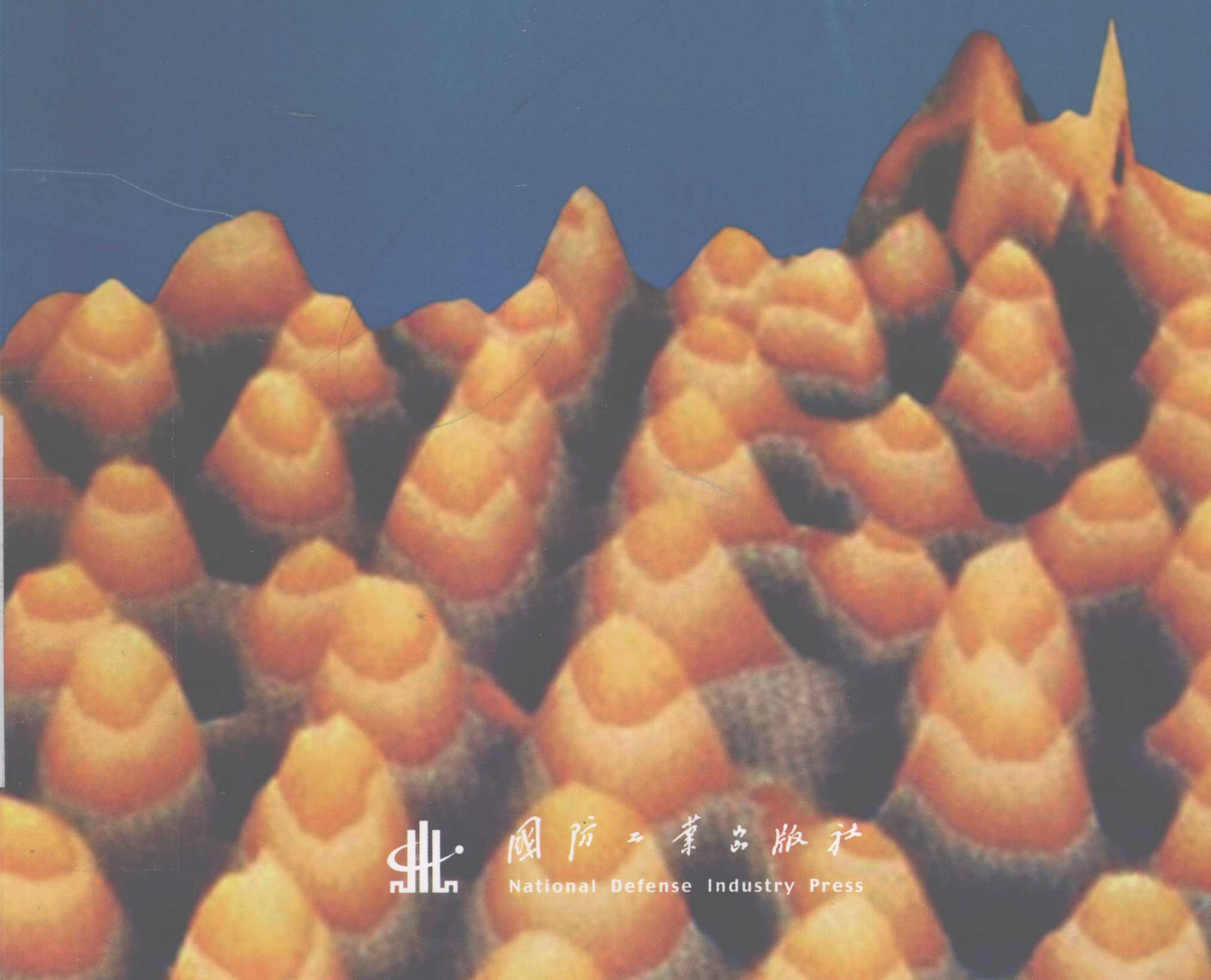
普通高等院校基础课规划教材

大学物理
学习指导与习题解答

芶秉聪　胡海云　主编



国防工业出版社
National Defense Industry Press

普通高等院校基础课规划教材

大学物理
学习指导与习题解答

芶秉聪　胡海云　主编

国防工業出版社
·北京·

内容简介

本书是与芶秉聪、胡海云主编的《大学物理》(国防工业出版社)配套的学习指导用书，并根据《大学物理》(上、下册)13章的篇章结构，给出各章的内容提要和习题解答。内容提要重点突出，习题丰富典型，解答简明扼要。本书既是学习大学物理课程的重要辅导资料，也可作为自学大学物理和考研复习的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导与习题解答/芶秉聪，胡海云主编．
北京：国防工业出版社，2008.2
普通高等院校基础课规划教材
ISBN 978-7-118-05448-4

