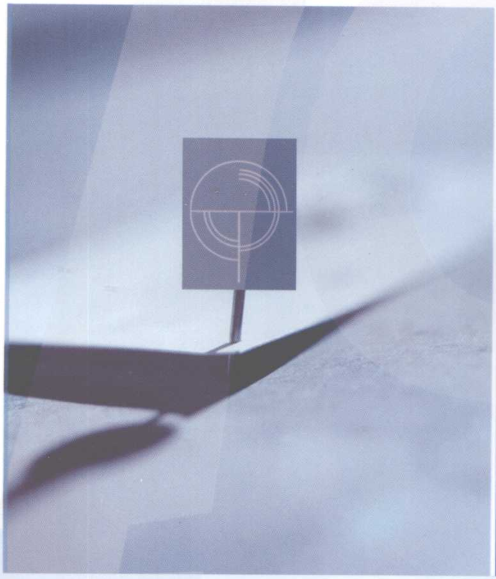
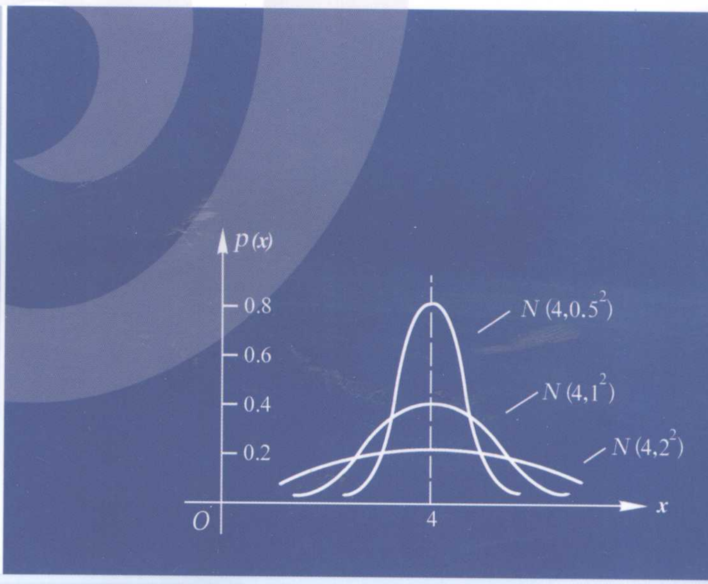
高职高专“十一五”规划教材

Shiyong Yingyong Shuxue

实用——应用数学

主 编 罗星海 刘 艳 副主编 黄本利





华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

高职高专"十一五"规划教材

实用——应用数学

主　编　罗星海　刘　艳
副主编　黄本利

华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 提 要

本书顺应高等职业教育改革形势，贯彻“以服务为宗旨，以就业为导向”的办学方针，结合高职学生的特点和“2+1”高职教学新模式和模块化教学要求，以适用、够用为度，适用于高等学院少课时教学要求。

本书内容为3大部分：第1部分为概率论与数理统计，包括随机事件的概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、简单随机样本、假设检验与区间估计、回归分析和方差分析等六章；第2部分为线性代数，包括行列式、矩阵、线性方程组等三章；第3部分为线性规划，包括线性规划问题和单纯形解法等两章。每章附有总复习题和习题答案与提示。

本书以实用为主，模块清晰、叙述详细、通俗浅显、例题较多、便于自学，适用于高职类各专业的数学教学和参考。

图书在版编目(CIP)数据

实用——应用数学/罗星海　刘　艳　主编. —武汉：华中科技大学出版社，2008年2月
ISBN 978-7-5609-4392-3

Ⅰ.实…　Ⅱ.罗…　Ⅲ.应用数学　Ⅳ.O29

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第013171号

实用——应用数学　　罗星海　刘　艳　主编

策划编辑：徐正达
责任编辑：余　涛　　封面设计：刘　卉
责任校对：张　梁　　责任监印：周治超

出版发行：华中科技大学出版社（中国·武汉）
武昌喻家山　邮编：430074　电话：(027)87557437

录　排：武汉佳年华科技有限公司
印　刷：华中科技大学印刷厂

开本：710mm×1000mm　1/16　　印张：13.5　　字数：260 000
版次：2008年2月第1版　　印次：2008年2月第1次印刷　　定价：20.80元
ISBN 978-7-5609-4392-3/O·433

