西南的高地上,可以控制全城。从北面宫门向北有全城的主干道。长安城的主要“九市”都分布在主干道两侧。居民和手工业作坊所在地的西北区地势较低,但比较接近渭水渡口,对外交通便利。城市街道坊里布置方正,这种棋盘式布局,交通管理方便。其实,这里的设计原则是我国古代最常用的,早在《管子》一书中,就提出了“高毋近旱而水用足,下毋近水而沟防省”的城市选址的一些运筹思想。

当然,由于所处时代的生产条件和技术水平的限制,当时研究的深度和广度不能用今天的标准来衡量,特别是在数学应用方面,显然无法与当今相比。但是,这些思想对于我们理解运筹学的内涵与应用具有非常重要的意义。

二、运筹学学科的发展

运筹学作为一门新兴学科是在第二次世界大战期间出现的。当时英美成立了名为“运作研究”(operational Research)小组,通过科学方法的运用,成功地解决了许多非常复杂的战略和战术问题。例如,如何合理运用雷达有效地对付德国空袭;对商船队如何进行编队护航,在船队遭受德国潜艇攻击时使船队损失最少;反潜深水炸弹在各种情况下如何调整其爆炸深度,才能增加对德国潜艇的杀伤力等。第二次世界大战以后,从事这项工作的许多专家转到了经济部门、民用企业、大学或研究所,继续从事决策的数量方法研究,运筹学作为一门学科逐步形成并得以迅速发展。战后的运筹学主要在以下两方面得到了发展,其一为运筹学的方法论,形成了运筹学的许多分支;其二是由于电子计算机尤其是微机迅猛的发展和广泛的应用,使得运筹学的方法论能成功地、及时地解决大量经济管理中的决策问题。计算机硬件软件的发展推进了运筹学的发展、普及和应用,计算机使得运筹学不仅仅为“运作研究”小组那样的专家所掌握、所使用,也成为广大管理工作进行最优决策和有效管理的常用工具之一。

随着运筹学技术的推广应用,各国都先后成立了运筹学研究的专业学术机构。早在1948年,英国成立了运筹学俱乐部,并出版《运筹学》的专门学术刊物。1957年,在英国牛津大学召开了第一届国际运筹学会议。以后每隔三年召开一次。1959年,成立了国际运筹学联合会(1FORS)。我国于1956年成立了第一个运筹学小组,1980年成立了全国运筹学会,这对促进我国运筹学的应用和发展起了积极作用。

20世纪60年代初以来,美国愈来愈多的大专院校相继开设了运筹学课程及与其有关的一系列课程。许多主要大学还纷纷设立了关于运筹学的硕士和博士研究生课程。我国早在50年代中期,著名数学家华罗庚教授就在一些企业和事业单位积极推广和普及优选法、统筹法等运筹学方法,取得了显著成效。20世纪70年代后期,由于大力提倡系统工程在各个领域中的应用,作为系统工程主要基础理论之一的运筹学,也就更加受到重视。当今,我国有关高等院校不仅设置了运筹学专业,培养从事运筹学研究的人才,而且在经济、管理类有关专业普遍开设了运筹学的必修课程。特别是,人们对运筹学在公共管理学科体系中的重要作用认识也日渐突显。