Ⅰ．大… Ⅱ．①芶…②胡… Ⅲ．物理学一高等学校一教学参考资料 Ⅳ．04

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第175512号

※

国防工业出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码 100044)
天利华印刷装订有限公司印刷
新华书店经售
*
开本 787×1092 1/16 印张 12¾ 字数 292千字
2008年2月第1版第1次印刷 印数 1—4000册 定价 25.00元

国防书店：(010)68428422 发行邮购：(010)68414474
发行传真：(010)68411535 发行业务：(010)68472764

前　言

大学物理是理工科大学生的一门必修基础课。学好大学物理，学生除了课上认真听讲外，在课下还要做好复习并做一定数量的习题。让学生掌握好物理学的基本概念、基本知识和基本原理，并能应用它去解决具体问题，这对培养学生分析问题与解决问题的能力，加强理论联系实际方面的训练，是十分重要的。

本书是配合芶秉聪、胡海云主编的《大学物理》一书而编写的，并按《大学物理》(上、下册)13 章的结构对应安排。每一章分为“内容提要”与“习题解答”两部分内容。“内容提要”归纳了本章的基本概念、基本知识与原理；“习题解答”则对教材中所有习题一一做了详细解答。各章均由原教材相关作者亲自撰写，以便更准确地体现出本章的教学意图与教学要求，便于学生正确理解和掌握教材内容。

学生应该在认真阅读并掌握每章内容提要基础上来做习题，做习题不在“多”，而应注重“精”，注意正确运用概念和公式，把握解题的思路与方法，做到举一反三，触类旁通。在解题过程中，我们力求物理图像清晰，解法简洁，注重方法介绍，有的习题还给出多种解法，以引导学生深入理解和灵活运用物理学基本原理和科学思想方法。

本书由芶秉聪教授和胡海云教授主编，参加编写工作的有：刘兆龙(第 1 章)，宋克辉(第 2 章)，缪劲松(第 3、4 章)，胡海云(第 5 章)，郑少波(第 6 章)，吴晓丽(第 7、8 章)，王菲(第 9、10 章)，冯艳全(第 11、13 章)，芶秉聪(第 12 章)。在此，感谢国防工业出版社对本书的积极支持。书中难免出现错误和不妥之处，真诚地希望读者批评指正。

编　者

2007 年 10 月

目　　录

第1章 质点力学

1.1 内容提要

1. 运动学

(1) 参考系。描述某个物体运动时用来参考的其它物体以及校准的钟。

(2) 运动函数。描述质点位置随时间变化的函数 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$

位矢是用来描述质点位置的矢量 $\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$

位移 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$

位移矢量表示物体在 Δt 时间间隔内位置的变化情况。位移矢量的大小以 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 表示,一般情况下 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r$

(3) 速度与加速度:

速度 $$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$$

速率 $$v=|\boldsymbol{v}|=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

速率表示速度的大小,在笛卡儿(直角)坐标系中速率 $v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$

加速度 $$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$$

在笛卡儿(直角)坐标系中加速度的大小 $a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

(4) 匀加速运动。加速度 $\boldsymbol{a}$ 为常矢量,初始条件$\boldsymbol{v}_0$、$\boldsymbol{r}_0$,则

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t$$

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

当质点做匀加速直线运动时,取运动轨道为 x 轴,设初始时 $x_0=0$、$v=v_0$,则

$$v=v_0+at$$

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

(5) 圆周运动:

角速度 $$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

角加速度 $$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

加速度 $$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\mathrm{n}+\boldsymbol{a}_\mathrm{t}$$

法向加速度 $$a_\mathrm{n}=\frac{v^2}{R}=R\omega^2\text{(方向指向圆心)}$$

切向加速度　　　$a_t=\frac{dv}{dt}=R\beta$(方向沿圆周的切线方向)

加速度大小　　　$a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}$

(6) 伽利略速度变换　　　$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}_0$

2. 动力学

(1) 牛顿运动定律。

牛顿第一定律:任何物体,如果没有力作用在它上面,都将保持静止或匀速直线运动状态不变。这个定律也称为惯性定律。

牛顿第二定律　　　$\boldsymbol{F}=\frac{d\boldsymbol{p}}{dt},\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$

质量一定时　　　$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$

牛顿第三定律:物体间的作用力是成对出现的。如果物体 A 对物体 B 有作用力 $\boldsymbol{F}_{AB}$,那么物体 B 对物体 A 也会有作用力 $\boldsymbol{F}_{BA}$,且

$$\boldsymbol{F}_{AB}=-\boldsymbol{F}_{BA}$$

牛顿定律只适用于惯性系。

(2) 惯性力。在非惯性系 S' 中引入假想的力 $\boldsymbol{F}^*$,就可以将牛顿第二定律处理问题的方法移植到非惯性系中。这个假想的力 $\boldsymbol{F}^*$ 称为惯性力,它的大小等于物体的质量与非惯性系 S' 相对于惯性系的加速度大小 a_0 的乘积,方向与 $\boldsymbol{a}_0$ 的方向相反。