前　言

目前，“以服务为宗旨，以就业为导向”已成为高等职业学院的办学指导思想，“以人为本、因材施教、按需择教”是高等职业学院教学的主导方向，各高等职业学院在进行学制改革试点和分层教学探索，在教学课时减少的情况下，加快了编写适合各校专业特色的高职教材．在这种现实背景下，2005 年，为了适应当前数学课时减少的情况，我们组织湖北交通职业技术学院数学教研室具有中高级职称教师编写了《实用微积分》，这本书使用效果良好．2007 年，我们将《概率论与数理统计》、《线性代数》、《线性规划》三门课程根据我院各专业需要进行整合，删繁就简，编写了《实用应用数学》作为“2＋1”新学制下的我院适用高等数学教材，以满足工程、管理和文科类各专业的需要．

本书考虑到高等职业学院各专业数学教学的特点，以服务专业应用为主，力争做到够用适用、浅显易懂、深入浅出．本书在讲述上侧重基本概念、基本计算、基本应用，引进概念追求自然，讲述概念力求清楚，解释概念加强举例．本书配有较多的例题，旨在通过例题讲述解题的基本方法和技巧，培养学生应用数学解决实际问题的能力，增加专业应用特色，弱化理论推导，强化知识应用，并适当兼顾数学知识体系，适应专业模块化教学要求．

本书考虑到工科、管理、文科专业特点和课时减少的情况，编写了三个教学模块，以供不同专业学生选用．每章增加了总复习题，希望这些总复习题在检查学生学习效果、复习所学内容方面能发挥作用．

参与本书编写的教师有：罗星海（第 2 部分第 8、9 章）、刘艳（第 1 部分第 1、3 章）、黄本利（第 3 部分第 10、11 章）、文青（第 1 部分第 5、6 章）、熊莉（第 1 部分第 2、4 章）、唐艳（第 2 部分第 7 章）、燕桥鸣（第 2 部分第 9 章），潘经文、詹亮老师参加了审稿工作．大家利用休息时间，认真编写，相互审稿，共同研讨，团结协作完成了该书的编写工作．

本书在编写过程中，编写教师充分听取了专业教师的意见，得到了学院领导、教务处和各系领导的有力支持和帮助，特别是王进思副院长从我院主干专业角度提出了宝贵意见．对此，我们表示衷心的感谢．

限于编者的水平和经验，书中的缺点或错误在所难免，诚恳地希望读者批评指正．

编　者

于湖北交通职业技术学院

2007 年 10 月

目　　录

第1部分　概率论与数理统计

第 2 部分 线 性 代 数

第 3 部分 线 性 规 划

第 1 部分

概率论与数理统计

第 1 章　随机事件的概率

概率论是数学的一个分支，它研究的对象是随机现象的数量规律. 概率论的应用几乎遍及所有的科学领域，如天气预报、地震预报、产品的抽样调查等，在通信工程中，概率论可用以提高信号的抗干扰性、分辨率等.

1.1　排列与组合

1.1.1　两个基本原理

1. 加法原理

完成一件事情可以有 n 类办法，在第一类办法中有 m_1 种不同的方法，在第二类办法中有 m_2 种不同的方法……在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+m_3+\cdots+m_n$ 种不同的方法.

2. 乘法原理

完成一件事情需要分成 n 个步骤，做第一步有 m_1 种不同的方法，做第二步有 m_2 种不同的方法……做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事有 $N=m_1\times m_2\times m_3\times\cdots\times m_n$ 种不同的方法.

这两个原理贯穿排列、组合学习过程的始终.

1.1.2　排列与组合

1. 排列

从 n 个不同元素中，任意取 m $(0<m\leqslant n)$个不同的元素，按照一定的顺序排成一列，称为从 n 个不同元素中取出 m 个不同的元素的一个排列. 对于所有不同排列的种数，通常用符号 A_n^m 表示.

排列数的计算公式为

$$\mathrm{A}_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1),$$

或

$$\mathrm{A}_n^m=\frac{n!}{(n-m)!}.$$

当 $m=n$ 时，所有排列的种数为 $n!$，表示正整数 1 到 n 的连乘积，称为 n 的阶乘. 规定 $0!=1$.

例 1　(1) 从 2,3,5,7,11 这 5 个数字中，任取 2 个数字组成分数，不同值的分数

共有多少个？

(2) 5 人站成一排照相，共有多少种不同的站法？

(3) 某年全国足球甲级（A 组）联赛共有 14 支球队参加，每支球队都要与其余各队在主客场分别比赛 1 次，共要进行多少场比赛？

解 (1) $A_5^2=5\times4=20$.

(2) $A_5^5=5\times4\times3\times2\times1=120$.

(3) $A_{14}^2=14\times13=182$.

上面讨论的从 n 个不同元素中所取的 m 个元素是不相同的，即没有元素重复出现. 但有时需要考虑允许元素重复出现的情况，例如电话号码就允许数字重复.

一般地，从 n 个不同元素中任取可以重复的 m 个元素的排列的种数 N 的计算公式为

$$N=n^m.$$

例 2 以 8,7,5,6 为首的 8 位数电话号码，最多有几个？

解 符合题意的电话号码的形式为"8756××××". 它们的后 4 个数字由 0,1,2,…,9 这 10 个数字组成，即 $n=10$；而每个数字最多可重复四次，即 $m=4$，所以符合题意的电话号码的个数是 $N=10^4=10000$.

2. 组合

一般地，从 n 个不同元素中取 m $(0<m\leqslant n)$ 个元素并成一组，称为从 n 个不同元素中取 m 个元素的一个组合，用符号 C_n^m 表示. .

组合数的计算公式为 $$C_n^m=\frac{A_n^m}{A_m^m}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!},$$

或 $$C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

组合数的性质 1 $C_n^m=C_n^{n-m}$，规定 $C_n^0=1$.

组合数的性质 2 $C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$.

例 3 6 本不同的书分给甲、乙、丙 3 名同学，每人各得 2 本，有多少种不同的分法？

解 $$C_6^2C_4^2C_2^2=90.$$

例 4 从 5 名男生和 4 名女生中选出 4 名学生参加一次会议，要求至少有 2 名男生和 1 名女生参加，有多少种选法？

解 问题可以分成两类：

第一类 2 名男生和 2 名女生参加，有 $C_5^2C_4^2=60$ 种选法；

第二类 3 名男生和 1 名女生参加，有 $C_5^3C_4^1=40$ 种选法.

依据加法原理，共有 100 种选法.

习　题　1.1

1. 一部纪录影片在 4 个单位轮映，每个单位放映 1 场，有多少种轮映次序？

2. 由 0,1,3,5,7,9 等 6 个数字可以组成多少个没有重复数字的三位数？可以组成多少个可以重复数字的三位数？

3. 有 3 张参观券，要在 5 人中选 3 人去参观，有多少种不同的选法？

4. 一个口袋内装有大小不同的 7 个白球和 1 个黑球，

(1) 从口袋内取出 3 个球，共有多少种取法？

(2) 从口袋内取出 3 个球，使其中含有 1 个黑球，有多少种取法？

(3) 从口袋内取出 3 个球，使其中不含黑球，有多少种取法？

1.2　随机事件

1.2.1　随机现象

在自然界中所观察到的现象有两类：确定性现象和随机现象.

1. 确定性现象

在一定条件下必然会发生或必然不会发生的现象称为**确定性现象**，例如，“水从高处流向低处”，“同性电荷必然互斥”，“太阳不会从西边升起”等. 确定性现象的特征是条件完全决定结果.

2. 随机现象

在一定条件下可能出现也可能不出现的现象称为**随机现象**，例如，“在相同条件下掷一枚硬币，其结果有可能正面向上也可能反面向上”，“出生的婴儿可能是男，也可能是女”，“明天的天气可能是晴，也可能是多云或雨”等. 随机现象的特征是条件不能完全决定结果.

1.2.2　随机试验

在概率论中，把具有以下三个特征的试验称为**随机试验**.