加速平动参考系中的惯性力　　　$\boldsymbol{F}^*=-m\boldsymbol{a}_0$

转动参考系中的惯性离心力　　　$\boldsymbol{F}^*=m\omega^2\boldsymbol{r}$

(3) 质心:

质心的位矢　　　$\boldsymbol{r}_c=\frac{\sum_{i=1}^{N}m_i\boldsymbol{r}_i}{\sum_{i=1}^{N}m_i},\boldsymbol{r}_c=\frac{\int\boldsymbol{r}dm}{\int dm}=\frac{\int\boldsymbol{r}dm}{m}$

质点系的动量　　　$\boldsymbol{p}=\left(\sum_{i=1}^{N}m_i\right)\boldsymbol{v}_c$

质心运动定理　　　$\boldsymbol{F}_{外}=\left(\sum_{i=1}^{N}m_i\right)\boldsymbol{a}_c$

质心运动定理表明:质点系质心加速度的方向与质点系所受合外力的方向相同,其大小与质点系所受合外力的大小成正比;与质点系的质量成反比。

(4) 动量定理。质点的动量定理:在一段时间内,质点动量的增量等于它所受合外力的冲量。即

$$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}(t)dt=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1$$

质点系的动量定理也可用上式表示:在一段时间内,质点系总动量的增量等于系统所受合外力的冲量。

上式中的 $\boldsymbol{F}$ 表示质点或质点系所受合外力　　　$\boldsymbol{F}=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{F}_i$

$\boldsymbol{p}$ 表示质点系总动量

$$\boldsymbol{p}=\sum_{i=1}^{N}(m_i\boldsymbol{v}_i)=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{p}_i$$

动量定理只适用于惯性系。

(5) 动量守恒。质点系所受合外力为零时，质点系的动量守恒。

(6) 功：

元功的定义 $\mathrm{d}W=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$

有限位移的功 $W=\int_{a(L)}^{b}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$

(7) 动能定理：

质点的动能定理：质点从 a 点运动到 b 点过程中，合外力的功等于质点动能的增量，即

$$W=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$$

质点系的动能定理：质点系外力的功与内力的功之和，等于质点系动能的增量，即

$$W_{内}+W_{外}=E_{kb}-E_{ka}$$

式中，E_k 为系统的总动能 $E_k=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}m_iv_i^2$

(8) 保守力与势能：

保守力 $\oint_L\boldsymbol{f}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=0$

重力势能 $E_\mathrm{p}=mgh$

万有引力势能 $E_\mathrm{p}=-\frac{Gm_1m_2}{r}$

弹簧的弹性势能 $E_\mathrm{p}=\frac{1}{2}kx^2$

保守力与势能函数 $\boldsymbol{f}=-\nabla E_\mathrm{p}$

(9) 机械能守恒。质点系在运动过程中只有保守内力做功，则系统的机械能守恒。

(10) 角动量。质点相对于某个固定点的角动量矢量定义为

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$$

它等于质点相对于该固定点的位矢 $\boldsymbol{r}$ 与质点的动量 $\boldsymbol{p}$ 的叉乘，即 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{p}$ 的矢量积。

角动量 L 的大小为

$$L=rp\sin\varphi$$

角动量的方向垂直于位矢与动量这两个矢量所确定的平面。

(11) 角动量定理。质点所受到的合外力矩等于质点角动量对时间的变化率。

$$\boldsymbol{M}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

在角动量定理中，力矩和角动量必须相对于惯性系中同一个定点。

质点系的角动量定理也可用上式表示，只是式中的 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{L}$ 物理意义有所不同，$\boldsymbol{M}$ 表示质点系所受的对某一点的合外力矩，即

$$\boldsymbol{M} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{M}_i$$

$\boldsymbol{L}$ 表示质点系对同一点的角动量，即

$$\boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{L}_i$$

（12）角动量守恒。当质点系受到的对某一定点的合外力矩为零时，该质点系对这一定点的角动量守恒。

1.2 习题解答

1-1 一球沿斜面向上滚动，t 秒后与出发点的距离为 $s=3t-t^2$（m）。求球的初速率是多大？何时开始向下滚动？

解 球做一维运动，将 $s=3t-t^2$ 对时间求导，得到其速率为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=3-2t$$

因此 $t=0$ 时，$v_0=3\mathrm{m/s}$。

当球的速率为零时，它开始向下滚动。将 $v=0$ 代入速率的表达式，得

$$t=1.5\mathrm{s}$$

即在 1.5s 时，球开始向下滚动。

1-2 如图 1-1 所示，在堤岸顶上用绳子拉小船。设岸顶离水面的高度为 20m，收绳子的速率为 3m/s，且保持不变，当船与岸顶的距离为 40m 时开始计时。求 5s 后小船的速度与加速度。