(1) 可以在相同的条件下重复进行；

(2) 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果；

(3) 在一次试验之前不能肯定这次试验出现哪一个结果.

随机试验也简称为**试验**，今后讨论的试验都是指**随机试验**.

1.2.3　随机事件

在随机试验中，把一次试验中可能发生也可能不发生的事情称为**随机事件**(简称事

件).事件常用大写英文字母表示.事实上随机试验中的每个可能出现的结果(基本事件)都是随机事件,例如,在掷硬币的试验中,基本事件是"正面向上"和"反面向上"两个.但随机事件也可以是由多个基本事件组合而成的,这种随机事件称为**复合事件**,例如,在掷骰子的试验中,"出现偶数点"这一事件是由"出现 2 点"、"出现 4 点"、"出现 6 点"三个基本事件组成,是个复合事件.

在每次试验中必然发生的事件称为必然事件,记作 Ω.必然不发生的事件称为不可能事件,记作 $\varnothing$.例如,在掷骰子的试验中,"点数不大于 6"是必然事件,"点数大于 6"是不可能事件.必然事件和不可能事件都不是随机事件,为了讨论方便,这里把它们看做特殊的随机事件.

1.2.4 事件的关系及运算

在实际问题中,我们讨论的往往不只是一个事件,而是同时研究几个事件及它们之间的联系.下面引进事件之间的几种主要关系以及作用在事件上的运算.

1. 包含关系

若事件 A 发生,一定导致事件 B 发生,那么,称事件 B 包含事件 A,记作 $A\subset B$(或 $B\supset A$).

包含关系具有以下性质:

(1) $A\subset A$;

(2) 若 $A\subset B$,$B\subset C$,则 $A\subset C$;

(3) $\varnothing\subset A\subset\Omega$.

2. 相等关系

若两事件 A 与 B 相互包含,即 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,那么,称事件 A 与 B 相等,记作 $A=B$.

3. 和

事件 A 与 B 至少有一个发生,称为 A 与 B 的和,记作 $A+B$;

推广:事件 $A_1+A_2+\cdots+A_n$,称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 之和,表示 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 至少有一个事件发生.

4. 积

事件 A 与事件 B 同时发生,称为 A 与 B 的积,记作 AB.

推广:$A_1A_2\cdots A_n$ 称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 之积,表示 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生.

5. 互不相容关系

若事件 A 和 B 不能同时发生,即 $AB=\varnothing$,称事件 A 与 B 互不相容(或互斥);若 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中任意两个事件不能同时发生,则称这 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 互不相容.

6. 对立事件

若两事件 A 和 B 满足:$A+B=\Omega, AB=\varnothing$,则称 A 与 B 互为对立事件,记作 $B=\overline{A}$.

显然,A 的对立事件,表示 A 不发生,记为 $\overline{A}$.

对立事件具有以下性质:$\overline{\Omega}=\varnothing, \overline{\varnothing}=\Omega, \overline{\overline{A}}=A$.

7. 差事件

若事件 A 发生且事件 B 不发生,则称这个事件为事件 A 与 B 的差事件,记作 $A-B$(或 $A\overline{B}$).

事件之间的关系和运算具有下列性质:对任意事件 A、B、C 有

(1) **交换律** $A+B=B+A$, $AB=BA$.

(2) **结合律** $A+(B+C)=(A+B)+C$, $A(BC)=(AB)C$.

(3) **分配律** $A+(BC)=(A+B)(A+C)$, $A(B+C)=AB+AC$.

(4) **德·摩根(De Morgan)法则** $\overline{A+B}=\overline{A}\,\overline{B}$, $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$.

例 1 从一批产品中每次取出一个产品进行检验(每次取出的产品不放回),事件 A_i 表示第 i 次取到合格品.试用事件的运算表示下列事件.

(1) 三次都取到了合格品; (2) 三次中至少有一次取到合格品;

(3) 三次中恰有两次取到合格品; (4) 三次中最多有一次取到合格品.

解 (1) $A_1A_2A_3$.

(2) $A_1+A_2+A_3$.

(3) $\overline{A}_1A_2A_3+A_1\overline{A}_2A_3+A_1A_2\overline{A}_3$.