解 （1）设船的速率为 v，岸顶离水面的高度为 h，由船到岸顶的绳长为 s，如图 1-1 所示。由几何关系知

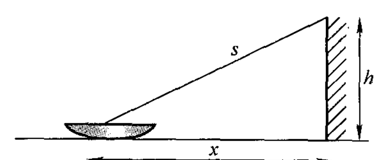


图 1-1 习题 1-2 图

$$s^2=x^2+h^2$$

将上式对时间求导，得

$$2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

则

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{s}{x}\ \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{s}{\sqrt{s^2-h^2}}\ \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{3s}{\sqrt{s^2-h^2}}$$

$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$为收绳的速度，其大小恒定为 3m/s；由题意初始时刻，$s_0=40\mathrm{m}$。在 t 时刻的 s 值为

$$s=s_0+\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}t=40-3t$$

5s 后，即 $t=5\mathrm{s}$ 时，

$$s=40-3\times5=25(\mathrm{m})$$

船距岸的距离为

$$x=\sqrt{s^2-h^2}=15\mathrm{m}$$

船速度的大小为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{s}{x}\ \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{25}{15}\times 3=5(\mathrm{m/s})$$

方向水平向右。

(2) 船的运动是一维的，以水平向右为 x 轴的正方向，则速度为

$$\boldsymbol{v}=-\frac{3s}{\sqrt{s^2-h^2}}\boldsymbol{i}$$

将速度对时间求导得到船的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\ \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}$$

其中

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=-3,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}=-3h^2(s^2-h^2)^{-\frac{3}{2}}$$

代入加速度的表达式中，求得

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\ \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}=9h^2(s^2-h^2)^{-\frac{3}{2}}\boldsymbol{i}=1.1\boldsymbol{i}(\mathrm{m/s^2})$$

1-3 棒球比赛中，球以 35m/s 的速率离开球棒，若不被接住，将落在 72m 远处。一名队员在离球出发点 98m 处，他用 0.5s 判断了一下球的飞行方向，之后朝向球跑去。根据计算判断，该队员能否在球落地前接住这个球。

解 设抛射角为 θ，射程为

$$X=\frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$$

将已知条件代入，得

$$\sin 2\theta=\frac{gX}{v_0^2}=0.577$$

则

$$\theta_1=17.6^\circ,\theta_2=72.4^\circ$$

球在空中的飞行时间为

$$t=2v_0\sin\theta/g$$

当 $\theta_1=17.6^\circ$ 时，球的飞行时间 $t_1=2v_0\sin\theta_1/g=2.16\mathrm{s}$，接球所用的时间为 2.16s－0.5s＝1.66s，球员的速率的最小值 $v_{\min}=(98-72)/1.66=15.7(\mathrm{m/s})$，大于短跑的世界纪录成绩，因此他接不着球。

当 $\theta_2=72.4^\circ$ 时，球的飞行时间 $t_2=2v_0\sin\theta_2/g=6.80\mathrm{s}$，接球所用的时间为 6.8s－0.5s＝6.3s，球员的速率的最小值 $v_{\min}=(98-72)/6.3=4.1(\mathrm{m/s})$，他可以接到球。

1-4 一斜坡与水平面成 α 角，在其上某点 P 以速率 v_0 向坡上投掷物体。要想将物体投得最远，那么物体被投出时其速率与斜坡所成得角度 φ 应为多大(忽略空气阻力)?

解 选择如图 1-2 所示的坐标系，其中物体的加速度分量为

$$g_x=-g\sin\alpha$$

$$g_y=-g\cos\alpha$$

物体的初速度的分量为

$$v_{0x}=v_0\cos\varphi$$
$$v_{0y}=v_0\sin\varphi$$

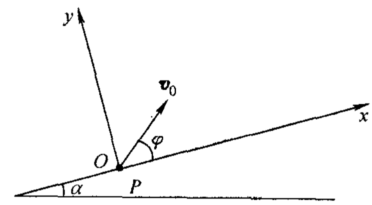


图 1-2　习题 1-4 图

沿 x 轴和 y 轴的运动方程为

$$x=v_0\cos\varphi t-\frac{1}{2}g\sin\alpha t^2$$

$$y=v_0\sin\varphi t-\frac{1}{2}g\cos\alpha t^2$$

物体落地时 $y=0$，解得物体的飞行时间 $t=\dfrac{2v_0\sin\varphi}{g\cos\alpha}$，将其代入 x 轴的运动方程，得

$$x=\frac{v_0^2}{g\cos^2\alpha}[\sin(\alpha+2\varphi)-\sin\alpha]$$

将 x 对 φ 求一阶导数得

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\varphi}=0,\cos(\alpha+2\varphi)=0,\alpha+2\varphi=\pi/2$$

将 x 对 φ 二阶导数可以证明：若 $\varphi=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)$，$x$ 有最大值。

1-5　如图 1-3 所示，三个质点 A、B、C 分别沿各自的圆周轨道运动，且轨道半径均为 5m。计时开始时，三者均在逆时针运动，此时它们加速度的大小及方向分别由图(a)、(b)、(c)给出。求 2s 时 A、B、C 三个质点的速度。