(4) $\overline{A}_1\overline{A}_2A_3+A_1\overline{A}_2\overline{A}_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$.

1.2.5 样本空间

基本事件的全体,称为**样本空间**.也就是试验所有可能结果的全体是样本空间,样本空间通常用大写的希腊字母 Ω 表示,Ω 中的点即是基本事件,也称为**样本点**,常用 ω 表示,有时也用 A,B,C 等表示.事件的关系及运算与集合的关系及运算完全是一样的.

习 题 1.2

1. 指出下列事件中哪些是必然事件,哪些是不可能事件,哪些是随机事件.

(1) 如果 a,b 都是实数, 那么 $a+b=b+a$;

(2) 从分别标有号数 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 的 10 张号签中任取一张,得到 4 号签;

(3) 没有水分, 种子发芽;

(4) 某电话总机在一分钟内接到至少 12 次呼叫.

2. 判断下列每对事件是不是互不相容事件,如果是,再判断它们是不是对立事件.

从一堆产品(其中正品与次品都多于 2 个)中任取 2 件,其中:

(1) 恰有 1 件次品和恰有 2 件次品;

(2) 至少有 1 件次品和全是次品;

(3) 至少有 1 件正品和至少有 1 件次品;

(4) 至少有 1 件次品和全是正品.

3. 设 $S=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$,$A=\left\{x\left|\frac{1}{2}<x\leqslant 1\right.\right\}$,$B=\left\{x\left|\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}\right.\right\}$,具体写出下列事件.

(1) $\overline{A}B$;　(2) $\overline{A}\cup B$;　(3) $\overline{\overline{A}\,\overline{B}}$;　(4) $\overline{AB}$.

4. 随机抽取 3 件产品,设:

A 表示"3 件中至少有 1 件是废品";

B 表示"3 件中至少有 2 件是废品";

C 表示"3 件都是正品".

问 $\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$、$A+B$、AC 各表示什么事件?

5. 设 A,B,C 是三个随机事件,试用 A,B,C 表示下列事件:

(1) A 发生,B,C 不发生;　(2) B,C 发生,A 不发生;

(3) A,B,C 都发生;　(4) A,B,C 都不发生;

(5) A,B,C 至少有一个发生;　(6) A,B,C 恰有一个发生;

(7) A,B,C 恰有两个发生;　(8) A,B,C 至多有一个发生.

1.3 事件的概率

对于随机试验中的随机事件,在一次试验中是否发生,虽然不能预先知道,但是它们在一次试验中发生的可能性是有大小之分的. 例如,掷一枚硬币,那么随机事件 A(正面朝上)和随机事件 B(正面朝下)发生的可能性是一样的(都为 1/2). 又如袋中有 8 个白球,2 个黑球,从中任取一球,当然取到白球的可能性要大于取到黑球的可能性. 一般地,对于任何一个随机事件发生的可能性都可以找到一个数值与之对应,该数值可作为事件发生可能性大小的度量.

1.3.1 频率与概率

1. 概率的统计定义

定义 1　设随机事件 A 在 n 次重复试验中发生了 n_A 次,则比值 n_A/n 称为随机事件 A 发生的频率,记作 $f_n(A)$,即 $f_n(A)=\frac{n_A}{n}$.

定义 2 在进行大量重复试验中，随机事件 A 发生的频率 $f_n(A)$ 在一个确定的常数 p $(0<p<1)$ 附近摆动，且具有稳定性. 这个常数 p 就是事件 A 发生的可能性大小的度量，称为 A 发生的**概率**，记为 $P(A)$.

1.3.2 古典概率的定义

具有下列两个特征的随机试验的数学模型称为**古典概型**.

(1) 所有可能的试验结果(即基本事件)只有有限个，

(2) 每个基本事件发生是可能的.

在古典概型中，规定事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{A\text{ 中所包含的基本事件个数}}{\text{总的基本事件个数}}=\frac{n_A}{n},$$

这就是古典概率的定义.

由古典概率的定义，容易得到概率的几条基本性质：

(1) 对于任意一个事件 A，有 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$；

(2) 对于必然事件 Ω，有 $P(\Omega)=1$；

(3) 对于不可能事件 $\varnothing$，有 $P(\varnothing)=0$.

例 1 从 5 名男学生和 4 名女学生中选出 3 名代表，试计算：

(1) 3 名全是女生的概率；

(2) 恰有 1 名女生的概率；

(3) 至少有 1 名女生的概率.

解 设 A 表示"3 名全是女生"，B 表示"恰有 1 名女生"，C 表示"至少有 1 名是女生".

从 9 名学生中选出 3 名代表，共有 $C_9^3=84$ 个基本事件.

(1) 3 名全是女生共有 $C_4^3=4$ 个基本事件，所以

$$P(A)=\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{4}{84}=\frac{1}{21}.$$

(2) 恰有 1 名女生有 $C_4^1C_5^2=40$ 个基本事件，所以

$$P(B)=\frac{C_4^1C_5^2}{C_9^3}=\frac{40}{84}=\frac{10}{21}.$$

(3) 至少有 1 名女生包括三种情况：恰有 1 名女生，含有 $C_4^1C_5^2=40$ 个基本事件；恰有 2 名女生，含有 $C_4^2C_5^1=30$ 个基本事件；恰有 3 名女生，含有 $C_4^3=4$ 个基本事件，所以

$$P(C)=\frac{C_4^1C_5^2+C_4^2C_5^1+C_4^3}{C_9^3}=\frac{40+30+4}{84}=\frac{37}{42}.$$

例 2 先后抛掷 2 次骰子，求朝上的点数之和是 5 的倍数的概率.

解 设 A 表示"朝上的点数之和是 5 的倍数"，掷一次骰子，朝上的点数共有 6

个基本事件，先后抛掷 2 次骰子，共有 $6\times6=36$ 个基本事件，而朝上的点数之和是 5 的倍数有：(1,4)，(4,1)，(2,3)，(3,2)，(4,6)，(6,4)，(5,5)共 7 个基本事件，所以

$$P(A)=\frac{7}{36}.$$

例 3 某种福利彩票的中奖号码由 3 位数字组成，每一位数字都可以是 0～9 中的任何一个数字，求中奖号码的 3 位数字全不相同的概率.

解 设事件 $A=\{$中奖号码的 3 位数字全不相同$\}$，每一位数有 10 种选法，3 位数共有 10^3 种选法，基本事件总数为 10^3 个. 3 位数字各不相同有 A_{10}^3 种选法，所以

$$P(A)=\frac{\mathrm{A}_{10}^3}{10^3}=\frac{10\times9\times8}{10^3}=\frac{18}{25}.$$

习　题　1.3

1. 某年级有 6 名同学都是 9 月出生的，求这 6 人中没有任何 2 人在同一天过生日的概率.

2. 在 11 张卡片上分别写上 Probability 这 11 个字母，从中任取 7 张，求其排列结果为 ability 的概率.

3. 把 10 本不同的书任意在书架上放成一排，求其中指定的 3 本书恰好放在一起的概率.

4. 为了减少比赛场次，把 20 个球队任意分成两组(每组 10 队)进行比赛，求最强的两个队被分在不同两组的概率.

5. 掷两枚骰子，已知两枚骰子的点数之和是 7，求其中一枚为 1 点的概率.

6. 在桥牌比赛中，把 52 张牌任意分给东、南、西、北四家(每家 13 张)，求北家的 13 张牌中：

(1) 恰有 5 张黑桃、4 张红桃、3 张方块、1 张梅花的概率；

(2) 恰有大牌 A、K、Q、J 各一张，其余为小牌的概率.

1.4　概率的加法公式与乘法公式

1.4.1　互不相容事件的加法公式

例 1 掷一枚骰子：$A=\{$出现 2 点$\}$，$B=\{$出现奇数点$\}$，求 $P(A)$，$P(B)$，$P(A+B)$.

解 显然 A,B 是互不相容的.

$$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}\quad A=\{2\},\quad B=\{1,3,5\},\quad A+B=\{1,2,3,5\},$$

所以

$$P(A)=\frac{1}{6},\quad P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2},\quad P(A+B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}.$$