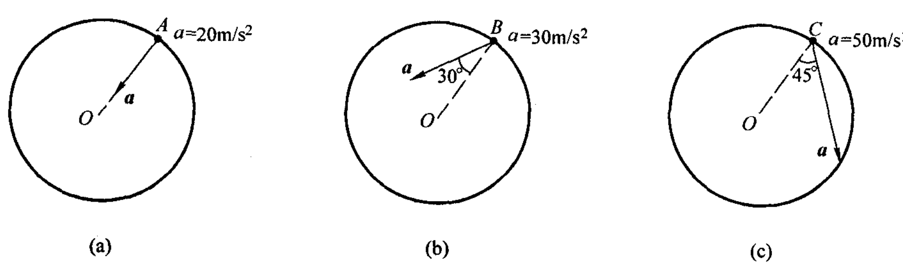


图 1-3　习题 1-5 图

解　(1) 对于图(a)中的质点 A 的速度为

$$v_A=\sqrt{a_n r}=10\text{m/s}$$

(2) 对于图(b)中的质点 B，有

$$a_t=15\text{m/s}^2,a_n=15\sqrt{3}\text{m/s}^2,v_0=\sqrt{a_n r}=11.4\text{m/s}$$
$$v_B=v_0+a_t t=41.4\text{m/s}(\text{仍然逆时针运动})$$

(3)对于图(c)中的质点 C，有

$$a_t=25\sqrt{2}\text{m/s}^2,a_n=25\sqrt{2}\text{m/s}^2,v_0=\sqrt{a_n r}=13.3\text{m/s}$$

$$v_C=v_0-a_t t=13.3-25\sqrt{2}\times2=-57.4\text{m/s}(\text{顺时针运动})$$

1-6　质点做半径为 2m 的圆周运动，位置角与时间 t 的函数关系为 $\theta(t)=60t-9t^2$ (SI)。求：(1) 物体做圆周运动时的角加速度；(2) $t=3$s 时物体加速度的大小；(3) 该质点多长时间后速率为零。

解　(1) 将 $\theta(t)$ 对时间求导得角速度为

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=60-18t$$

将角速度对时间求导得角加速度为

$$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=-18\mathrm{rad/s^2}$$

(2) 将 $t=3\mathrm{s}$ 代入角速度的表达式，得此时角速度为

$$\omega=6\mathrm{rad/s}$$

因此，向心加速度和切向加速度分别为

$$a_n=r\omega^2=2\times6^2=72(\mathrm{m/s^2}),a_t=r\beta=-36(\mathrm{m/s^2})$$

$$a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=36\sqrt{5}=80.5(\mathrm{m/s^2})$$

(3)令 $\omega=0$

得 $t=3.33\mathrm{s}$

1-7 已知质点的运动方程为 $x=r(1-\cos\omega t)$，$y=r(\sin\omega t-\omega t)$，其中 r、ω 为常数。求质点的速度与加速度。

解 质点的位矢为

$$\boldsymbol{r}=r(1-\cos\omega t)\boldsymbol{i}+r(\sin\omega t-\omega t)\boldsymbol{j}$$

将位矢对时间求一阶导数得到质点的速度为

$$\boldsymbol{v}=r\omega\sin\omega t\,\boldsymbol{i}+r\omega(\cos\omega t-1)\boldsymbol{j}$$

将速度对时间求导得到质点的加速度为

$$\boldsymbol{a}=r\omega^2\cos\omega t\,\boldsymbol{i}-r\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

1-8 如图 1-4 所示，汽车 A 以 20m/s 的恒定速度向东驶向某路口。当它通过该路口时，在路口正北方向距其 40m 处，汽车 B 由静止开始以 $2\mathrm{m/s^2}$ 的恒定加速度向南行驶。求：6s 后(1)汽车 B 相对于 A 的位矢；(2)汽车 B 相对于汽车 A 的速度；(3)汽车 B 相对于汽车 A 的加速度。

解 (1) 在地面上建立如图 1-4 所示的坐标系，因汽车 A 速度恒定，故汽车 A 的位矢为

$$\boldsymbol{r}_A=20t\,\boldsymbol{i}$$

汽车 B 由静止开始以 $2\mathrm{m/s^2}$ 的恒定加速度向南行驶，则

$$\boldsymbol{r}_B=(40-t^2)\boldsymbol{j}$$

汽车 B 相对于汽车 A 的位矢为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(40-t^2)\boldsymbol{j}-20t\,\boldsymbol{i}$$

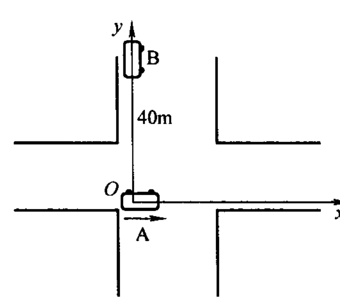


图 1-4 习题 1-8 图

当 $t=6\mathrm{s}$ 时，

$$\boldsymbol{r}=-120\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$$

(2) 汽车 B 相对于汽车 A 的速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-20\boldsymbol{i}-2t\boldsymbol{j}$$

当 $t=6\mathrm{s}$ 时，

$$\boldsymbol{v}=-20\boldsymbol{i}-12\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s})$$

(3) 汽车 B 相对于汽车 A 的加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-2\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s^2})$$

1-9 如图 1-5 所示，一均匀细棒 AB 长为 $2L$，质量为 M。在细棒 AB 的垂直平分线上距 AB 的距离为 h 处有一个质量为 m 的质点 P，如图所示。求细棒 AB 与质点 P 间的引力。

解 设细棒 AB 的线密度为 λ，在细棒上取质量为 $\mathrm{d}m$，长度为 $\mathrm{d}l$ 的质元，它和质点 P 间的万有引力为

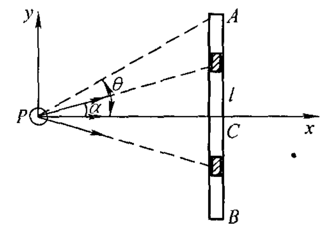


图 1-5 习题 1-9 图

$$\mathrm{d}f=G\frac{m\lambda\,\mathrm{d}l}{r^2}$$

该力在 x、y 轴方向的分量为

$$\mathrm{d}f_x=G\frac{m\lambda\,\mathrm{d}l}{r^2}\cos\alpha,\ \mathrm{d}f_y=G\frac{m\lambda\,\mathrm{d}l}{r^2}\sin\alpha$$

式中

$$r=\frac{h}{\cos\alpha},l=h\tan\alpha,\mathrm{d}l=\frac{h}{\cos^2\alpha}\mathrm{d}\alpha$$

$$\mathrm{d}f_x=G\frac{m\lambda}{h}\cos\alpha d\alpha$$

由对称性可知：$f_y=0$

设 PA 和 PC 间的夹角为 θ，得所求引力为：

$$f=f_x=2\int_0^\theta G\frac{m\lambda}{h}\cos\alpha\mathrm{d}\alpha=2G\frac{m\lambda}{h}\sin\theta=2G\frac{m}{h}\frac{M}{2L}\frac{L}{\sqrt{h^2+L^2}}=\frac{GMm}{h\sqrt{h^2+L^2}}$$

1-10 求半径为 R 的均匀半球体的质心。

解 如图 1-6 建立坐标系，由对称性分析得质心位于 z 轴上。取如图所示的小质元，将 z 坐标转换为球坐标，即

$$z=r\cos\varphi$$

由质心的定义得

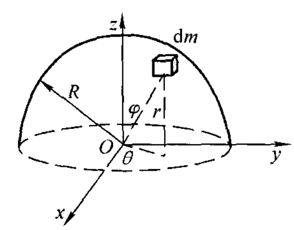


图 1-6 习题 1-10 图

$$z_c=\frac{1}{m}\int z\mathrm{d}m=\frac{1}{m}\int z\rho\mathrm{d}V=\frac{\rho}{m}\int\cos\varphi r^3\sin\varphi\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}\theta=$$

$$\frac{\rho}{m}\int_0^R r^3\,\mathrm{d}r\int_0^{\pi/2}\cos\varphi\sin\varphi\mathrm{d}\varphi\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta=$$

$$\frac{\rho}{m}\ \frac{1}{4}R^4\ \frac{1}{2}2\pi=\frac{1}{V}\ \frac{\pi}{4}R^4=\frac{\pi}{4}R^4\ \frac{3}{2\pi R^3}=\frac{3}{8}R$$

1-11 三个粒子 A、B、C 的质量分别为 3kg、1kg、1kg，由轻质细杆相连，如图 1-7 所示。求该系统的质心坐标。

解 该系统的质心坐标为

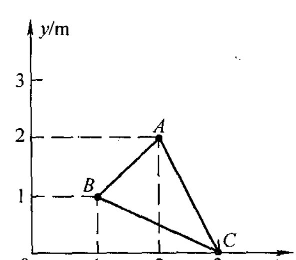


图 1-7 习题 1-11 图

$$x_c=\frac{m_1x_1+m_2x_2+m_3x_3}{m_1+m_2+m_3}=\frac{3\times2+1\times1+1\times3}{3+1+1}=2(\mathrm{m})$$

$$y_c=\frac{m_1y_1+m_2y_2+m_3y_3}{m_1+m_2+m_3}=\frac{3\times2+1\times1+1\times0}{3+1+1}=1.4(\mathrm{m})$$

1-12 在半径为 r 的均匀圆盘上，挖出一个半径为 $r/2$ 的圆洞，如图 1-8 所示。求带洞圆盘的质心位置。

解 建立如图所示的坐标系，由对称性分析可知，质心坐标一定位于 y 的上半轴上，令其 y 坐标为 y_c。用填补法，将圆洞用与原物体相同且质量均匀分布的物质填充，形成质量均匀分布的圆盘。则此圆盘的质心位于 O 点，其 y 坐标 $y'_c=0$ 为零，即

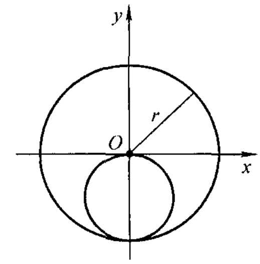


图 1－8 习题 1－12 图

$$y'_c=\frac{m_1y_1+m_2y_2}{m_1+m_2}=0=\frac{\sigma\left(\pi r^2-\frac{1}{4}\pi r^2\right)y_c-\sigma\pi\frac{r^2}{4}\frac{r}{2}}{\sigma\pi r^2}$$

得

$$y_c=\frac{1}{6}r$$

1－13 哈雷彗星绕太阳运动的轨道是一个椭圆，它离太阳的最近距离是 8.75×10^{10}m，在这点的速率为 5.46×10^4m/s，它离太阳最远时速率为 9.08×10^2m/s。这时它与太阳间的距离是多少？

解 由角动量守恒得

$$mv_1r_1=mv_2r_2$$

$$r_2=\frac{v_1r_1}{v_2}=5.26\times10^{12}(\mathrm{m})$$

1－14 一个粒子的质量为 2kg，沿一条直线以 4.5m/s 的速率运动，直线外一点 P 到这条直线的距离为 6m。求该粒子相对于 P 点的角动量。

解 设该粒子距 P 点的距离为 r，如图 1－9 所示，由角动量的定义得

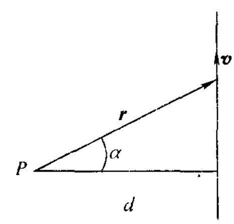


图 1－9 习题 1－14 图

$$L=mvr\sin(90°-\alpha)=mvr\cos\alpha=mvd=2\times4.5\times6=54(\mathrm{kg\cdot m^2/s})$$

角动量的方向垂直纸面向外，即 $\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{v}$ 的方向。

1－15 一个粒子质量为 m，在如图 1－10 所示的坐标系 xOy 中沿着一条平行 x 轴的直线以恒定的速度运动，速度方向与 x 轴正向一致。设粒子对坐标原点 O 的角动量为 L。求证粒子的位矢在单位时间内扫过的面积为 $\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=\frac{L}{2m}$。

证明 粒子对 O 点的角动量为

$$L=mvb$$

它的位矢在 $\mathrm{d}t$ 时间内扫过的面积为

$$\mathrm{d}A=\left(\frac{1}{2}v\mathrm{d}t\right)b$$

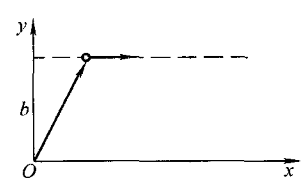


图 1－10 习题 1－15 图

比较上面两个式子得

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=\frac{L}{2m}$$

证毕

1－16 如图 1－11 所示，一个擦窗工人利用滑轮—吊桶装置上升。设人和吊桶的总质量为 75kg，忽略绳子的质量。求：(1)要自己慢慢匀速上升，他需要用多大力拉绳？(2)如果他的拉力增大 10%，它的加速度将多大？

解 (1) 以人与吊桶组成的系统为研究对象，受力分析如图所示。由牛顿第二定律得

$$2T-mg=0$$

$$T=mg/2=75\times9.81/2=368(\text{N})$$

(2) 设增大后的拉力为 T'，$T'=T\cdot110\%$，由牛顿第二定律得

$$2T'-mg=ma$$

解得 $a=(2T'-mg)/m=$

$$(2\times368\times1.1-75\times9.81)/75=0.98(\text{m/s}^2)$$

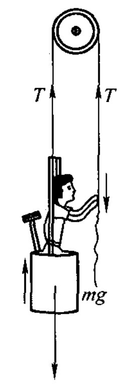


图 1-11 习题 1-16 图

1-17 手持一均匀柔软的绳子，使其下垂，下端刚好与地面接触，如图 1-12 所示。现松开绳子的上端，使其下落。设绳子的线密度为 λ，求绳子上端落下 l 的距离后，整根绳子对地面的压力。

解 设绳子的长度为 L，取整根绳子为研究对象，设地面对绳子的支持力为 N，由牛顿第二定律得

$$N-\lambda gL=\frac{\mathrm{d}(mv)}{\mathrm{d}t}=\frac{\lambda\mathrm{d}(yv)}{\mathrm{d}t}=\frac{\lambda\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}v+\frac{\lambda\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}y=$$

$$\lambda v^2-\lambda gy=\lambda2gl-\lambda g(L-l)$$

$$N=3\lambda gl$$

根据牛顿第三定律，整根绳子此时对地面的压力大小为 $3\lambda gl$。

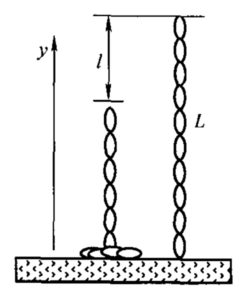


图 1-12 习题 1-17 图

1-18 一个物体在水平放置圆筒的底部紧贴住筒的侧面做圆周运动，如图 1-13 所示。圆筒的底部光滑，半径为 R；圆筒的侧面与物体间的滑动摩擦系数为 μ_k，若某时刻物体的速率为 v_0。求：(1) t 秒后物体运动的速率，(2) 这 t 秒内物体走过的路程。

解 (1) 物体在水平面内做圆周运动，其受力如图 1-13所示，由牛顿第二定律得：

法向：
$$N=m\frac{v^2}{R} \tag{1}$$

切向：
$$-f=\mu_k N=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{2}$$

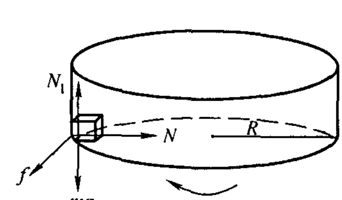


图 1-13 习题 1-18 图

将式(1)代入式(2)，得

$$-\frac{\mu_k}{R}\mathrm{d}t=m\frac{\mathrm{d}v}{v^2}$$

对上式进行积分，即

$$-\int_0^t\frac{\mu_k}{R}\mathrm{d}t=\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v^2}$$

得
$$v=\frac{v_0R}{R+v_0\mu_k t}$$

(2) 物体走过的路程等于速率对时间的积分，即

$$s=\int_0^t v\mathrm{d}t=\int_0^t \frac{v_0R}{R+v_0\mu_k t}\mathrm{d}t=\frac{R}{\mu_k}\ln\left(1+\frac{v_0\mu_k t}{R}\right)$$

1-19 如图 1-14 所示，一个质量为 m_1 的物体拴在长为 L_1 的轻绳上，绳的另一端固定在一个光滑桌面的钉子上。用长为 L_2 的绳子将另一质量为 m_2 的物体与 m_1 连接，并使二者在该桌面上做匀速圆周运动。设物体 m_1、m_2 运动的周期为 T，求各段绳子中的张力。

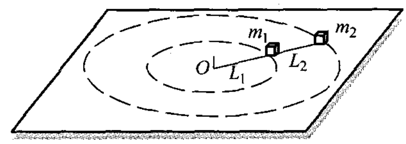


图 1-14 习题 1-19 图

解 物体 m_2 做半径为 (L_1+L_2) 的圆周运动，设长为 L_2 的绳中张力为 T_2，则

$$T_2=m_2(L_1+L_2)\omega^2=m_2(L_1+L_2)(2\pi/T)^2$$

物体 m_1 做半径为 L_1 的圆周运动，设长为 L_1 的绳中张力为 T_1，则

$$T_1-T_2=m_1L_1\omega^2$$

$$T_1=T_2+m_1L_1\omega^2=$$

$$m_2(L_1+L_2)(2\pi/T)^2+m_1L_1(2\pi/T)^2$$

$$T_1=[m_1L_1+m_2(L_1+L_2)](2\pi/T)^2$$

1-20 在流体中运动的球形粒子会受到流体对它的阻力。阻力的大小为 $F_d=6\pi\eta rv$，其中 r、v 分别为粒子的半径和速率，η 叫做流体的黏滞系数，也叫黏度。求：(1)一个半径为 10^{-5}m、密度为 2000kg/m^3 的球形空气污染物颗粒在空气中运动的终极速率(设空气的黏度 $\eta=1.8\times10^{-5}$)；(2)这个污染物颗粒在静止的空气下落 100m 所需要的时间。

解 (1) 加速度为零时，颗粒速率为终极速率，即

$$\rho\frac{4\pi}{3}r^3g-6\pi\eta rv_t=0$$

解之得到它的终极速率为

$$v_t=\frac{2r^2\rho g}{9\eta}=2.42(\mathrm{cm/s})$$

(2) 由牛顿第二定律得

$$\rho\frac{4\pi}{3}r^3g-6\pi\eta rv=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\rho\frac{4\pi}{3}r^3\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

化简得

$$g(v_t-v)=v_t\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

对上式积分得

$$\int_0^t\frac{g}{v_t}\mathrm{d}t=\int_0^v\frac{\mathrm{d}v}{(v_t-v)}$$

即

$$v=v_t(1-\mathrm{e}^{-gt/v_t})$$

由该结果看出 $t\to\infty$ 时，$v\to v_t$；但是当 $t=\dfrac{3v_t}{g}$ 时，$\mathrm{e}^{-gt/v_t}=\mathrm{e}^{-3}\approx0.05$，$v=0.95v_t$；$t=$